

【数学Ⅱ+B】 1 (1)

1. 次の各問において、の中に適する数または式を入れよ。

(1)  $x^3-27$ を因数分解すると  ① である。

【解答】 ① :  $(x-3)(x^2+3x+9)$

関数電卓を用いない解法

解答例①

$P(x)=x^3-27$  とおく。  $P(3)=0$  であるため、因数定理より  $P(x)$  は  $x-3$  を因数にもつ。

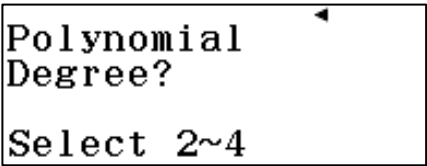
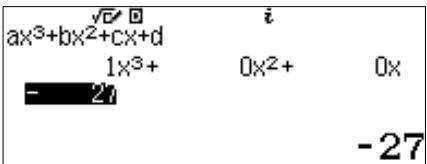
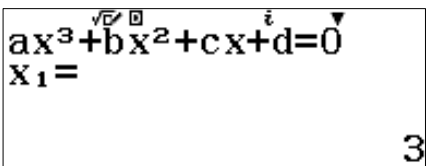
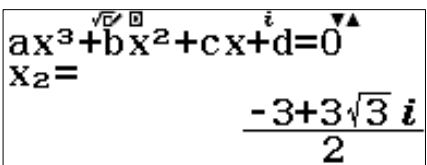
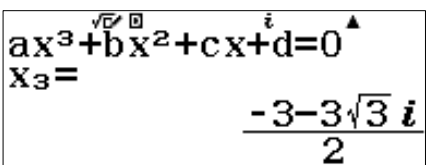
よって、  $P(x)$  を  $x-3$  でわると、  $x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$  となる。

解答例②

$(x-a)(x^2+ax+a^2)=x^3-a^3$  であるため、  $x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$

関数電卓を用いた解法

高次方程式…次数が2から4までの方程式の解を求める機能 (取扱説明書 pp.34-35)

操作方法	画面
<p>【操作1】 <math>x^3-27=0</math> という方程式を解き、その解から因数分解された式を求める。「A: 方程式/関数 計算」モードにて「2: 高次方程式」を選択し、次数3を入力する。</p>	
<p>【操作2】 <math>x^3-27=0</math> の解を表示するため、「2: 高次方程式」にて <math>x^3</math> の係数と定数項を入力する。</p> <p><input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/></p> <p>そして、<input type="text"/> を押下すると、「<math>x_1=3</math>」が表示される。さらに、<input type="text"/> を繰り返し押下すると</p> <p>「<math>x_2=\frac{-3+3\sqrt{3}i}{2}</math>」と、「<math>x_3=\frac{-3-3\sqrt{3}i}{2}</math>」が表示される。</p> <p>よって、これら3つの解を持つ3次方程式は、</p> <p><math>a(x-3)(x-\frac{-3+3\sqrt{3}i}{2})(x-\frac{-3-3\sqrt{3}i}{2})=0</math> である。</p> <p>ここで、解いた方程式が <math>x^3-27=0</math> であることに鑑みると、<math>a=1</math> である。よって、</p> <p><math>x^3-27=(x-3)(x-\frac{-3+3\sqrt{3}i}{2})(x-\frac{-3-3\sqrt{3}i}{2})</math></p> <p>この因数分解は、複素数の範囲で行っているため、実数の範囲で行う場合、<math>(x-\frac{-3+3\sqrt{3}i}{2})(x-\frac{-3-3\sqrt{3}i}{2})</math> の処理が必要である。</p> <p><math>x_2=\frac{-3+3\sqrt{3}i}{2}</math> と、<math>x_3=\frac{-3-3\sqrt{3}i}{2}</math> に着目し、2次方程式の解と係数の関係より、</p> <p>これら2つの解を持つ2次方程式は、</p>	   

<p><math>a \left\{ x^2 - \left( \frac{-3+3\sqrt{3}i}{2} + \frac{-3-3\sqrt{3}i}{2} \right) x + \frac{-3-3\sqrt{3}i}{2} \times \frac{-3-3\sqrt{3}i}{2} \right\}</math> である。この式を計算すると、<math>a(x^2 + 3x + 9)</math>となるため、<math>(x-3) \left( x - \frac{-3+3\sqrt{3}i}{2} \right) \left( x - \frac{-3-3\sqrt{3}i}{2} \right) = a(x-3)(x^2 + 3x + 9)</math>であり、<math>a=1</math>である。</p> <p>よって、<math>x^3 - 27 = (x-3)(x^2 + 3x + 9)</math>。</p>	
--	--

### 関数電卓を用いた解法の解説

関数電卓には、因数分解を行う機能がないため、因数分解したい式  $x^3 - 27$  に対して、 $x^3 - 27 = 0$  という方程式を解き、その解から因数分解された式を求めている。

※本稿ではエミュレーターを使用しているため、表中の画面は英語表示になっているが、実際の関数電卓では日本語表示になる。