

紙を折る回数と紙の厚さに関する数学科指導案（略案）

今井 壱彦

実験授業の目的

関数電卓使用を前提として、現実と数学を行き来する活動を行い、どのような議論・解答・表現が出るのかを調査する。

授業のねらい

関数電卓を使用して、現実と数学を行き来する活動を通して、式から仮定を見出すこと、および仮定を見直したり結果を解釈したりすることができる。

本時の展開

	学習活動	指導の手立て	留意点
導入	<ul style="list-style-type: none"> 紙を半分に折り、重ねることを繰り返していくことを具体例で確認する。 (1)地上から月までは42回で到達 (2)東京スカイツリーの高さまでは23回で到達 	<ul style="list-style-type: none"> 学生らの予想を問いながら進めていく。 折っていくごとに厚さが2倍になることを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 無限回折ることができるという前提を共有する。 紙を半分に折り、重ねることは実演する。
	<p>問題</p> <p>S大学の高低差は、100mあるとされています。紙を半分に折り、重ねることを繰り返していくとき、はたして何回折ったときに、S大学の高低差に届くでしょうか。</p> <ul style="list-style-type: none"> 問題を把握する。 学生らの予想を問う。 自力解決を行う。 次のような仮定を設定することが想定される。 (1)紙の厚さを0.08mmとする。 (2)紙の大きさは考えないこととする。 	<ul style="list-style-type: none"> 解決が進んでいかなければ、教師とのやり取りで、仮定を設定しなければ解決できないことを全体で確認する。 仮定及び式をWSに記述させる。 	<ul style="list-style-type: none"> 導入時にS大学のパンフレットに高低差に関する記載があることを伝える【資料1】

<p>展開</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・次の4つの関数電卓使用方法が想定される。 ①基本計算モードにて、様々な数値を当てはめていく使用方法 ②カルク機能を用いる使用方法 ③ソルブ機能を用いる使用方法 ④基本計算モードにて、logを用いる使用方法 	<table border="1"> <tr> <td>0.08×2^{20}</td> <td>0.08×2^{20} 83886.08</td> </tr> <tr> <td>0.08×2^x $x = 20.2$</td> <td>0.08×2^x 96359.8021</td> </tr> <tr> <td>$0.08 \times 2^x = 100000$</td> <td>$0.08 \times 2^x = 100000$ $x = 20.25349666$ $L-R = 0$</td> </tr> <tr> <td>$\log_2(100000 \div 0.08)$</td> <td>$\log_2(100000 \div 0.08)$ 20.25349666</td> </tr> </table>	0.08×2^{20}	0.08×2^{20} 83886.08	0.08×2^x $x = 20.2$	0.08×2^x 96359.8021	$0.08 \times 2^x = 100000$	$0.08 \times 2^x = 100000$ $x = 20.25349666$ $L-R = 0$	$\log_2(100000 \div 0.08)$	$\log_2(100000 \div 0.08)$ 20.25349666	
	0.08×2^{20}	0.08×2^{20} 83886.08									
0.08×2^x $x = 20.2$	0.08×2^x 96359.8021										
$0.08 \times 2^x = 100000$	$0.08 \times 2^x = 100000$ $x = 20.25349666$ $L-R = 0$										
$\log_2(100000 \div 0.08)$	$\log_2(100000 \div 0.08)$ 20.25349666										
<ul style="list-style-type: none"> ・グループで、比較・検討を行う。 ・議論の視点 (1)どのような仮定を設定したか。 (2)どのような計算方法で解決したか。 (3)何回折るとS大学の高低差に届くか。 <ul style="list-style-type: none"> ・全体で、各グループの解決を共有する。 ・共有する視点 (1)解決するための式 (2)どのように関数電卓を用いたか (3)何回折ったかという解答 <ul style="list-style-type: none"> ・次のような式が想定される。 (1) (紙1枚の厚さ) $\times 2^x$ (2) $\log_2\{100000 \div (\text{紙1枚の厚さ})\}$ ・次のような解答が想定される。 (1) 21回 (2) 20.25回 	<ul style="list-style-type: none"> ・3人から4人のグループを設定する。 ・式や解答の相違点を教師が整理する。 T: 各グループの式を見ていくと、違うところもあります。その違いはなぜ生まれているのでしょうか。 S: 仮定が異なっているからです。 T: どのように仮定が異なっているのでしょうか。 	<ul style="list-style-type: none"> ・この後、グループごとに、発表を行うことを伝える。 ・WSには個人での解決とグループでの解決が区別できるようにすることを指示する。 ・式と答えのみを黒板に残しておき、この後に生かせるようにする。 ・式や答えがすべて同じになってしまった場合には、個人での解決での異なる式や答えを教師が取り上げる。 ・関数電卓の操作を書画カメラで共有する。 									

	<ul style="list-style-type: none"> 各グループの発表を受けて、グループで課題に取り組む。 		
	<p>課題</p> <p>20.25 回という結果をどのように解釈しますか。何をどのように変更し、解釈したかを明記しましょう。</p>		
	<ul style="list-style-type: none"> 解釈の方法として、次の 3 つが想定される。 (1) 切る回数は整数になるから、20.25 の小数第 1 位を切り上げて 21 回とする。 (2) 紙の厚さを x mm, 折る回数を y 回すると、次のような式が成り立つような x や y を求め、y が整数になるときを探す。 $x \times 2^y = 100000$ (3) 紙を折るのではなく、紙を半分に切り、重ねるという方法に変更する。 	<ul style="list-style-type: none"> (1) の解釈が多い場合には「ほかの解釈はない？」と問いかけ、別案を引き出す。 	<ul style="list-style-type: none"> この後に、グループごとに発表を行うことを伝える。 WS において、これまでの解決と区別できるようにすることを指示する。
	<p>紙の厚さ 3195mm で、5 回折るとちょうど 100m になる。</p>		
	<p>紙の厚さが 0.08mm とすると、100m に到達するまでに 1250000 枚必要 20 回折ったときの紙の枚数は 1048576 (2^{20}) 枚 残り $1250000 - 1048576 = 201424$ 枚 つまり、$201424 \div 2 = 100712$ 枚切ればよい よって、20 回切った後、100712 枚切ればよい。</p>		
<p>まとめ</p>	<ul style="list-style-type: none"> 全体でグループごとに発表する。 本時の振り返りを行う。 	<ul style="list-style-type: none"> A4 の発表用紙を書画カメラで映し、発表する。 	