

プロジェクターを題材とした光の明るさと投影距離に関する数学科指導案（略案）

原 健太郎

山本 柚

実験授業の目的

照度計を用いてプロジェクターから発せられた光の明るさを測定する実験をもとに，関数電卓で使用した機能の記録や考察の過程など，学生がどのような数学的な表現をしたのかを分析する。

授業のねらい

投影距離と映像の明るさの関係について，照度計を用いて実験をおこない，関数電卓を用いて数学的に表現することができる。

本時の展開

	学習活動	指導の手立て	留意点
	<ul style="list-style-type: none"> ・「プロジェクター」を題材とした，投影距離と投影画面の大きさの関係についての問題を知る。 ・『平成 27 年度全国学力・学習状況調査（中学校数学）B』の中の「プロジェクター」を題材とした問題の一部について知る。 		<ul style="list-style-type: none"> ・『平成 27 年度全国学力・学習状況調査(中学校数学) B』の「プロジェクター」を題材とした問題の一部を紹介する。
導入	<p>平成 27 年度全国学力・学習状況調査（中学校数学）B 1 (3)</p> <p>健治さんは，映像が暗くて見えにくいのではないかと気になりました。しかし，プロジェクターの光源の明るさを変えることはできません。そこで，映像の明るさについて調べると，映像の明るさと投影画面の面積の関係は，次の式で表されることがわかりました。</p> <p>（式省略）</p> <p>このとき，映像の明るさを 2 倍にするにはどうすればよいですか。下のア，イの中から正しいものを 1 つ選びなさい。また，それが正しいことの理由を，上の式で表される関係をもとに説明しなさい。</p> <p>ア 投影画面の面積を 2 倍にする。</p> <p>イ 投影画面の面積を $\frac{1}{2}$ 倍にする。</p>		

	<ul style="list-style-type: none"> 授業アイデア例の発問をもとに、投影距離と映像の明るさどのような関係が成り立つかを予想する。 		<ul style="list-style-type: none"> 『平成 27 年度中学校 全国学力・学習状況調査授業アイデア例中学校数学』の中の「プロジェクターの最適な投影距離を見つけよう」を紹介する。
展開	<p><u>授業アイデア例の発問 (抜粋)</u> 投影距離が 2 倍になったとき、映像の明るさは何倍になるのかも考えてみましょう。</p>		
	<ul style="list-style-type: none"> 照度計とプロジェクターを用いて、測定距離に応じた光の明るさを測定する実験をおこなう。実験で得られたデータをワークシートに記入する。 1 グループ 3 人程度となるよう、学生たちはグループに分かれる。 各グループで、次の 2 つを用意する。 <ul style="list-style-type: none"> ①照度計 ②メジャー 実験をどのようにおこなったかワークシートに記述する。また、実験をする上で配慮した点について記述する。 <p>○実験結果から、投影距離と映像の明るさの関係について考察し、ワークシートにまとめる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 照度計について説明する。 光の明るさを測定する際、プロジェクター以外の光が入らないように指示する。 照度計を用いてどのように実験をおこなうかは特に指示せず、学生に考えさせる。 	<ul style="list-style-type: none"> プロジェクター以外の光が入らないように、暗幕を用いるなどして、部屋をできる限り暗くする。
	<p>実験結果をもとに、関数電卓を用いて、投影距離とプロジェクターの映像の明るさにどのような関係が成り立つかを考察してください。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 「統計計算」モードを選択し、実験結果を入力する。その後、回帰計算結果を表示する。 → x の値に投影距離を、y の値 	<ul style="list-style-type: none"> 関数電卓の使用するモードや機能は特に指示せず、学生に考えさせる。どのモ

に映像の明るさを入力する。

	x	y
1	42	15000
2	53	10000
3	76	5000
4	83	4000

15000

「統計計算」モードを選択した後
実験結果を入力した関数電卓画面

・次の3つの関数を選択する場合
が想定される。

① $y = a + \frac{b}{x}$ を選択した場合

→ a の値が負となるため、

$x < -\frac{b}{a}$ のとき y の値が負となる

ため適さない。

② $y = a \cdot x^b$ を選択した場合

③その他の関数を選択

ードや機能を選んだか、どのように使
用したかを記述させ
る。

・「統計計算モード」の
回帰計算では、実験
から得られたデー
タが少ない場合や
正確でない場合が
考えられる。各グル
ープを机間指導し
そのようなグルー
プが行き詰まっ
ていた場合は実験の
やり方について助
言をおこなう。

ように実験方法を
変更したかをワー
クシートに記述さ
せる。

・各グループがどの
ような考察をおこ
なっているか把握
する。

$y = a + \frac{b}{x}$
a=-3752.024161
b=734008.2498
r=0.9833535059

「 $y = a + \frac{b}{x}$ 」の回帰計算結果を

表示した関数電卓画面

$y = a \cdot x^b$
a=24776443.06
b=-1.974539332
r=-0.999274407

「 $y = a \cdot x^b$ 」の回帰計算結果を

表示した関数電卓画面

	<ul style="list-style-type: none"> ・【課題】を確認する。 		
	<p>【課題】 「プロジェクターの映像の明るさは投影距離の2乗に反比例する」という関係を取り上げて、関数電卓使用を前提とする授業を構想してください。</p>		
<p>まとめ</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・本時の振り返りをおこなう。 ・投影距離と映像の明るさの関係について、照度計を用いて実験をおこない、関数電卓を用いて数学的に表現する活動をおこなった。測定距離と映像の明るさの関係を説明するときに、どんな実験をおこない、関数電卓のどの機能を使用する必要があったか振り返る。 		