

茨城県内国立大学理系学部でのワークショップ

昭和第一学園高等学校 三島 直人

1. 茨城県内国立大学理系学部のワークショップの概要

ここでは、茨城県内国立大学理系学部のワークショップに向けた指導案立案、茨城県内国立大学理系学部のワークショップの流れについて述べる。

1.1. 指導案立案

令和元年度（第 69 回）埼玉県高等学校数学科標準テスト数学Ⅱ+B には、次のような問題がある。

3. 次の各問において、の中に適する数または式を入れよ。

(3) 円 $x^2 + y^2 = 9$ と直線 $3x + 4y - k = 0$ が接するときの定数 k の値は ③ である。

関数電卓の逆三角関数機能を用いると、次のように解決できる。円の接線の内、傾きが一定である直線は 2 つある。そのため接点も 2 つあり、そのうち第 1 象限にある接点を $T(s, t)$ とおく（図 1）。

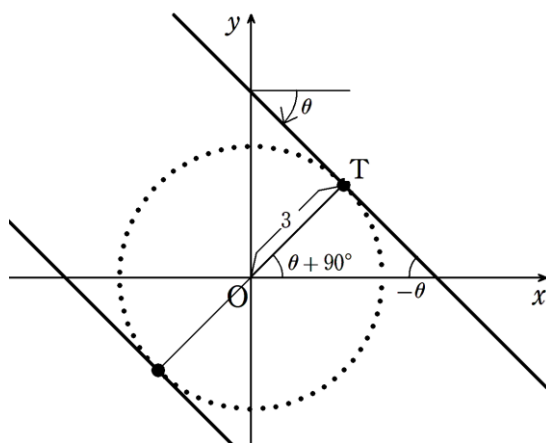


図 1 円 $x^2 + y^2 = 9$ と直線 $3x + 4y - k = 0$

直線 $3x + 4y - k = 0$ と x 軸の正の向きのなす角を θ ($-90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$) とすると、 OT と x 軸とのなす角は $(90^\circ + \theta)$ である。したがって、 $\begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cos(90^\circ + \theta) \\ 3\sin(90^\circ + \theta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3\sin \theta \\ 3\cos \theta \end{pmatrix} \cdots \text{①}$ である。接点 T は、直線 $3x + 4y - k = 0$ 上の点であるので、定数 k の値は、 $k = 3s + 4t$ で求められる。したがって、①より、 $k = -3 \cdot 3\sin \theta + 4 \cdot 3\cos \theta = -9\sin \theta + 12\cos \theta \cdots \text{②}$ となる。直線 $3x + 4y - k = 0$ の傾きは $-\frac{3}{4}$ であるので、 $\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)$ となる。よって、式②に代入すると、 $k = -9\sin\left(\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)\right) + 12\cos\left(\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)\right) \cdots \text{③}$ となる。最後に、③の右辺の式を関数電卓に入力すると 15 が出力される（図 2 左）。もう 1 つの接線に関しても、同様に求めると、 $k = -9\sin$

$\left(\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)+180^{\circ}\right)+12\cos\left(\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)+180^{\circ}\right)\cdots\textcircled{3}'$ となり、この右辺の式を関数電卓に入力すると-15が出力される（図2右）。

$-9\sin\left(\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)\right)+15$ 15	$-9\sin\left(\tan^{-1}\left(-\frac{3}{4}\right)+180\right)+1$ -15
--	--

図2 関数電卓に③の式の入力したときの出力結果（左）
と③'の式の入力したときの出力結果（右）

このように、関数電卓の逆三角関数機能を用いると、直線と x 軸のなす角の大きさに着目した解決ができる。本ワークショップでは、直線と x 軸のなす角の大きさに着目した解決を行う際の課題を明らかにすることを意図し、ワークショップを計画した（詳細は、三島作成「数学II指導案（略案）」参照）。

1.2. 茨城県内国立大学理系学部の一環としてのワークショップの流れ

まず、学生らは「問題 1-A」に取り組み、インストラクターは、学生らの回答として、2次方程式の解の判別式を用いた解法と点と直線の距離の式を用いた解法をそれぞれ取り上げる。

「問題 1-A」

円 $x^2 + y^2 = 9$ と直線 $3x + 4y - k = 0$ が接するときの定数 k の値を求めよ。

次に、学生らは「問題 1-B」に取り組み、インストラクターは、学生らの回答のうち、直線と x 軸のなす角の大きさに着目した解法を取り上げる。

「問題 1-B」

円 $x^2 + y^2 = 9$ と直線 $x + \sqrt{3}y - k = 0$ が接するとき、接点の座標を求め、定数 k の値を求めよ。ただし、直線と x 軸の正の向きのなす角に着目して解決せよ。

そして、学生らは、「問題 1-A」の解法と「問題 1-B」の解法を比較し、ある特殊な直線の傾き（例えば $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ や 1）の場合にのみ、直線と x 軸のなす角の大きさに着目した解法を用いることができることを確認する。また、インストラクターは、関数電卓の逆三角関数機能を用いると、任意の直線の傾きから、直線と x 軸の正の向きのなす角の大きさを求められ

ることを伝える。ここで、インストラクターは関数電卓の逆三角関数機能の操作方法を説明する。さらに、学生らは、関数電卓の逆三角関数機能を用いて、ある直線の傾き $(-\frac{3}{4})$ や 2) からその直線と x 軸の正の向きのなす角の大きさを求める。その際、学生らは、直線と x 軸の正の向きのなす角を θ とすると、 $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ で表示されることを確認する。

最後に、学生らは関数電卓の逆三角関数機能の使用を前提とした「問題 2」に取り組み、インストラクターは解答例を解説する。

「問題 2」

円 $x^2 + y^2 = r^2$ と直線 $ax + by - k = 0$ ($b \neq 0$) が接するとき、関数電卓の逆三角関数機能を用いて定数 k の値を求めたい。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 $ax + by - k = 0$ と x 軸のなす角を θ とするとき、円 $x^2 + y^2 = r^2$ と直線 $ax + by - k = 0$ の接点の座標を θ, r を用いて表せ。
- (2) k を a, b, r, θ を用いて表せ。
- (3) θ を a, b を用いて表せ。また、 k を a, b, r を用いて表せ。
- (4) $a = 3, b = 4, r = 3$ のとき、定数 k の値を求めよ。

2. 茨城県内国立大学理系学部の実践ワークショップの実践

本ワークショップの実施日は 2021 (令和 3) 年 12 月 19 日であり、80 分間実施した。対象は、茨城県内国立大学理系学部の教員を志望している学生 19 名であり、インストラクターは筆者である。また、学生は、本ワークショップ実施前に関数電卓の基本操作のインストラクションを受けている。ワークショップは、1.2.の通りに実施された。ここでは、各問題における学生らの回答を示す。

2.1. 「問題 1-A」における学生の回答

「問題 1-A」の回答を解法毎に分類した (表 1)。

表 1 「問題 1-A」における学生らの回答

解法	正答数	誤答数
2 次方程式の解の判別式を用いた解法	7	4
点と直線の距離の式を用いた解法	6	0
法線と円の方程式から接点を求める解法	1	0

法線と円の方程式から接点を求める解法とは、次のような解法である。学生 M.T は、まず、円の接線に対する法線の方程式 $y = \frac{4}{3}x$ を求めた (図 3)。次に、接点は法線上の点であることから、接点の座標を $(x, \frac{4}{3}x)$ とおき、 $x^2 + y^2 = 9$ に代入した。そして、2 次方程式 $x^2 + (\frac{4}{3}x)^2 = 9$ の解 $x = \pm \frac{9}{5}$ を求め、 $y = \frac{4}{3}x$ に代入し、 $y = \pm \frac{12}{5}$ を求めた。そして、接点は直線 $3x + 4y$

$-k=0$ 上の点であることから, $x=\pm\frac{9}{5}$, $y=\pm\frac{12}{5}$ をそれぞれ代入し, $k=\pm 15$ と求めた。

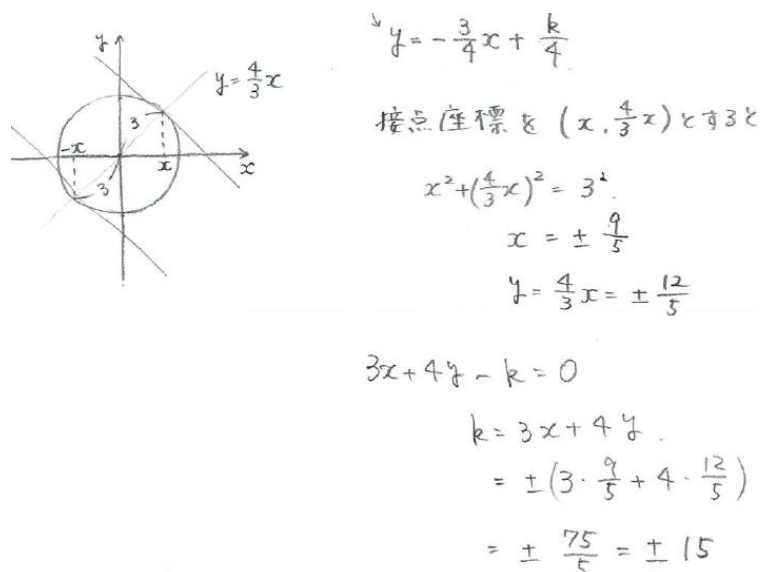


図3 学生 M.T の回答

2 次方程式の解の判別式を用いた解法を用いた学生のうち, 誤答であった 4 名の学生は, 判別式を正しく計算できなかった。

2.2. 「問題 1-B」における学生の回答

「問題 1-B」の回答を解法毎に分類した (表 2)。

表 2 「問題 1-B」の学生らの回答

解法	正答数	誤答数
直角三角形の角の大きさに着目し直線の式から求める解法	3	0
直角三角形の辺の大きさに着目した解法	10	0
法線の方程式を求める解法	3	0
直線と x 軸のなす角の大きさに着目していない解法	0	1
解法を判読できないもの		2

直角三角形の角の大きさに着目し直線の式から求める解法とは次のような解法である。学生 K.M は, まず, 接点の座標を (s, t) , 接点と原点を結んだ直線と x 軸の正の向きのなす角を α ($0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$) とおき, $s = 3\cos\alpha$, $t = 3\sin\alpha$ と表した (図 4)。次に, 直線 $x + \sqrt{3}y - k = 0$ と x 軸の正の向きのなす角を β とすると, 直線の傾きが $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ であることから, $\beta = 150^\circ$ と求め, $\beta - \alpha = 90^\circ$ であることから, $\alpha = 60^\circ$ と求めた。そして, $s = 3\cos 60^\circ = \frac{3}{2}$, $t = 3\sin 60^\circ =$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ と求め、接点 (s, t) は直線 $x + \sqrt{3}y - k = 0$ 上の点であることから $s + \sqrt{3}t - k = 0$ の s, t にそれぞれ代入し、 $k = 6$ と求めた。もう一方の接点に関しても同様に、 $k = -6$ と求めた。

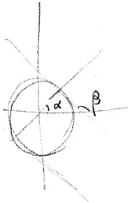
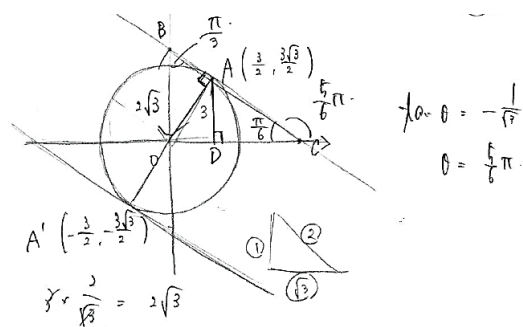
接点の座標を $p(s, t)$ とみると、円上にあるので $s^2 + t^2 = 9$
 また、接点と原点を結んだ直線と x 軸の正の向きとなす角を α とすると
 $s = 3\cos\alpha, t = 3\sin\alpha$ とする。 $(0^\circ \leq \alpha < 360^\circ)$
 $x + \sqrt{3}y - k = 0 \Rightarrow y = \frac{-x+k}{\sqrt{3}} = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{\sqrt{3}}{3}k$
 したがって直線と x 軸の正の向きとなす角を β とすると、 $\tan\beta = -\frac{\sqrt{3}}{3}$
 ゆえに $\beta = 150^\circ$

 (i) $|\beta - \alpha| = 90^\circ$
 $|150^\circ - \alpha| = 90^\circ$
 $\therefore \alpha = 60^\circ, 240^\circ$
 (ii) $s = 3\cos 60^\circ = 3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 $t = 3\sin 60^\circ = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$
 接点は直線上にもあるので、 $\frac{3}{2} + \sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} - k = 0$
 $k = \frac{3}{2} + \frac{9}{2} = 6$
 (iii) $s = 3\cos 240^\circ = -\frac{3}{2}$
 $t = 3\sin 240^\circ = -\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 $-\frac{3}{2} - \sqrt{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2} - k = 0$
 $\therefore k = -6$

図4 学生 K.M の回答

直角三角形の辺の大きさに着目した解法とは、次のような解法である。学生 I.M は、まず、原点を O、接点を A、直線と y 軸の交点を B、直線と x 軸の交点を C、点 A から x 軸へ下した垂線の足を点 D とおいた (図 5)。次に、直線と x 軸の正の向きとなす角を θ とし、直線の傾きが $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ であることから $\tan\theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ より、 $\theta = \frac{5}{6}\pi$ と求めた。そして、 $\triangle OAB$ に着目し、 $\angle ACD = \frac{1}{6}\pi$ 、 $\angle OBA = \frac{1}{3}\pi$ より、 $OA : AB : OB = \sqrt{3} : 1 : 2$ であり、また、 $OA = 3$ であることから、 $OB = 2\sqrt{3}$ と求めた。そして、直線の y 切片が $\frac{k}{\sqrt{3}}$ であることから、 $2\sqrt{3} = \frac{k}{\sqrt{3}}$ となり、これを解いて、 $k = 6$ と求めた。もう一方の接点に関しても同様に、 $k = -6$ と求めた。



$$\frac{b}{\sqrt{3}} = \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore b = \pm 6$$

図 5 のように、 $\angle AOB = \frac{5\pi}{6}$ とする。

$$\tan \theta = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\theta = \frac{5\pi}{6}$$

$$\therefore \angle AOB = \frac{5\pi}{6} \quad \therefore \angle AOD = \pi - \frac{5\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$

$$\angle OBA = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \triangle OAB \text{ は } 30^\circ-60^\circ-90^\circ \text{ の三角形で } OA : AB : OB = \sqrt{3} : 1 : 2$$

$$OA = 3 \text{ より } OB = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \text{円の半径 } r = OB = 2\sqrt{3}$$

$$\frac{b}{\sqrt{3}} = \pm 2\sqrt{3}$$

$$b = \pm 6$$

$$\text{同様に } \triangle OAD \text{ について } OD = \frac{3}{2}, AD = \frac{3\sqrt{3}}{2} \quad A \left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2} \right) \quad A' \left(-\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2} \right)$$

図 5 学生 I.M の回答

直線と x 軸のなす角の大きさから法線の方程式を求める解法とは、次のような解法である。

学生 U.T は、まず、 $x + \sqrt{3}y - k = 0$ を $y = \tan\left(\frac{5}{6}\pi\right)x + \frac{k}{\sqrt{3}}$ と表した (図 6)。次に、接線に対する

法線の方程式を $y = \tan\left\{\left(\frac{5}{6} - \frac{1}{2}\right)\pi\right\}x = \tan\left(\frac{1}{3}\pi\right)x = \sqrt{3}x$ と求めた。そして、連立方程式

$\begin{cases} y = \sqrt{3}x \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases}$ を解き、接点の座標を $\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ と求めた。最後に、接点の座標が

$\left(\frac{3}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ であり、直線の方程式が $x + \sqrt{3}y - k = 0$ であることから、 $k = \pm 6$ と求めた。

直線が $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{k}{\sqrt{3}}$
 $= \tan\left(\frac{\pi}{6}\right)x + \frac{k}{\sqrt{3}}$
 傾き 2 分の逆数に逆変換し、傾き 2 分の逆数
 $y = \tan\left(\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{2}\right)\right)x + \frac{\frac{k}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$
 $= \tan\left(-\frac{\pi}{3}\right)x + \frac{k - \frac{3}{2}}{\frac{1}{2}}$
 $= \sqrt{3}x + 2k - 3$
 $x^2 + y^2 = 9$
 $4x^2 = 9$
 $x = \pm \frac{3}{2}$
 $\frac{3}{2} + \frac{3}{2} - 1 = 0$
 $\frac{3}{2} - \frac{3}{2} + 0 = 0$
 $\frac{3}{2} + \frac{9}{2} = k$
 $\therefore k = \pm 6$
 傾き: $\left(\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 $\left(-\frac{3}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

図 6 学生 U.T の回答

直線と x 軸のなす角の大きさに着目せずに回答した学生は 1 名いた。その学生は、2 次方程式の解の判別式を用いた解法を用いて回答した。

全ての学生が、 $k = \pm 6$ を導くことができていた。ただし、直線と x 軸のなす角の大きさに着目していないものや、解法を判読できてないものは誤答としている。

2.3. 「問題 2」における学生の回答

「問題 2」の回答を解法毎に分類した（表 3）。

表 3 「問題 2」における学生らの回答

設問	解法	正答数	誤答数
(1)	直角三角形に着目する解法	0	12
	法線から接点を求める解法	0	2
	解法を判読できないもの		5
(2)	直線の式から求める解法	6	6
	三角比を用いた解法	0	3
	無記入・解法を判読できないもの		4
(3)	直線の式から求める解法	4	5
	三角比を用いた解法	3	1
	逆三角関数を用いていない解法	1	1
	無記入・解法を判読できないもの		4
(4)	カルク機能を用いた解法	11	1
	無記入・解法を判読できないもの		7

以下、解法の説明のため、直線 $ax + by - k = 0$ を l 、直線 l と y 軸、 x 軸の交点をそれぞれ A 、 B 、直線 l と円の接点を C とする（図 7）。

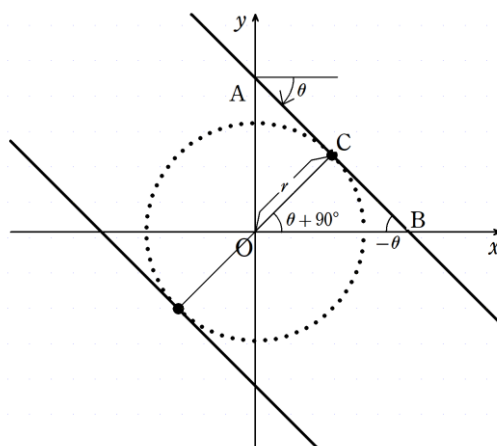


図7 円と直線

設問 (1) の直角三角形に着目する解法とは、次のような解法である。学生 T.T は、傾きが負であり、接点が第 1 象限にある直線 l と接点が第 3 象限にある直線 l をかいた (図 8)。接点が第 1 象限にある直線 l と x 軸のなす角のうち、角が 90° よりも大きい角を θ とした。そして、直角三角形 $\triangle COB$ に着目し、 $\angle CBO = \pi - \theta$ であることから、 $\angle COB = \theta - \frac{\pi}{2}$ と求めた。そして、接点 C は半径 r の円周上の点であることから、その座標を $(r\cos(\theta - \frac{\pi}{2}), r\sin(\theta - \frac{\pi}{2}))$ と求めた。ただし、関数電卓の逆三角関数機能を用いて表示される θ の範囲は $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ であり、傾きが負である直線と x 軸のなす角は負の角度として表示される。そのため、正しくは、 $(r\cos(\theta + \frac{\pi}{2}), r\sin(\theta + \frac{\pi}{2}))$ である。また、学生 T.T が求めた接点の座標 $(r\cos(\theta - \frac{\pi}{2}), r\sin(\theta - \frac{\pi}{2}))$ に関しては、第 3 象限にある接点の座標と一致する。

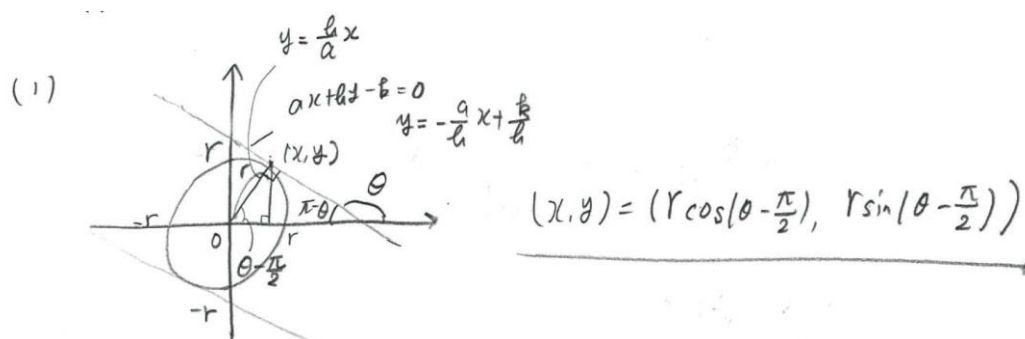


図8 学生 T.T の回答

直角三角形に着目する解法で設問 (1) を解いた全ての学生は、正答することができなか

った。誤答の主な原因は、学生 T.T のように、 θ の範囲が $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ であることが考慮されていなく、 θ を正しく表すことができなかったこと、 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ を $\cos\theta$ と誤って変形していることであった。

設問 (2), (3) の直線の式から求める解法とは、次のような解法である。学生 M.T は、まず、設問 (1) で接点の座標を $(-r\sin\theta, r\cos\theta)$, $(r\sin\theta, -r\cos\theta)$ と求めた。次に、直線 l は接点を通る直線より、 $k = \pm(-r\sin\theta + r\cos\theta)$ と求めた (図 9)。そして、 $\theta = \tan^{-1}\left(-\frac{a}{b}\right)$ と求め、

$k = \pm\left\{-ar \sin\left(\tan^{-1}\left(-\frac{a}{b}\right)\right) + br \cos\left(\tan^{-1}\left(-\frac{a}{b}\right)\right)\right\}$ と表した。

$$\begin{aligned}
 (2) \quad ax + by - k &= 0 \quad \text{より} \quad k = ax + by \\
 k &= \pm(-ar\sin\theta + br\cos\theta) \\
 (3) \quad ax + by - k &= 0 \quad \text{より} \quad y = -\frac{a}{b}x + \frac{k}{b} \quad \text{より} \\
 \text{傾きは} \quad \theta &= \tan^{-1}\left(-\frac{a}{b}\right) \\
 \text{より} \quad k &= \pm\left\{-ar\sin\left(\tan^{-1}\left(-\frac{a}{b}\right)\right) + br\cos\left(\tan^{-1}\left(-\frac{a}{b}\right)\right)\right\}
 \end{aligned}$$

図 9 学生 M.T の回答

直線の式から求める解法で設問 (2), (3) を解いた学生のうち、誤答であった 6 名について、誤答の原因は、設問 (1) で接点の座標を正しく求めることができなかったことである。一方、正答である 6 名は、設問 (1) で、学生 T.T のように第 1 象限の接点の座標を $\left(r\cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right), r\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right)$ と回答した学生や、解法を判読できなかったものの $\left(r\cos\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right), r\sin\left(\theta \pm \frac{\pi}{2}\right)\right)$ と回答した学生であった。

設問 (2) の三角比を用いた解法とは、次のような解法である。学生 D.K は、まず、 $\angle COB = \theta - \frac{\pi}{2}$ と求めた (図 10)。そして、直角三角形 $\triangle AOC$ に着目し、 $\cos(\pi - \theta) = \frac{r}{\frac{k}{b}}$ とし、こ

れを解いて $k = \frac{br}{-\cos\theta}$ と求めた。ただし、学生 M.T と同様に、 θ の範囲が $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ であることが考慮されていなく、 $\angle COB = \theta - \frac{\pi}{2}$ としていた。正しくは、 $\angle COB = \theta + \frac{\pi}{2}$ であるので、 $k = \frac{br}{\cos\theta}$ である。

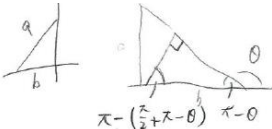
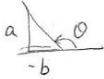
$$\begin{aligned}
 (1) \quad & ax + by - k = 0 \\
 & y = -\frac{a}{b}x + \frac{k}{b} \quad \tan \theta = -\frac{a}{b} \\
 & \tan\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{b}{a} \\
 & \left(r \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right), r \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)\right) \\
 (2) \quad & \cos(\pi - \theta) = \frac{r}{\frac{k}{b}} \\
 & -\cos \theta = \frac{r}{\frac{k}{b}} \\
 & k = \frac{br}{-\cos \theta}
 \end{aligned}$$



図 10 学生 D.K の回答

三角比を用いた解法で設問 (2) を解いたどの学生も正答することができなかった。誤答の原因としては、学生 D.K のように、 θ の範囲が $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ であることが考慮されていなかったこと、 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ を $\cos \theta$ と誤って変形していることであった。

3. 茨城県内国立大学理工系学部でのワークショップを实践してみて

「問題 2」における学生の回答を解法毎に分類した結果、複数の解法に共通して、 θ の範囲が $-90^\circ < \theta < 90^\circ$ であることが考慮されていなく、 θ を正しく表すことができなかったこと、 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ 等を正しく変形できなかったことが明らかになった。そのため、高校生を対象とした授業を行う際には、次の 2 点のような手立てが必要であろう。

1 つ目は、関数電卓の逆三角関数機能の操作方法の説明後、逆三角関数機能を用いて直線と x 軸の正の向きのなす角の大きさを求める活動を行う際、関数電卓に表示された角の大きさを図に示す活動を加えることである (図 11)。

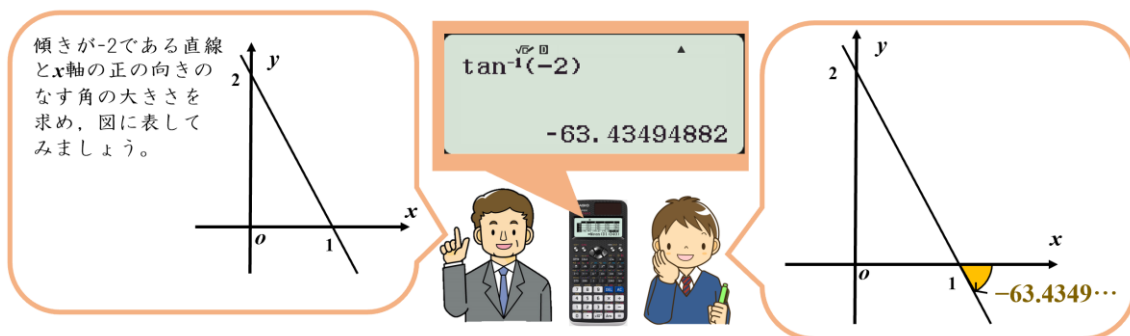


図 11 関数電卓に表示された角の大きさを図に示す活動

2つ目は、「問題 2」に関して、次のように修正してみることである。

「問題 2」

円 $x^2 + y^2 = r^2$ と直線 $ax + by - k = 0$ が接するとき、関数電卓の逆三角関数機能を用いて定数 k の値を求めたい。ただし、 $b > 0$ 、 $k > 0$ とする。次の問いに答えよ。

- (1) 直線 $ax + by - k = 0$ と x 軸のなす角を θ とするとき、円 $x^2 + y^2 = r^2$ と直線 $ax + by - k = 0$ の接点の座標を θ 、 r を用いて表せ。
- (2) k を a 、 b 、 r 、 θ を用いて表せ。
- (3) θ を a 、 b を用いて表せ。また、 k を a 、 b 、 r を用いて表せ。
- (4) $a = 3$ 、 $b = 4$ 、 $r = 3$ のとき、定数 k の値を求めよ。

修正部分は_____で示している。 $b > 0$ 、 $k > 0$ のとき、直線 $ax + by - k = 0$ の傾きが正の場合接点は第1象限にのみあり、直線の傾きが負の場合接点は第2象限にのみある。このように、接点の位置を限定することによって、設問 (1) において接点の座標を正しく求められていない場合、設問 (4) の解決においてカルク機能を用いて $a = 3$ 、 $b = 4$ 、 $r = 3$ を代入したとき、 k の値が正しく出力されない。そこで、正しい結果を得るために、自身の回答を振り返り修正する活動が期待できる (図 12)。また、 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$ 等を正しく変形できない生徒らに対しても、設問毎に、カルク機能を用いて正しい結果が導けているかを確認するように促す必要もある。

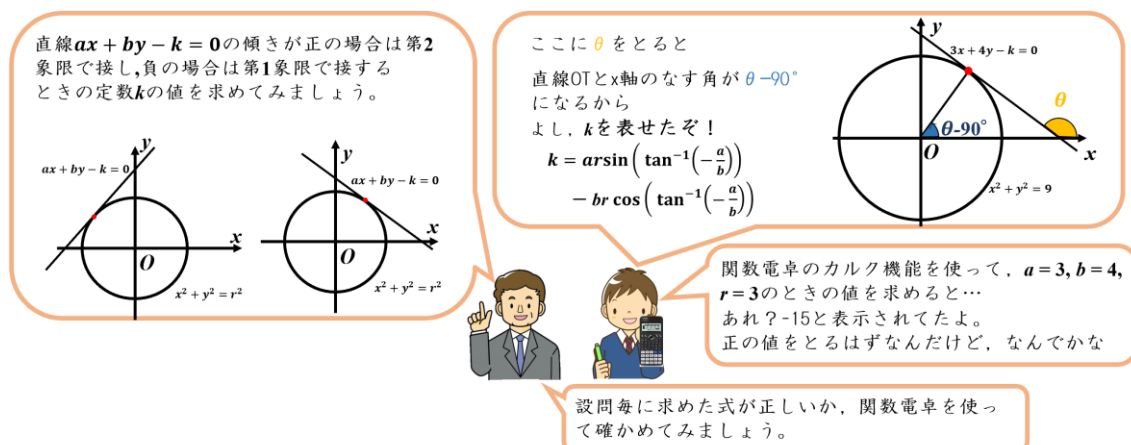


図 12 「問題 2」を修正した際に想定される授業の流れ

また、「問題 1-B」において、半数以上の学生が直角三角形の辺の大きさに着目して解決していた。このことから、「問題 2」の (2) 以降の設問に対して困難に感じている場合、適宜、直角三角形の辺の大きさに着目するような手立ても必要になってくるであろう。