

1. 静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの概要

ここでは、静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップに向けた指導案立案、静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの流れについて述べる。

1.1. 指導案立案

本ワークショップは、佐藤作成『『通し矢』の矢の軌道に着目した数学ワークショップ指導案（略案）』をもとに実践している。本ワークショップでは、矢の軌道を表す放物線の式をもとにし、関数電卓のカルク機能や高次方程式機能を用いて、矢が的にあたるとき矢の発射地点から何本目の肘木すれすれを狙えばよいか求める。その際、関数電卓の画面に表示された数値が、現実の場面に置き換えた際にどのようなことを表しているのか、結果の意味の考察をおこなう必要がある。そこで、本ワークショップでは、関数電卓によって得られた結果を意味づけ、活用している様子を明らかにすることを目的としてワークショップを実施した。

1.2. 静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの流れ

第1に、実際の三十三間堂の看板や『三十三間堂通し矢図』を用いて、「通し矢」について説明する（図1）。



図1 木版画『三十三間堂通し矢図』

円山応挙（1733～1795）

第2に、漫画『弓道士魂』を紹介する。ここでは、漫画の場面を用いて、三十三間堂での矢の飛び方について説明する（図2）。

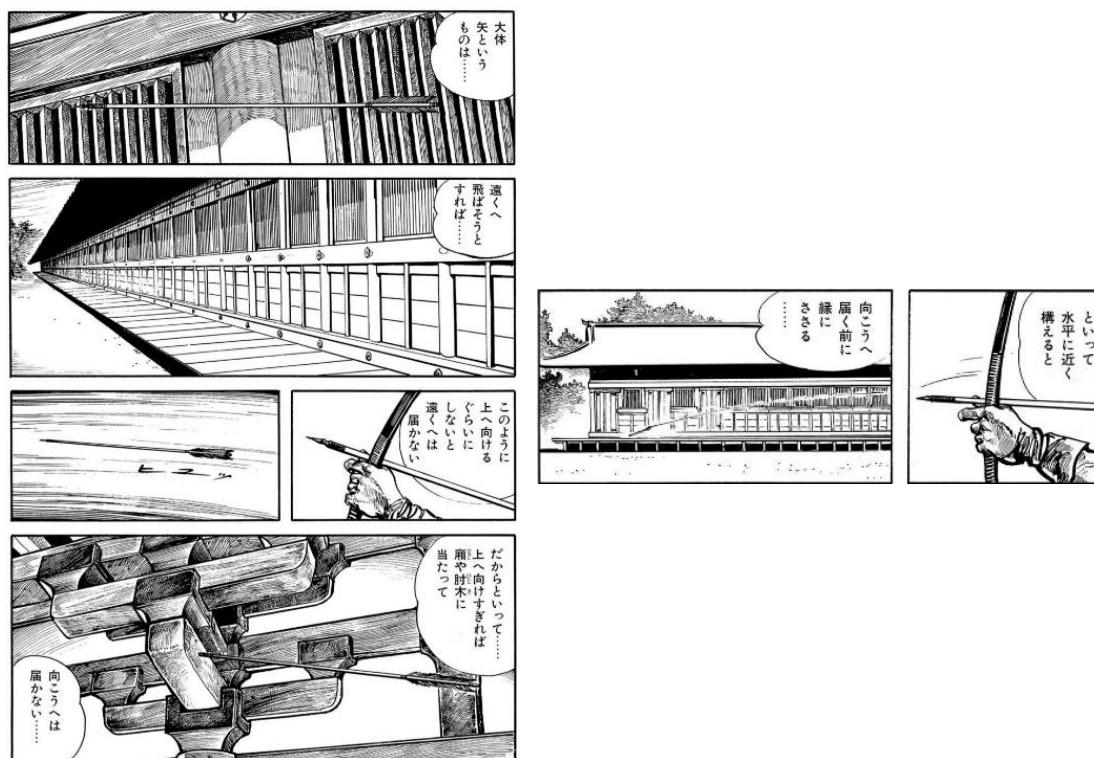


図2 矢の飛び方に関する場面

第3に，漫画『弓道士魂』の，問題となる一場面を提示し，[問1]に取り組む（図3）。

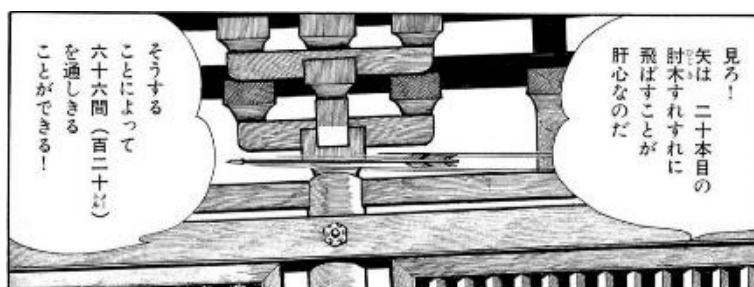


図3 問題となる漫画『弓道士魂』の一場面

[問1] 矢を二十本目の肘木すれすれに飛ばすとき，矢は的にあたるか確認してみましょう。

この問では，問題解決をおこなう上で必要となる仮定，条件設定をおこなう。そのため，以下の問に取り組む。

問題を解決する際に，必要なことは何ですか？

「必要なこと」とは，例えば，矢の軌道は放物線とすることである（指導案参照）。

仮定，条件設定を踏まえ，[問1]では，矢の軌道の最高到達点が二十本目の肘木すれすれとなることを踏まえ，2次関数の式を求める（㉞）。

$$y = -\frac{4}{68.4^2}x^2 + \frac{547.2}{68.4^2}x + 1 \cdots \textcircled{㉞}$$

矢の発射地点からの的までの距離が120 mであることから，式㉞に関数電卓のカルク機能を

用いて $x=120$ を入力すると $y=2.723607264$ となる。この y の値から、矢は的にあたる。この数値から、矢は的にあたるが、的の中心にはあたらないことがわかる。本ワークショップでは、仮定、条件の設定は筆者がおこなった。

第4に、第3での結果から、[問2]に取り組む。

[問2] 矢が的の中心にあたる時、何本目の肘木すれすれに飛ばせばよいか求めてみましょう。

第3で、二十本目の肘木すれすれに矢を飛ばすと、的の中心にあたらないことが明らかとなった。この問では、まず、矢の発射地点を縁側から高さ1 mの地点としていることから、矢の発射地点を点A (0,1) としている。次に、矢の発射地点からの的までの距離が120 m としていることと、的の中心を縁側から高さ2 mの地点としているから、的の中心を表す座標を点B (120, 2) としている。また、肘木すれすれの高さを縁側から5 m としていることから、矢の最高到達点を縁側から5 m とし、放物線の頂点を点V (F,5) と表す。そして、矢が3点A (0,1), B (120,2), V (F,5) を通ることから、Fの2次方程式を作る (①) (図4)。

$$F^2 - 960F + 4 \times 120^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

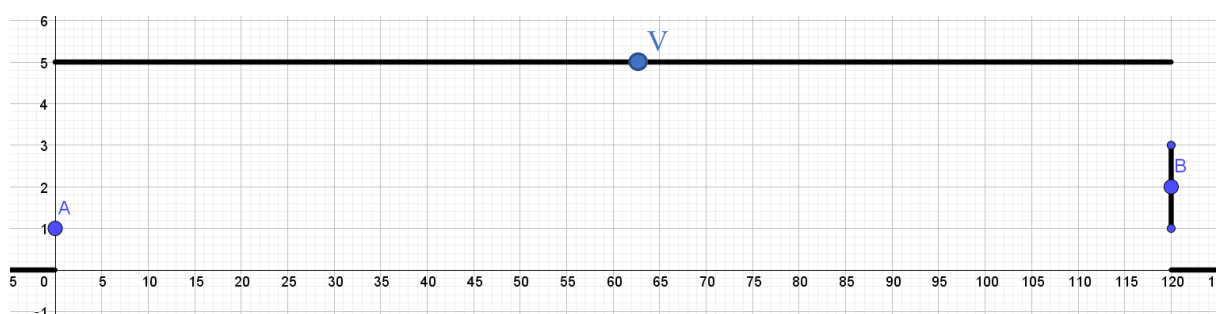


図4 「通し矢」の数学的モデル

式①の解から、矢が的の中心にあたるためには、何本目の肘木すれすれに矢を飛ばせばよいか求める。その際、関数電卓の高次方程式機能を用いる。

式①の解を求めると、頂点の x 座標が 895.6921938 と 64.30780618 の2つとなる。そこで、頂点の x 座標について、以下の問に取り組む。

どちらの数値が問題に合致しているでしょうか。理由も含めて記述してください。

この問では、上記で設定したFにあてはまる2つの値について解の吟味をおこなう。その際、上記の漫画の場面に着目する (図2, 3)。頂点の x 座標が 895.6921938 の場合、矢の発射地点からの的までの距離である120 mより遠い地点が矢の軌道の頂点となってしまう。そのため、矢の発射地点からの的まで直線に近い軌道で矢が飛んでしまう。頂点の x 座標が 64.30780618 の場合、矢の発射地点からの的の間で矢の軌道の頂点となる。二十本目の肘木までの距離が 68.4 m であることから、矢を的にあてるためには二十本目の肘木すれすれに飛ばさなくてもよいことが明らかとなる。

第4に [問3]に取り組む。

[問3] 矢が的にあたる時、二十本目の肘木以外では、何本目の肘木すれすれに飛ばせばよいか求めてみましょう。

〔問 3〕では、まず、矢が 2 点 A (0,1), V (F,5) を通る 2 次関数の式を求める。そして、 $x = 120$ を代入し、 $x = 120$ のときの変数 F の関数を求める (㉞)。

$$y = -\frac{4}{F^2} \times 120^2 + \frac{8 \times 120}{F} + 1 \cdots \text{㉞}$$

この式㉞の F にいろいろな数値を代入することで、矢が的に中るときの F の変域を求め、二十本目のほかには、矢を何本目の肘木すれすれに飛ばせばよいかを求める。その際、関数電卓のカルク機能を用いる。

最後に以下の〔問題〕に取り組む。

〔問題〕今回、「通し矢」を題材とした問題を解決するにあたり、様々な仮定・条件を設定しました。今回設定した仮定・条件をもう一度自身で見直してみて、関数電卓を用いて改めて問題を解決してみてください。その際、どんな仮定・条件を設定したかを書いてください。

この問題は、学生らが自身で仮定、条件の再設定をおこない、関数電卓を用いて問題解決をおこなう。学生自身が仮定、条件設定をおこなうため、実際の値に近い数値を用いた解決や物理的な側面に着目した条件を用いた解決が期待できる。〔問題〕では、〔問 1〕の解決を再度おこなう。

2. 静岡県内国立大学理系学部でのワークショップの実際

ここでは、静岡県内国立大学理系学部でのワークショップの報告をおこなう。実施日は、2021 (令和 3) 年 8 月 27 日であり、対象は、静岡県内国立大学理系学部学生 20 名である。なお、感染症予防の観点からワークショップは遠隔 Web 会議サービスを用いておこなった。ここでは、各問でのワークシートの記述内容について報告する。

2.1. 条件設定と〔問 1〕について

ここでは、主に仮定、条件設定についての記述を取り上げる。20 人中 17 人が物理的な側面に着目した条件を指摘していた。具体的には、学生 N.K は、「矢の初速」や「空気抵抗」といった条件を指摘している (図 5)。

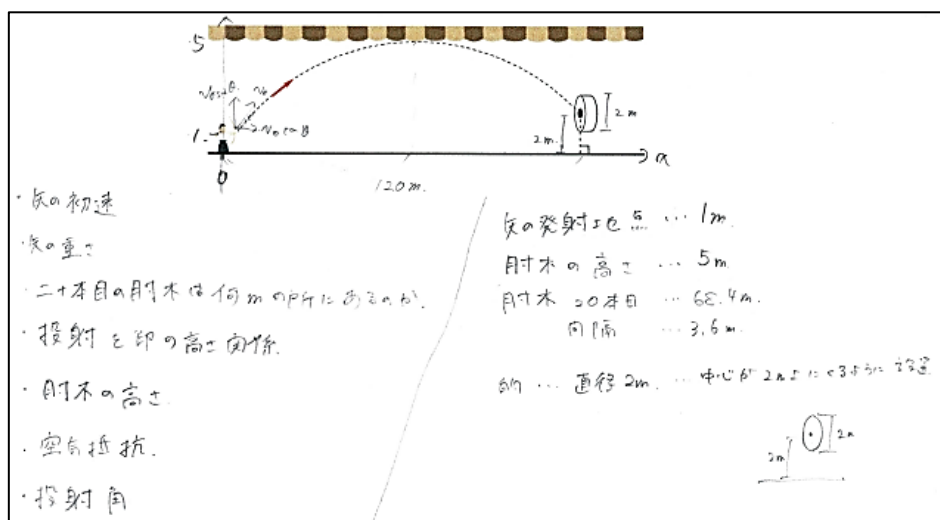


図 5 学生 N.K の回答

他には、重力加速度等について指摘している学生も見ることができた。

筆者が想定していなかった回答としては、以下が挙げられる。学生 T.S は、『すれすれ』の定義について指摘している（図 6）。また、学生 Y.S は、「肘木すれすれ」について、矢の発射地点を表す y 座標をもとに考察し、「肘木すれすれとは投射地点を y 座標 O としたとき y 座標はいくつか」と回答している。学生 Y.S は、暗黙の裡に、「通し矢」の場面の中に座標軸を設定しており、「通し矢」の数学的モデルの構築に向け条件設定をおこなっているのではない（図 7）。ワークショップでは、肘木すれすれの高さを 5 m とする、と設定した。すれすれの定義について指摘している学生は 3 名であった。

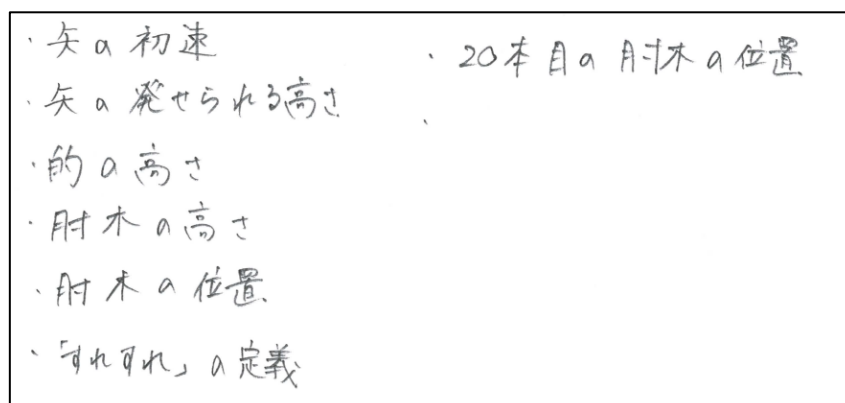


図 6 学生 T.S の回答

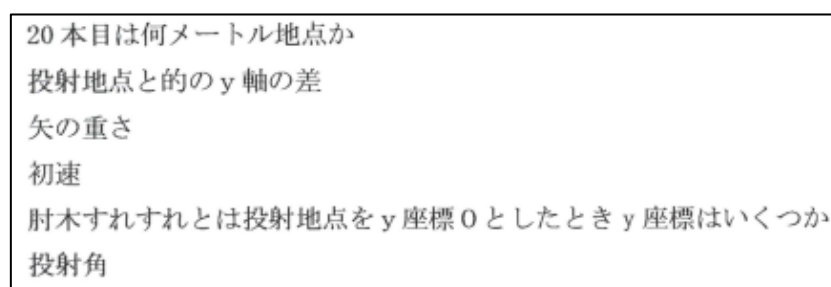


図 7 学生 Y.S の回答

問 1 の解説後、「関数電卓を用いて〔問 1〕を解いてみて、わかったことや気づいたことは何ですか？」という質問をおこなった。回答の一部を紹介する。11 人の学生が学生 S.F のようなカルク機能の利便性について回答していた（図 8）。

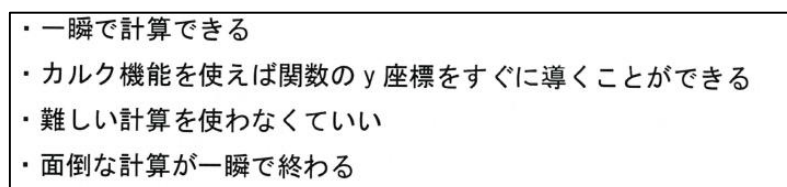


図 8 学生 S.F の回答

また、学生 R.S は、仮定、条件の再設定に繋がることが想起できる回答をしていた（図 9）。しかし、この学生は、仮定、条件の再設定の際、記述にある空気抵抗ではなく、矢の揚力に着

目し問題解決をおこなっていた。

中に当てはまる

実際に理論上の値を計算してみると、20 本目の肘木よりも手前に弓矢を打つのが良いということが分かったが、空気抵抗等の現実的な障害を考えると、20 本目の肘木を狙うのが良いのが気になった。

図 9 学生 R.S の回答

2.2. [問 2] について

ここでは、解の吟味についての記述を取り上げる。筆者は、学生が漫画の場面をもとに解を吟味することを期待していた。学生 R.M は、関数電卓によって得られた 2 つの値に対して、矢の発射角度を求め、漫画の場面と照らし合わせて解を吟味していた (図 10)。

<理由>
895.69 の場合 $\arcsin(1/120)=0.477\dots^\circ$ に近い角度で飛ぶ軌道となるが、そのためには水平方向にかなりの速度が必要である。しかし、漫画に「水平に近くに構えると 向こうへ届く前に縁にささる……」とあるように、弓道ではそのような速度を出すことができないので不適である。
64.31 の場合 $\arcsin(4/64.31)=3.566\dots^\circ$ で矢を放っている。このときの水平方向の速度を v とする。問 1 の時、 $\arcsin(4/68.4)=3.353\dots^\circ$ で矢を放っている。このときの水平方向の速度を u とする。矢の初速は一定であると考え、 $v < u$ となるのでこのような水平方向への速度を出すことは可能である。以上のことから 64.31 は適当である。

図 10 学生 R.M の回答

この学生 R.M のように、漫画の場面に触れて解を吟味している学生は 3 名であった。漫画の場面には直接触れていることは読み取ることができなかったが、矢の軌道が直線に近い軌道になってしまうことについて触れている学生は 4 名であった。学生 S.F は、頂点の x 座標が 895 になってしまうことから、895 m まで矢が上昇し続けることは非常識としている (図 11)。

64.31 のほうが適している。
理由
人のいる場所からのまでの距離は 120m である。ここで矢の常識的な軌道を考えると 895m で頂点になるということは、895m の距離を弓で投げた矢が上昇し続けるほど速いということである。なによりほぼ弓で飛ばした矢が水平に飛ぶというのはあまりに非常識であるから 895m は不適である。

図 11 学生 S.F の回答

学生 Y.S は、ワークショップでは不適とした解 (895.6921938) について、人の視力に着目し解を吟味している。人の視力では、「249 本目や 250 本目と区別することはできない」ないため、解として不適であることを記述している (図 12)。

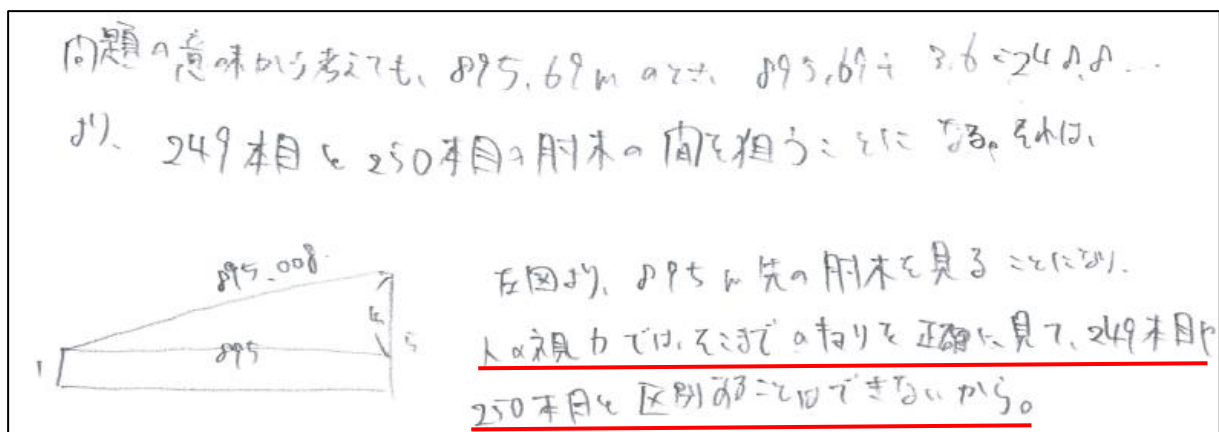


図 12 [問 2] の解の吟味に対する学生 Y.S の回答（下線は筆者加筆）

また、8 名の学生が放物線の頂点の x 座標について、 $0 \leq x \leq 120$ という変域を設け、解を吟味していた。具体的には、学生 N.K の回答である（図 13）。筆者は、授業内で、肘木を表す $y = 5$ という直線の変域を $0 \leq x \leq 120$ と設定した。この設定が、矢の軌道を表す放物線の頂点の座標にも影響しているのではないだろうか。

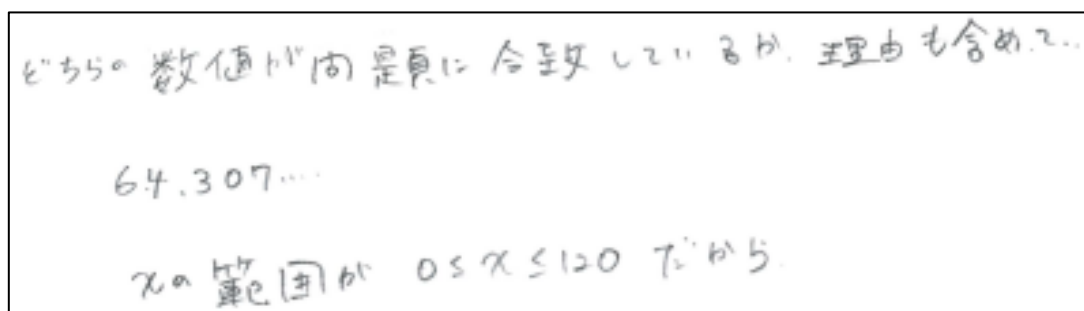


図 13 学生 N.K の回答

2.3. [問 3] について

問 3 では、実際に関数電卓のカルク機能を活用し、問題解決をおこなっている様子をワークシートから確認することができた。具体的には、学生 M.W の回答を取り上げる。関数電卓のカルク機能を活用し、矢の軌道を表す式 ($y = -\frac{4}{F^2} \times 120^2 + \frac{8 \times 120}{F} + 1$) に様々な値を代入することで問題解決をおこなっている。また、的を表す値域 ($1 \leq y \leq 3$) に注意し、結論を導き出している（図 14）。

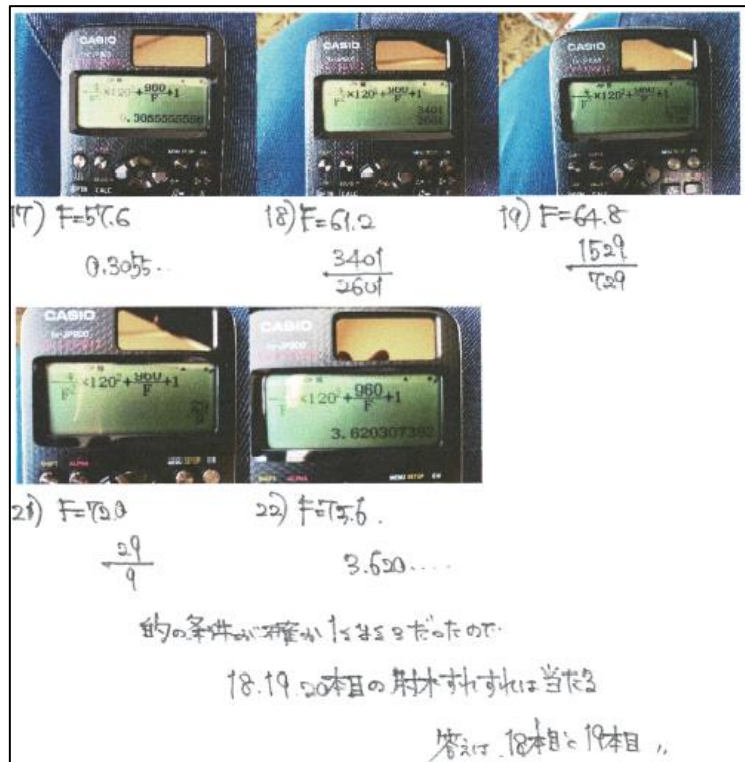


図 14 学生 M.W の回答

この問では、矢の軌道を表す式に、矢の発射地点から様々な肘木までの距離を代入し、射的を表す値域 ($1 \leq y \leq 3$) をもとに問題解決をおこなうことを期待していた。学生 N.K は、矢が射的の上部にあたるときの放物線の頂点の x 座標、射的の下部にあたるときの放物線の頂点の x 座標をそれぞれ求めている。そして、肘木の間隔より、矢の発射地点から各肘木までの距離を求め、前述の 2 つの頂点の x 座標をもとに問題解決をおこなっている (図 15)。この学生が、この問において関数電卓をどのように用いたのかは読み取ることができない。なお、図 15 中の、「 $y=1$ のとき $l=60$ 」が、矢が射的の下部に中るとき、矢の発射地点から矢の軌道の最高到達点までの距離が 60 m ということ、「 $y=3$ のとき $l \approx 409.7$ は不適なので $l \approx 70.3$ 」が、矢が射的の上部にあたるとき、矢の発射地点から矢の軌道の最高到達点までの距離が約 70.3 m ということを表している。

頂点 $E(8, 5)$ とする

$$y = a(x - 8)^2 + 5 \quad \text{①}$$

$(0, 1)$ を代入

$$1 = a(0 - 8)^2 + 5$$

$$a = -\frac{4}{8^2}$$

これを ① に代入

$$y = -\frac{4}{8^2}(x - 8)^2 + 5$$

$$= -\frac{4}{8^2}x^2 + \frac{8}{8}x + 1$$

$x = 120$ のとき ② は

$$y = -\frac{4}{8^2} \cdot 120^2 + \frac{8}{8} \cdot 120 + 1$$

$y = 1$ のとき $x = 60$
 $y = 3$ のとき $x = 404.7$ は不適 となる $x = 170.3$

$$\begin{cases} 3.6 \times 16 = 57.6 \\ 3.6 \times 17 = 61.2 \\ 3.6 \times 18 = 64.8 \\ 3.6 \times 20 = 72 \end{cases}$$

したがって、十八日目と十九日目

図 15 学生 N.K の回答（四角囲みは筆者加筆）

2.4. [問題] について

ここでは、[問題] について学生がどのような仮定、条件の再設定をおこない、問題解決をおこなっているか、そしてどのような結果を得ているかに着目する。

学生 K.K は、矢の速度や重力加速度、矢の発射地点について仮定、条件の再設定をおこなっている。学生 K.K は、矢の速度については、「調べてでてきた値」としている。そして、矢を高さ 5 m の位置から水平投射するとしているが、なぜ高さ 5 m 地点なのかは読み取ることができない。この学生は、条件の再設定の結果、矢は的まで「届かなくなってしまった」と記述している（図 16）。

☒ 「通し矢」の場面を横から見ている。 ☒ 矢の発射地点からのまでの距離は 120 m とする。 ☒ 矢の最高到達点は 5 m。 ☐ 射手が縁側に座っている地点を原点 0 とする。 ☐ 矢の先端を点 P (x, y) とおく。 ☐ 矢の発射地点を点 A (0, 1) とする。 ☐ 的の中心を点 B (120, 2) とする。 ☐ 的を線分で表す。	☐ 矢の軌道を放物線とする。 ☐ 矢の発射地点を縁側から高さ 1 m の地点とする。 ☒ 肘木すれすれの高さは 5 m とする。 ☐ 肘木の間隔は 3.6 m とする。 ☒ 矢の発射地点から二十本目の肘木までの水平距離は 68.4 m とする。 ☒ 的の直径を 2m とし、縁側から高さ 2m の地点に的の中心がくるように設置する。
--	--

自身で設定した仮定・条件があれば書いてください。個数に限りはありません。

☐ 矢の速度は $170 \text{ km/h} \approx 47.222 \dots \text{ m/s}$
☐ 重力加速度 9.8 m/s^2
☐

(a') $0.6388 \times 47.222 \dots = 30.1655 \dots$
 (b') $0.9035 \times 47.222 \dots = 42.6650 \dots$
 ∴ $120 - 68.4 = 51.6$
 7 ので
 (a') (b') でも 1 的に選んでいない。

170 km/h というのは調べてやってみたけど、斜方に飛んでいってしまっていた。

高さ 5m の位置から水平方向 170 km/h で発射したと考える。
 a) 的の上端までの t_1
 $y = \frac{1}{2} g t_1^2$ $2 = \frac{1}{2} \cdot 9.8 t_1^2$
 $t_1 = 0.6388 \dots$
 b) 的の下端までの t_2
 $y = \frac{1}{2} g t_2^2 + 1$ $4 = \frac{1}{2} \cdot 9.8 t_2^2$
 $t_2 = 0.9035 \dots$

図 16 学生 K.K の回答（下線は筆者加筆）

学生 K.K のように、物理的な側面の仮定、条件の再設定をおこなった学生は、学生 K.K のほかに 7 名確認できた。2.1. での条件設定において物理的な側面の仮定、条件が多かったように、矢の飛び方については、斜方投射によってしまうことが想起される。

学生 Y.S は、矢の発射地点について再設定をおこなっている（図 17）。ワークショップでは、木版画『三十三間堂通し矢図』に描かれている弓の長さから矢の発射地点を決定したが、学生 Y.S は、座ったときの肩までの位置をもとに条件の再設定をおこなっている。また、関数電卓を用いて問題解決をおこなっている旨の記述もある。

☒ 「通し矢」の場面を横から見ている。	☒ 矢の軌道を放物線とする。
☒ 矢の発射地点から的までの距離は 120 m とする。	☐ 矢の発射地点を縁側から高さ 1 m の地点とする。
☒ 矢の最高到達点は 5 m。	☒ 肘木すれすれの高さは 5 m とする。
☒ 射手が縁側に座っている地点を原点 0 とする。	☒ 肘木の間隔は 3.6 m とする。
☒ 矢の先端を点 P (x, y) とおく。	☒ 矢の発射地点から二十本目の肘木までの水平距離は 68.4 m とする。
☐ 矢の発射地点を点 A (0, 1) とする。	☒ 的の直径を 2m とし、縁側から高さ 2m の地点に的の中心がくるように設置する。
☒ 的の中心を点 B (120, 2) とする。	
☒ 的を線分で表す。	

自身で設定した仮定・条件があれば書いてください。個数に限りはありません。

☒ 矢の発射地点を点 A (0, 0.6) とする。 (流した水の肩で設置した的 60cm)

☐ $y = a(x - 68.4)^2 + 5$

☐ $0.6 = 68.4^2 a + 5$

$a = \frac{-4.4}{68.4^2}$

$\therefore y = \frac{-4.4}{68.4^2} (x - 68.4)^2 + 5$

$y = f(x)$ と(たいてい)
内政電算機
 $f(120) = 2.49596777 \dots$

的の y 座標は、1.43 まで。

$1 \leq f(120) \leq 3$ だ)。 的に当たる。

図 17 学生 Y.S の回答（下線は筆者加筆）

3. 東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの実際

ここでは、東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの報告をおこなう。実施日は、2021（令和 3）年 9 月 9 日であり、対象は、東京都内国立大学理工系学部学生 8 名である。ここでは、各問でのワークシートの記述内容について報告する。

3.1. 条件設定と〔問 1〕について

ここでは、主に仮定、条件設定についての記述を取り上げる。8 人中 4 人が物理的な側面に着目した条件を指摘していた。具体的には、学生 H.T の回答である（図 18）。この学生は、「矢の初速度と向き」や「重力加速度の大きさ」といった条件を指摘している。

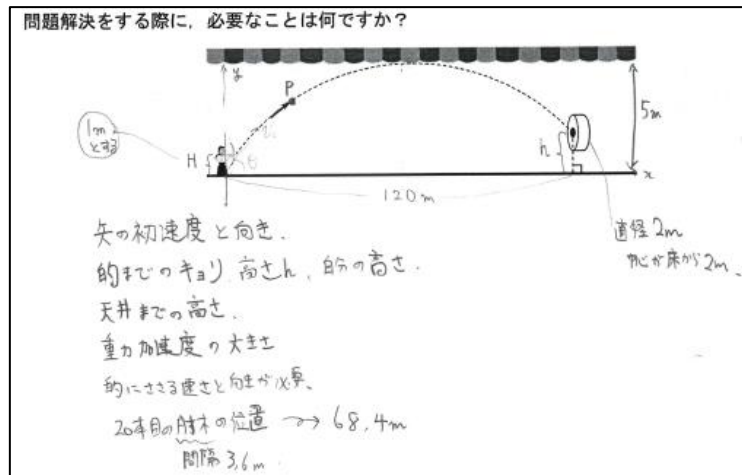


図 18 学生 H.T の回答

次に取り上げるのは、学生 M.H の回答である。この学生は、座標軸の設定について指摘している（図 19）。ワークシート内に記載している「通し矢」のモデルから、「通し矢」の数学的モデルの構築に向け、仮定、条件の設定をおこなったと推察できる（指導案参照）。

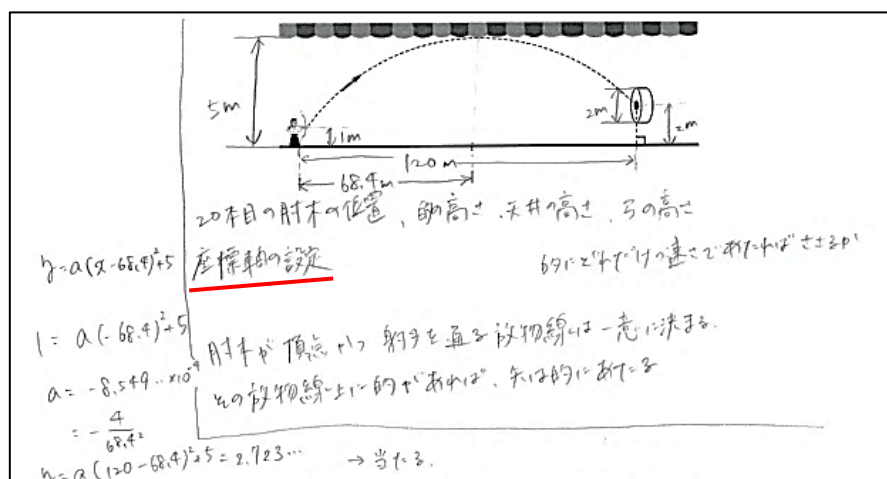


図 19 学生 M.H の回答（下線は筆者加筆）

〔問 1〕の解説後、「関数電卓を用いて〔問 1〕を解いてみて、わかったことや気づいたことは何ですか？」という質問をおこなった。回答の一部を紹介する。以下が学生 H.T の記述である（図 20）。この学生は、〔問 3〕でおこなう、二十本目の肘木以外で的にあてることができる肘木は何本目かという課題につながる記述をしている。

- ・ 発射角度・角度は、〔問 1〕を解決する上では必要ないということにしばらく気づかなかった。→ 本日の軌道を再現できるとき確認することは必要。
- ・ 漫画の記述が、実際の通矢の場面から読み取った情報のみを用いて、正しいと示せたことが面白い。あるいは、版画の精度が高いとも考えられる。
- ・ 代入計算が2も楽。
- ・ 19本目と21本目の肘木では通し矢がどのくらい確認も面白い。

図 20 学生 H.T の回答

3.2. [問2] について

ここでは、解の吟味についての記述を取り上げる。2.2.と同様に、漫画の場面をもとに解を吟味することを期待していたが、本章のワークショップにおいては記述を見ることができなかった。

学生 M.T は、適切ではない方の解について、「ほぼ水平に矢を射出するもので、現実的でない」と記述している（図 21）。

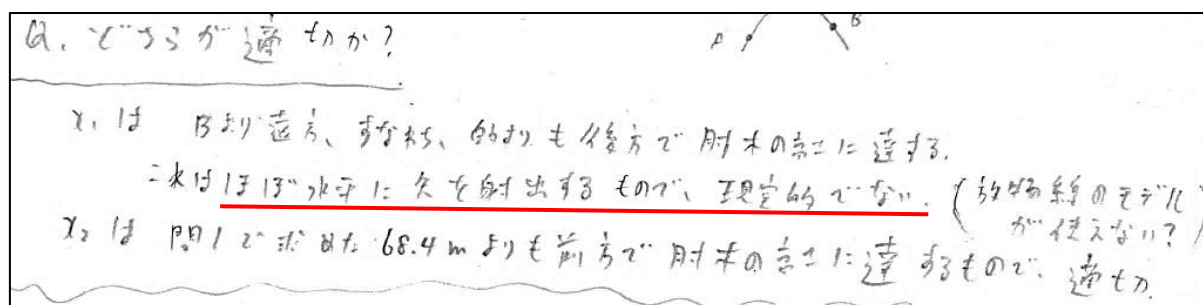


図 21 学生 M.T の回答（下線は筆者加筆）

また、2.2.と同様に、放物線の頂点の x 座標について、 $0 \leq x \leq 120$ という変域を設け、解を吟味している学生は 4 名であった。

3.3. 問3 について

問 3 では、実際に関数電卓のカルク機能を活用し、問題解決をおこなっている様子を確認することができた（図 22）。

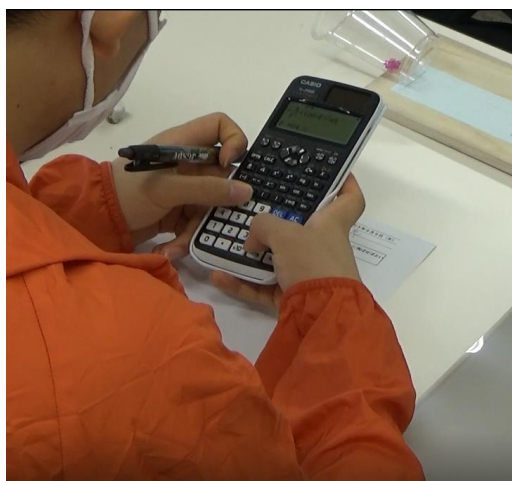


図 22 関数電卓を用いて問題解決をおこなっている様子

2.3.と同様に、この問では矢の軌道を表す式に、矢の発射地点から様々な肘木までの距離を代入し、的を表す値域 ($1 \leq y \leq 3$) をもとに問題解決をおこなうことを期待していた。学生 M.T は、矢の発射地点から、 n 本目の肘木までの距離を表す式（図中の $3.6 \times (n-1)$ という式）を立式している。その式を用いることで、肘木の本数を表す数値を代入し結論を導き出している（図 23）。

Q. 6mに当たるか?

$x=120$ のとき $1 \leq y \leq 3$ となるか?

$$y = -\frac{4}{F^2} (120 - F)^2 + 5$$

h本の用材 $\dots 3.6 \times (h-1) \text{ [m]}$

$$F = 3.6 \times (h-1) \text{ とする。}$$

$$y = -\frac{4}{(3.6 \times (h-1))^2} (120 - 3.6 \times (h-1))^2 + 5$$

CALC

$h=22, 3.62 \text{ [m]}$ ← 3より大きい (6mに当たらない)
 $h=21, 3.2 \text{ [m]}$ ✓
 $h=20, 2.7 \text{ [m]}$
 $h=19, 2.1 \text{ [m]}$
 $h=18, 1.3 \text{ [m]}$ } 0.4
 $h=17, 0.31 \text{ [m]}$ ← 1より小さい (6mに当たらない)
 $h=16, -0.98 \text{ [m]}$ ← 全く当たらない

図 23 学生 M.T の回答

3.4. [問題] について

ここでは、[問題] について学生がどのような仮定、条件の再設定をおこない、問題解決をおこなっているか、そしてどのような結果を得ているかに着目する。4名の学生が物理的な側面の仮定、条件の再設定をおこなっていた。学生 H.T は、問 1 での仮定、条件設定の際にも挙げていた、矢の初速や重力加速度を再設定している (図 24)。

自分で設定した仮定・条件があれば書いてください。個数に限りはありません。

☒ 矢の初速の上限を 200 km/h とする。
☒ 重力加速度を $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ とする。
☐

初速を 16 m/s 、発射時の水平に対する角度を θ とする。

時刻 t での矢の位置は $x = v_0 \cos \theta \cdot t$ $y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 + 1$

これを消去して矢の軌道の式を得ると、 $y = \tan \theta x - \frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} x^2 + 1$

$$= -\frac{g}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} \left(x - \frac{v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \right)^2 + \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} + 1$$

最高点 $y = 5$ とすると、 $\frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} + 1 = 5 \quad \therefore \sin^2 \theta = \frac{8g}{v_0^2} \quad \cos^2 \theta = 1 - \frac{8g}{v_0^2}$

$$\therefore \sin \theta = \frac{\sqrt{8g}}{v_0} \quad \cos \theta = \sqrt{1 - \frac{8g}{v_0^2}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{8g}}{\sqrt{v_0^2 - 8g}}$$

よって軌道は、 $y = \frac{\sqrt{8g}}{\sqrt{v_0^2 - 8g}} x - \frac{g}{2(v_0^2 - 8g)} x^2 + 1$

$x=120$ かつ $1 \leq y \leq 3$ となる v_0 の範囲を、 $y = \frac{\sqrt{8g}}{\sqrt{v_0^2 - 8g}} \times 120 - \frac{g}{2(v_0^2 - 8g)} 120^2 + 1$ と数値モードを利用した $x=3$ 、 $v_0 = 68 \sim 78$ の範囲に自明に当たるとわかった。

$200 \text{ km/h} = 55.6 \text{ m/s}$ なので、この威力の弓では通し矢は威力が足りない。

図 24 学生 H.T の回答

また、矢が的に中ることを前提として、矢が的にあたるための水平方向の狙いの角度の大きさを求め、狙いが何 m ずれても的に中るかを求めている回答も見られた。学生 I.O は、ワークショップで取り扱った xy 平面だけではなく、新たに z 軸を追加し、3次元空間で考察をおこなっている。具体的には、矢の先端を点 (x, y, z) とおき、矢が的にあるとき、 z 軸方向にどのくらいの角度の誤差が存在してよいかを求めている (図 25)。結果として、 z 軸方向の狙いの誤差が $0.39 m$ 以下である必要があるとしている。

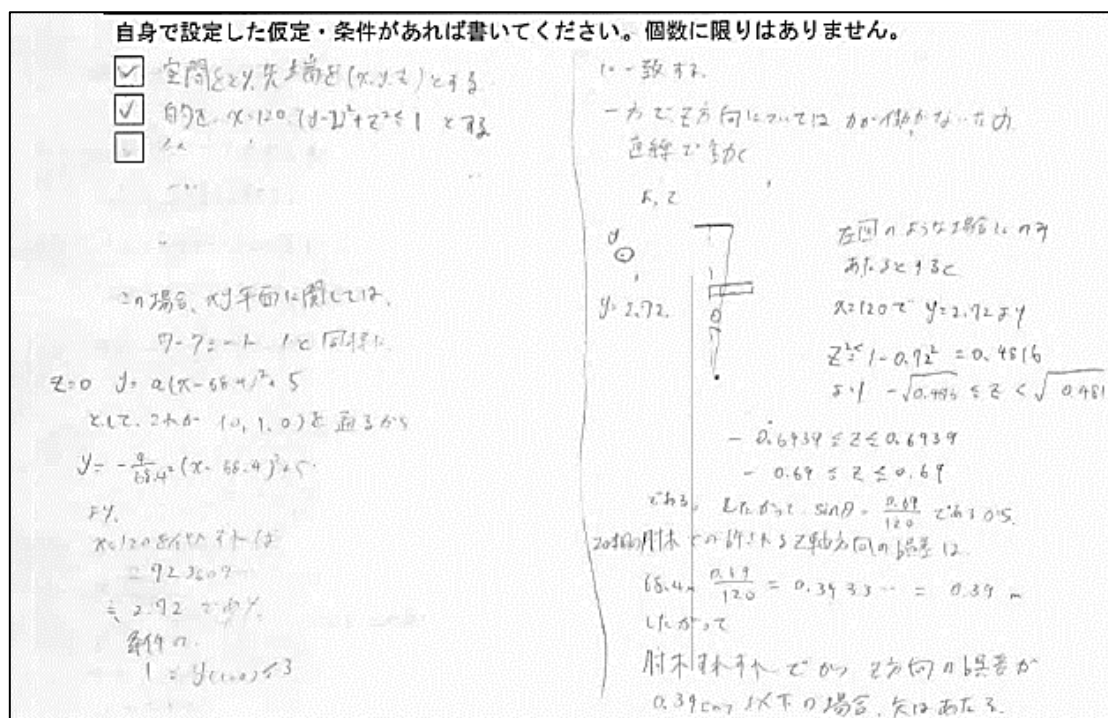


図 25 学生 I.O の回答

4. 静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップを实践してみてもいい

本ワークショップでは、漫画『弓道士魂』の場面をもとに、関数電卓のカルク機能や高次方程式機能を用いて問題解決をおこなった。問2の解の吟味において、漫画の場面をもとにして吟味している学生が少なかった。漫画の場면을基にして問題解決をおこなっているからこそ、漫画の場面に戻って検討するように伝えるべきであっただろう。

本ワークショップでは、主に「問3」やその後の「問題」において、関数電卓を利活用している様子を見ることができた。関数電卓を用いることで、複雑な計算を容易にし、得られた結果の意味を考察しやすくしているのではないだろうか。

本ワークショップの間の設定について、東京都内国立大学理工系学部学生の学生 M.T は、問 1 の段階で矢が的の中心にあたらないことから、的の中心にあてるためには肘木何本目を狙えばよいかということを考察していた。考察の結果、二十本目ではなくてもよいことがわかったため、二十本目の肘木のほかには何本目の肘木すれすれを狙えばよいかというところまで求めていた（図 26）。以上より、問題設定としては自然な流れであったのではないかと

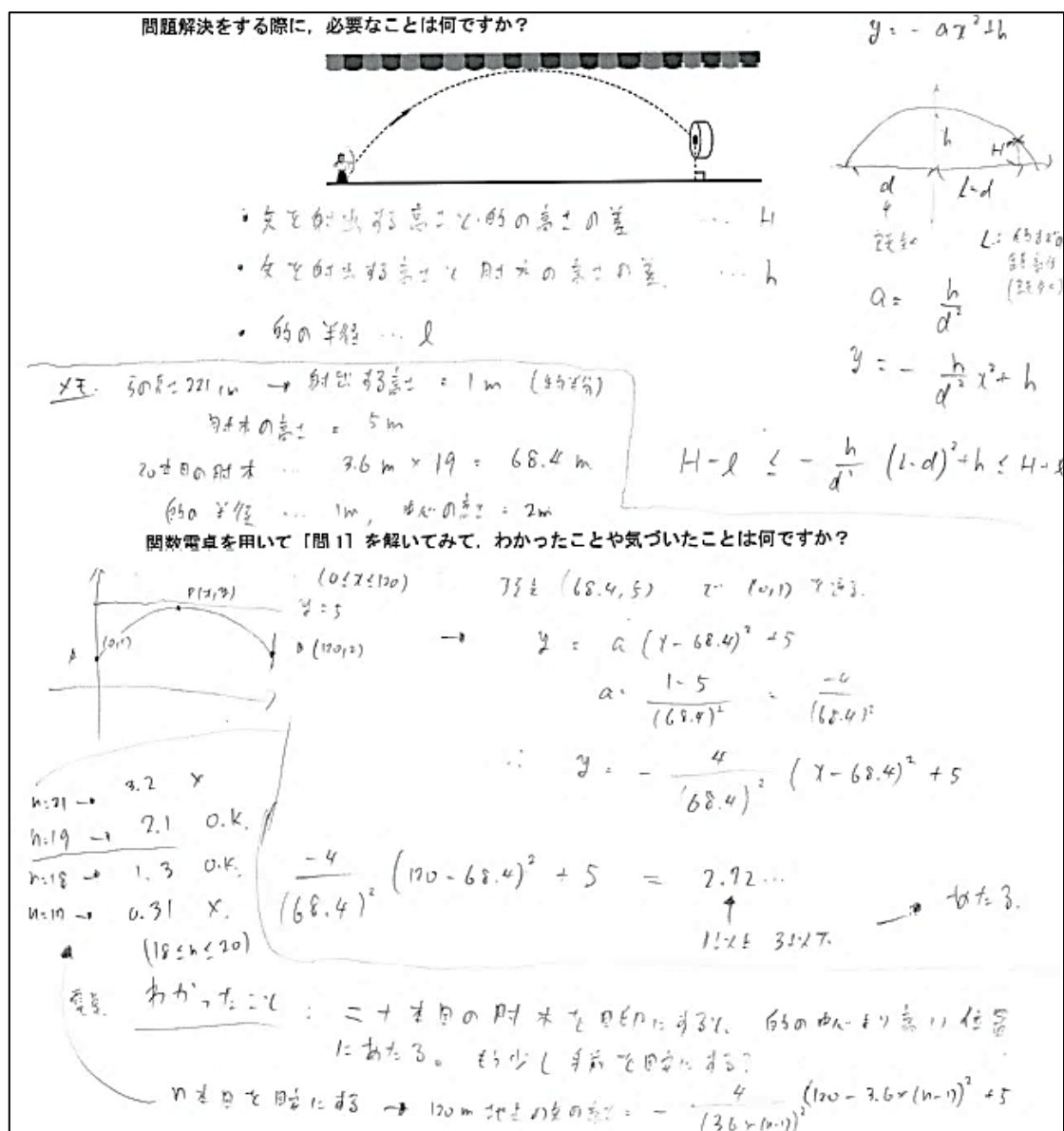


図 26 東京都内国立大学理工系学部学生の学生 M.T のワークシート

今後は、高校生を対象とした実践に向け、仮定、条件設定の仕方、問の構成などについて修正を重ねていきたい。

参考文献

- 佐藤陽平・塚原康介 (2021) 「関数電卓使用を前提とする変域決定問題の解法—漫画『弓道士魂』の一場面に着目して—」日本数学教育学会第 103 回全国算数・数学教育研究 (埼玉) 大会『大会発表要旨集』p.396
- 塚原康介・佐藤陽平 (2021) 「関数電卓使用を前提とする 2 次関数の授業提案—漫画『弓道士魂』の一場面に着目した変域決定問題—」日本数学教育学会第 103 回全国算数・数学教育研究 (埼玉) 大会『大会発表要旨集』p.395