

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ เรขาคณิตวิเคราะห์

เรื่อง ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

เวลา 50 นาที

ผลการเรียนรู้

เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับเรขาคณิตวิเคราะห์ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

ทฤษฎีบท ระยะทางระหว่างเส้นตรง $Ax + By + C = 0$ กับจุด (x_1, y_1) เมื่อ A, B และ C เป็นค่าคงตัวที่ A และ B ไม่เป็นศูนย์พร้อมกัน คือ $d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจวิธีใช้สมการเพื่อหาระยะทาง (d) ระหว่างจุดกับเส้นตรง
2. เข้าใจค่า (d') ที่ได้จากการนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ในสูตรการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงออก และสามารถเชื่อมโยงกับความสัมพันธ์ในเชิงตำแหน่งระหว่างจุดกับเส้นตรงได้

สรุปหัวข้อ

1. ทบทวนสมการการหาระยะทาง (d) ระหว่างจุดกับเส้นตรง และฝึกการใช้สมการ
2. การคำนวณค่า (d') ที่ได้จากการนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ (มอดุลัส) ในสูตรการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงออก ให้สำรวจความเชื่อมโยงระหว่างสัญลักษณ์ของ (d') กับความสัมพันธ์ในเชิงตำแหน่งระหว่างจุดกับเส้นตรง และค้นพบว่าเครื่องหมายของ (d') จะแตกต่างกัน ขึ้นอยู่กับว่าจุดอยู่เหนือเส้นตรงหรืออยู่ใต้เส้นตรง
3. ตรวจสอบเงื่อนไขที่ทำให้จุดมีระยะทาง (d) จากเส้นที่กำหนดเท่ากัน เพื่อทำความเข้าใจว่า จุดที่มีค่า d เท่ากัน คือจุดที่อยู่บนเส้นตรงเส้นใดเส้นหนึ่งในสองเส้นที่ขนานกับเส้นตรงที่กำหนด

สื่อการเรียนรู้

เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ และใบกิจกรรม

กระบวนการจัดการเรียนรู้

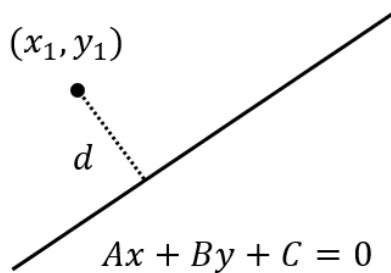
บทนำ

ในบทเรียนนี้ ผู้เรียนจะได้ตรวจสอบสมการการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง และทำความเข้าใจเกี่ยวกับความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งระหว่างจุดและเส้นตรงให้มากยิ่งขึ้น

ตรวจสอบสมการการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

ผู้สอนให้ผู้เรียนเขียนสมการการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง ซึ่งเป็นจุดเน้นของบทเรียนนี้

สูตรการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงที่แสดงในภาพ คือ



$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

ผู้สอนเน้นย้ำผู้เรียนว่า
ต้องมีสัญลักษณ์
ค่าสัมบูรณ์อยู่ในตัวเศษ

กิจกรรมที่ 1

ใช้สูตรในการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ฝึกการใช้สมการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงในข้อต่อไปนี้

- ① จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(4, 2)$

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|2 \times 4 - 3 \times 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{|8 - 6 + 1|}{\sqrt{13}} = \frac{|3|}{\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13} \approx 0.83$$

ป้อนค่าสูตรลงในเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ fx-991CW และกดยืนยัน

	Func Analysis Probability Numeric Calc Angle/Coord/Sexa	Absolute Value Round Off	
$\frac{ 2 \times 4 - 3 \times 2 + 1 }{\sqrt{2^2 + (-3)^2}}$	$\frac{ 2 \times 4 - 3 \times 2 + 1 }{\sqrt{2^2 + (-3)^2}}$	Standard Decimal ENG Notation Sexagesimal	$\frac{ 2 \times 4 - 3 \times 2 + 1 }{\sqrt{2^2 + (-3)^2}}$ 0.8320502943

② จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(5, 0)$ และจุด $(2, 3)$

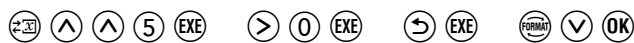
(ใช้ฟังก์ชันตัวแปรของเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการคำนวณ)

ขั้นแรก ตั้งค่าสมการโดยใช้ค่า x และ y



$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}$$

ป้อนค่า $x = 5$ และ $y = 0$ และหาระยะทางจากเส้นตรงถึงจุด $(5, 0)$



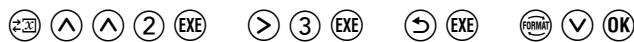
$$\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ E=0 \\ x=5 \\ z=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \\ F=0 \\ y=0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ E=0 \\ x=5 \\ z=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \\ F=0 \\ y=0 \end{array}$$

$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \frac{11\sqrt{13}}{13}$$

$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = 3.050851079$$

ป้อนค่า $x = 2$ และ $y = 3$ และหาระยะทางจากเส้นตรงถึงจุด $(2, 3)$



$$\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ E=0 \\ x=2 \\ z=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \\ F=0 \\ y=0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ E=0 \\ x=2 \\ z=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \\ F=0 \\ y=3 \end{array}$$

$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = \frac{4\sqrt{13}}{13}$$

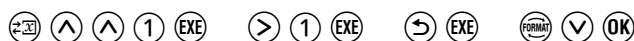
$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = 1.109400392$$

➔ ระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(5, 0)$ คือ $\frac{11\sqrt{13}}{13} \approx 3.05$

➔ ระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(2, 3)$ คือ $\frac{4\sqrt{13}}{13} \approx 1.11$

③ จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(1, 1)$

ป้อนค่า $x = 1$ และ $y = 1$ ลงไปในสมการเดียวกับในข้อ ② และหาระยะทางจากเส้นตรงถึงจุด $(1, 1)$



$$\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ E=0 \\ x=1 \\ z=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \\ F=0 \\ y=1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} A=0 \\ C=0 \\ E=0 \\ x=1 \\ z=0 \end{array} \quad \begin{array}{l} B=0 \\ D=0 \\ F=0 \\ y=1 \end{array}$$

$$\frac{|2x-3y+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}} = 0$$

จะได้ว่า $d = 0$

คำถาม เมื่อค่า d เป็นศูนย์ มีความหมายว่าอะไร

→ ถ้าระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงเป็นศูนย์ หมายความว่าจุดนั้นอยู่บนเส้นตรง

คำถาม จะเกิดผลกระทบอย่างไร ถ้าไม่มีสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์กำกับอยู่ในสมการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

→ ถ้าไม่มีสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์กำกับ ค่าของตัวเศษอาจเป็นลบ (ดังตัวอย่างในกิจกรรมที่ 1-①) ซึ่งทำให้ระยะทาง (d) มีค่าเป็นลบ ดังนั้น จึงต้องใส่สัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์เพื่อให้ระยะทาง (d) มีค่าเป็นบวกเสมอ

กิจกรรมที่ 2

ตรวจสอบความหมายของค่าบวกหรือค่าลบที่ได้ เมื่อสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ถูกนำออกจากสมการ

ปัญหา 1: ความหมายของการได้ค่าบวกหรือค่าลบ เมื่อสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ถูกนำออกจากสูตรหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงคืออะไร

อันดับแรก ควรตรวจสอบอะไรเพื่อคิดเกี่ยวกับปัญหา 1

→ การใช้ค่าเฉพาะสำหรับจุดและเส้นตรง การหาค่าหลังจากนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสูตร จากนั้นลงพิกัดจุด

กิจกรรมที่ 2-1

① หาระยะ d' (ค่าที่ได้จากการนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสูตร) ระหว่างเส้นตรง $x - y - 1 = 0$ และจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สำหรับค่าทศนิยม ให้ปัดเศษเป็นค่าประมาณใกล้เคียงจำนวนเต็มร้อย

- | | | | |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| (1) จุด (4, 2) | (2) จุด (2, 3) | (3) จุด (5, 0) | (4) จุด (0, 0) |
| (5) จุด (2, 1) | (6) จุด (1, 2) | (7) จุด (3, 1) | (8) จุด (3, 2) |

ถ้ามีเวลาเพียงพอ ผู้สอนให้ผู้เรียนแต่ละคนพิจารณาจุดและเส้นตรงที่เฉพาะเจาะจง – ซึ่งวิธีการที่ดีที่สุดคือการให้ผู้เรียนลองผิดลองถูก แต่เพื่อให้การบรรยายดำเนินต่อไปอย่างราบรื่น ผู้สอนอาจยกตัวอย่างที่เจาะจงกับผู้เรียน

เมื่อคำนวณค่าหลายค่าจากสมการเดียวกัน การใช้ฟังก์ชัน สเปรดชีต (Spreadsheet) บนเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์จะมีความสะดวกมากยิ่งขึ้น

ขั้นแรก ป้อนค่าพิกัด X ลงในคอลัมน์ A และป้อนค่าพิกัด Y ลงในคอลัมน์ B บน สเปรดชีต (Spreadsheet)

Calculate	Statistics	Distribution
Spreadsheet	Table	Equation

	A	B	C	D
1	4	2		
2	2	3		
3	5	0		
4	0	0		

ต่อมา ป้อนสมการหาค่า d' ในคอลัมน์ C เพื่อคำนวณค่าทั้งหมดในครั้งเดียว

$$\text{จากสมการ ทราบว่า } d' = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{1 \times x_1 - 1 \times y_1 - 1}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{x_1 - y_1 - 1}{\sqrt{2}}$$

ดังนั้น กดปุ่ม $\odot$ ในช่อง C1 และเลือก เติมสูตร (Fill Formula)

ป้อนค่า $(A1 - B1 - 1)/\sqrt{2}$ ไปใน รูปแบบ (Form) และป้อนค่า C1:C8 ไปใน ช่วง (Range)

จากนั้น กดปุ่มยืนยัน ค่า d' ทั้งหมดจะถูกแสดงในคอลัมน์ C

Fill Formula	Fill Formula	Fill Formula
Fill Value	Form $= (A1 - B1 - 1) \backslash \sqrt{2}$	Form $= (A1 - B1 - 1) \backslash \sqrt{2}$
Edit Cell	Range : C1:C8	Range : C1:C8
Available Memory	Confirm	Confirm

	A	B	C	D
1	4	2	0.7071	
2	2	3	-1.414	
3	5	0	2.8284	
4	0	0	-0.707	

ดังนั้น เราจะได้ค่าต่อไปนี้

- (1) 0.71 (2) -1.41 (3) 2.83 (4) -0.71
 (5) 0 (6) -1.41 (7) 0.71 (8) 0

② ลงจุดที่ได้จาก (1) – (8) ใน ①

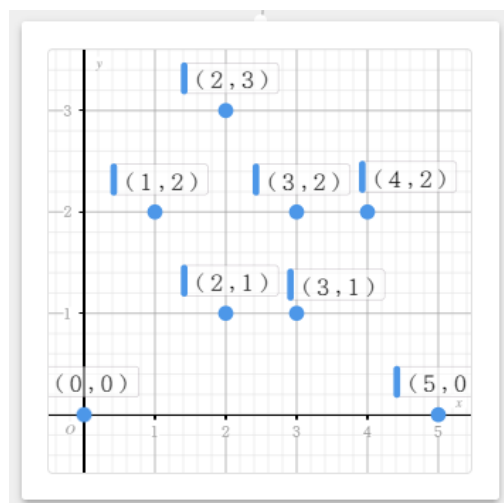
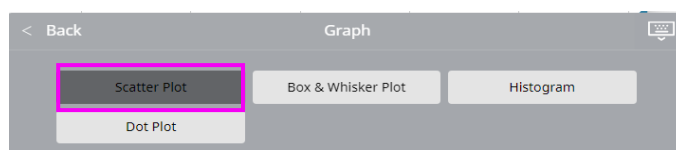
(ใช้ฟังก์ชันคิวอาร์โค้ดบนเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์เพื่อสร้างการลงจุด)

บนหน้าจอสเปรดชีต (Spreadsheet) ในข้อ ① ให้กดปุ่ม $\uparrow$ $\otimes$ แล้วสแกนคิวอาร์โค้ดที่ปรากฏ



- หลังจากเลือกคอลัมน์ A และ B จากตารางที่แสดงแล้ว ให้กด กราฟ (Graph) ได้ สถิติ (Statistics) และเลือก Scatter Plot

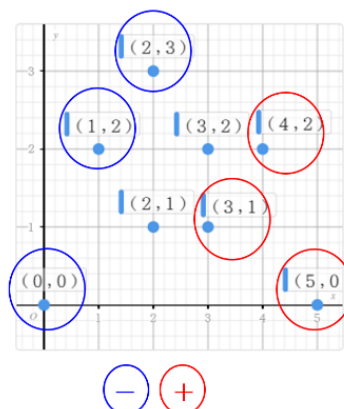
	A	B	C	D	E	F
1	4	2	0.707106			
2	2	3	-1.41421			
3	6	0	3.53553			
4	0	0	-0.707106			
5	2	1	0			
6	1	2	-1.41421			
7	3	1	0.707106			
8	3	2	0			
9						



กตที่จุดที่แสดงบนกราฟ
เพื่อแสดงพิกัดของจุด
ต่าง ๆ

③ ผู้เรียนได้เรียนรู้อะไรจากข้อ ① และ ②

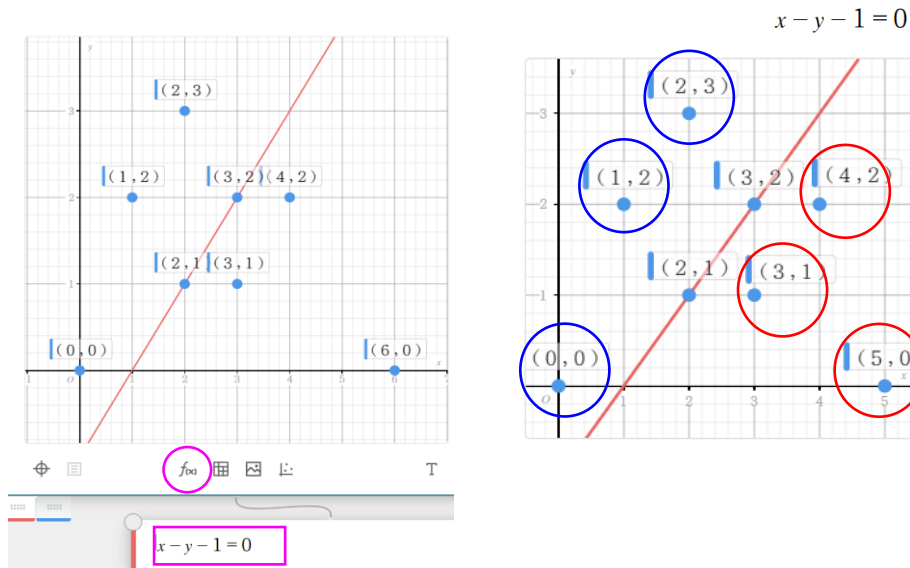
1. เรียงจุดที่ได้โดยพิจารณาว่าค่า d' เป็นบวกหรือเป็นลบ



ผู้สอนอาจเริ่มจากให้ผู้เรียน
สำรวจด้วยตัวเอง แล้ว
แบ่งปันแนวคิดที่ได้ในกลุ่ม
โดยกำกับติดตามผู้เรียน
เพื่อนำไปสู่สิ่งที่ได้จากการ
เรียนรู้ในข้อ 1. และ 2. โดย
ให้คำอธิบายตามความ
เหมาะสม

2. วาดเส้นตรง และตรวจสอบความสัมพันธ์ของตำแหน่งระหว่างเส้นตรงกับแต่ละจุด

กด $f(x)$ ที่อยู่บนการแสดงกราฟ และป้อนสมการเส้นตรง เพื่อแสดงค่า



➔ จากข้อ 1. และ 2. ข้างต้น จะเห็นว่า เมื่อ d' มีค่าเป็นลบ จุดจะอยู่เหนือเส้นตรง และเมื่อ d' มีค่าเป็นบวก จุดจะอยู่ใต้เส้นตรง

คำถาม ผลลัพธ์นี้เป็นจริงสำหรับสมการเส้นตรงใด ๆ หรือไม่
(ลองทำแบบเดียวกันกับเส้นตรงอื่น ๆ ดู)

กิจกรรมที่ 2-2

① หาระยะ d' (ค่าที่ได้จากการนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสูตร) ระหว่างเส้นตรง $x + 2y - 5 = 0$ และจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (จุดเดียวกับที่ใช้ในกิจกรรมที่ 2-1)

- (1) จุด $(4, 2)$ (2) จุด $(2, 3)$ (3) จุด $(5, 0)$ (4) จุด $(0, 0)$
(5) จุด $(2, 1)$ (6) จุด $(1, 2)$ (7) จุด $(3, 1)$ (8) จุด $(3, 2)$

จุดเหล่านี้เป็นจุดเดียวกับที่ใช้ในกิจกรรมที่ 2-1 ดังนั้นให้ใช้คอลัมน์ A และ B โดยไม่ต้องเปลี่ยนค่า

	A	B	C	D
1	4	2		
2	2	3		
3	5	0		
4	0	0		

ป้อนสมการสำหรับหาค่า d' ในคอลัมน์ C เพื่อคำนวณค่าทั้งหมดในครั้งเดียว

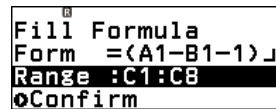
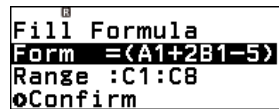
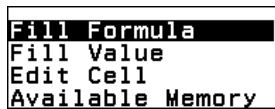
จากกิจกรรมที่ 2-1 จำเป็นต้องเปลี่ยนค่า โดยใช้ฟังก์ชัน เติมสูตร (Fill Formula) สำหรับคอลัมน์ C เท่านั้น

$$\text{จากสูตร จะได้ว่า } d' = \frac{Ax_1 + By_1 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{1 \times x_1 + 2 \times y_1 - 5}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{x_1 + 2y_1 - 5}{\sqrt{5}}$$

ดังนั้น กด $\odot$ ใน C1 และเลือก เติมสูตร (Fill Formula)

ป้อนค่า $(A1 + 2B1 - 5)/\sqrt{5}$ ไปใน รูปแบบ (Form) และป้อนค่า C1:C8 ไปใน ช่วง (Range)

กดปุ่มยืนยัน ค่า d' ทั้งหมดจะถูกแสดงในคอลัมน์ C



A	B	C	D
1	4	2	1.3416
2	2	3	1.3416
3	5	0	0
4	0	0	-2.2361
= (A1+2B1-5) / √5			

ดังนั้น จะได้ค่าต่อไปนี้

- (1) 1.34 (2) 1.34 (3) 0 (4) -2.24
 (5) 0.45 (6) 0 (7) 0 (8) 0.89

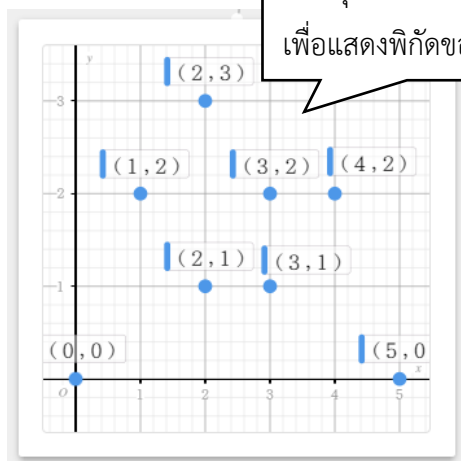
② ลงจุดที่ได้จาก (1) – (8) ใน ①

- บนหน้าจอสเปรดชีต (Spreadsheet) ในข้อ ① ให้กดปุ่ม $\uparrow$ $\otimes$ แล้วสแกนคิวอาร์โค้ดที่ปรากฏ



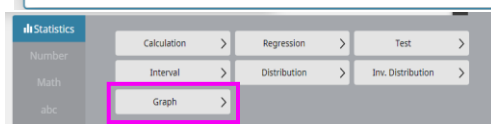
ขั้นตอนนี้เหมือนกับข้อ ② ในกิจกรรมที่ 2-1 ทุกประการ ดังนั้นจึงอาจจะไม่จำเป็นต้องทำซ้ำ

- หลังจากเลือกคอลัมน์ A และ B จากตารางที่แสดงแล้ว ให้กด กราฟ (Graph) ได้ สถิติ (Statistics) และเลือก Scatter Plot



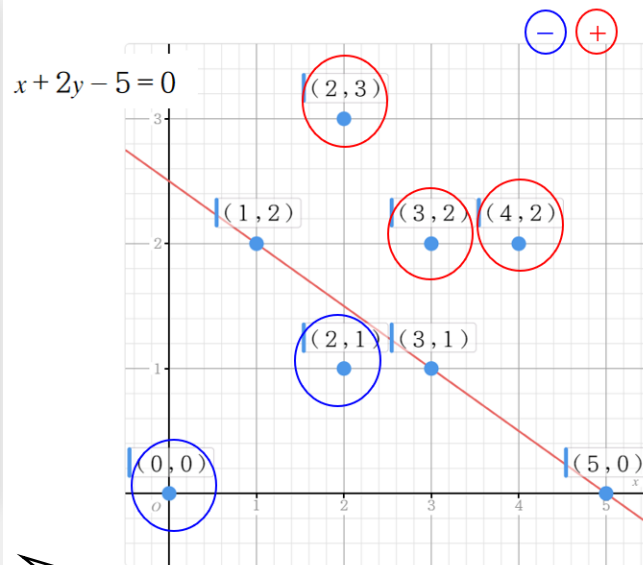
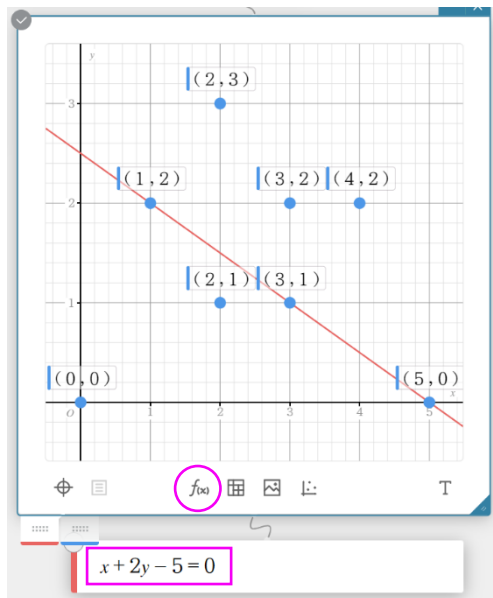
กดที่จุดที่แสดงบนกราฟ เพื่อแสดงพิกัดของจุดต่าง ๆ

	A	B	C	D	E	F
1	4	2	1.34164			
2	2	3	1.34164			
3	5	0	0			
4	0	0	-2.23606			
5	2	1	-0.447213			
6	1	2	0			
7	3	1	0			
8	3	2	0.894427			
9						



③ เช่นเดียวกับในกิจกรรมที่ 2-1 ให้วาดเส้นตรงและตรวจสอบเครื่องหมายของ d' และความสัมพันธ์ของตำแหน่งระหว่างจุดต่าง ๆ กับเส้นตรง

กด $f(x)$ ที่อยู่บนการแสดงกราฟ และป้อนสมการเส้นตรง เพื่อแสดงค่า



ปรับเส้นตรงที่ถูกป้อนค่าในกิจกรรมที่ 2-1 ③ และจะสามารถวาดเส้นตรงอื่นที่แตกต่างกันได้

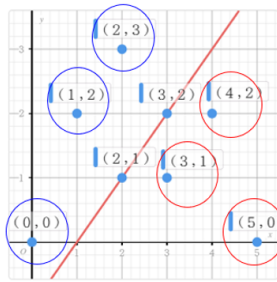
➔ เมื่อ d' มีค่าเป็นลบ จุดจะอยู่ใต้เส้นตรง และเมื่อ d' มีค่าเป็นบวก จุดจะอยู่เหนือเส้นตรง

พิจารณาปัญหาที่ 1 อีกครั้ง จากกิจกรรมที่ 2-1 และกิจกรรมที่ 2-2

ปัญหาที่ 1: ความหมายของการได้ค่าบวกหรือค่าลบ เมื่อสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ถูกนำออกจากสมการการหา ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงคืออะไร

กิจกรรมที่ 2-1

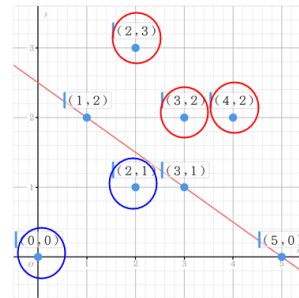
$$x - y - 1 = 0$$



$-$ $+$

กิจกรรมที่ 2-1

$$x + 2y - 5 = 0$$



→ เครื่องหมายของ d' เป็นการแสดงว่า จุดอยู่เหนือหรืออยู่ใต้เส้นตรง

※ สังเกตว่าค่า d' เป็นบวกไม่ได้แปลว่า จุดนั้นจะอยู่เหนือเส้นตรงเสมอไป

กิจกรรมที่ 3

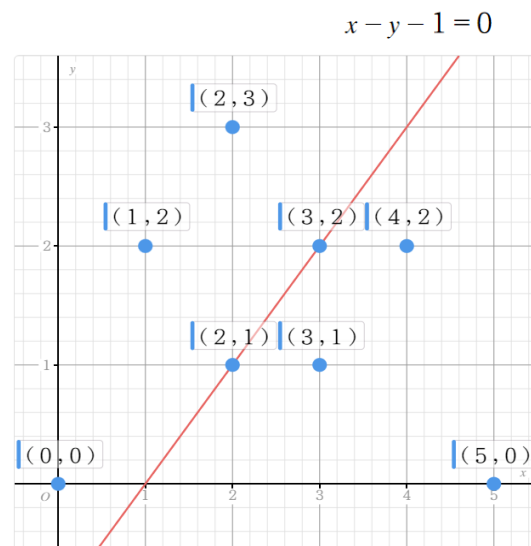
สำรวจเงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d' หรือ d เท่ากัน

ปัญหาที่ 2

ในกิจกรรมที่ 2-1 มีบางจุดที่มีค่า d' เท่ากัน

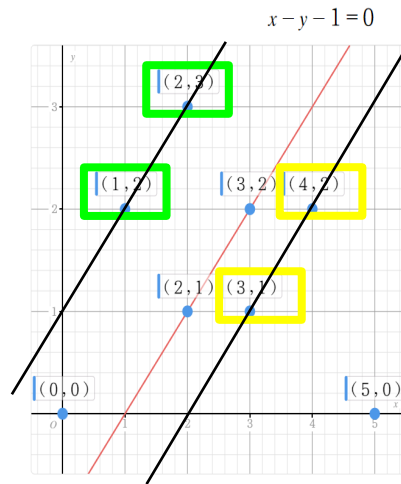
เงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d' เท่ากันคืออะไร

- (1) จุด $(4, 2)$ $d' = 0.71$
- (2) จุด $(2, 3)$ $d' = -1.41$
- (3) จุด $(5, 0)$ $d' = 2.83$
- (4) จุด $(0, 0)$ $d' = -0.71$
- (5) จุด $(2, 1)$ $d' = 0$
- (6) จุด $(1, 2)$ $d' = -1.41$
- (7) จุด $(3, 1)$ $d' = 0.71$
- (8) จุด $(3, 2)$ $d' = 0$



เริ่มโดยให้ผู้เรียนคิดด้วยตนเอง โดยใช้ข้อมูล
ทางซ้าย

- (1) จุด (4, 2) $d' = 0.71$
 (2) จุด (2, 3) $d' = -1.41$
 (3) จุด (5, 0) $d' = 2.83$
 (4) จุด (0, 0) $d' = -0.71$
 (5) จุด (2, 1) $d' = 0$
 (6) จุด (1, 2) $d' = -1.41$
 (7) จุด (3, 1) $d' = 0.71$
 (8) จุด (3, 2) $d' = 0$



เงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d' เท่ากัน:

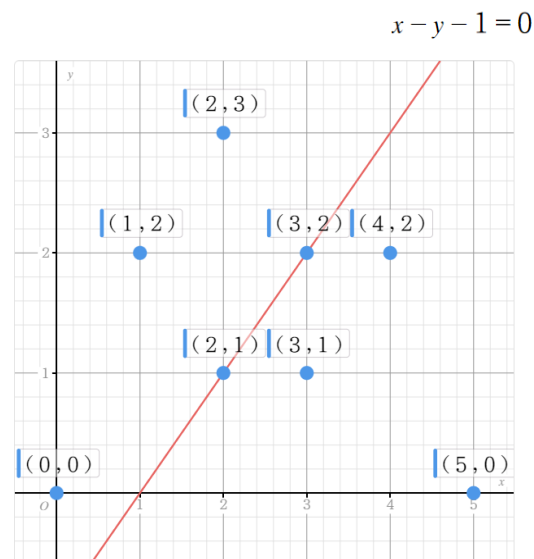
→ จุดทั้งสองอยู่บนเส้นตรงเดียวกันที่ขนานกับเส้นตรงที่กำหนด ซึ่งอาจเป็นเส้นที่อยู่เหนือหรืออยู่ใต้เส้นที่กำหนดก็ได้

ปัญหาที่ 3

ในกิจกรรมที่ 2-1 บางจุดที่มีค่า d เท่ากัน (ค่าสัมบูรณ์ของ d')

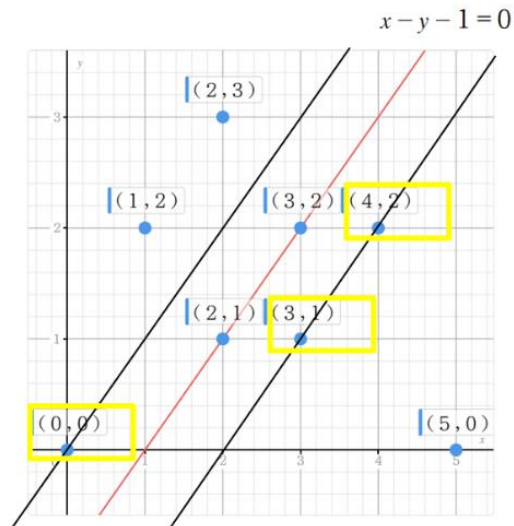
ตรวจสอบเงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d เท่ากัน

- (1) จุด (4, 2) $d' = 0.71$
 (2) จุด (2, 3) $d' = -1.41$
 (3) จุด (5, 0) $d' = 2.83$
 (4) จุด (0, 0) $d' = -0.71$
 (5) จุด (2, 1) $d' = 0$
 (6) จุด (1, 2) $d' = -1.41$
 (7) จุด (3, 1) $d' = 0.71$
 (8) จุด (3, 2) $d' = 0$



เริ่มโดยให้ผู้เรียนคิดด้วยตนเอง โดยใช้ข้อมูลทางซ้าย

- (1) จุด $(4, 2)$ $d' = 0.71$
 (2) จุด $(2, 3)$ $d' = -1.41$
 (3) จุด $(5, 0)$ $d' = 2.83$
 (4) จุด $(0, 0)$ $d' = -0.71$
 (5) จุด $(2, 1)$ $d' = 0$
 (6) จุด $(1, 2)$ $d' = -1.41$
 (7) จุด $(3, 1)$ $d' = 0.71$
 (8) จุด $(3, 2)$ $d' = 0$



เงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d เท่ากัน:

➔ จุดอยู่บนเส้นใดเส้นหนึ่งของเส้นขนานทั้งสองที่อยู่เหนือหรืออยู่ใต้เส้นตรงที่กำหนด

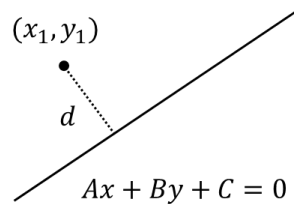
ใบกิจกรรม

หน่วย	เรขาคณิตวิเคราะห์	หัวข้อ	ระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง
ชื่อ		ชั้นเรียน	

บทนำ

สมการการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง:

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$



กิจกรรมที่ 1

- ① จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(4, 2)$

(ตรวจสอบคำตอบโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์)

$$d = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}} = \frac{|2 \times 4 - 3 \times 2 + 1|}{\sqrt{2^2 + (-3)^2}} = \frac{|8 - 6 + 1|}{\sqrt{13}} = \frac{|3|}{\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13} \approx 0.83$$

- ② จงหาระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(5, 0)$ และจุด $(2, 3)$

(ตรวจสอบคำตอบโดยใช้ฟังก์ชันตัวแปรในเครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์)

ระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(5, 0)$ คือ $\frac{11\sqrt{13}}{13} \approx 3.05$

ระยะทางระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(2, 3)$ คือ $\frac{4\sqrt{13}}{13} \approx 1.11$

- ③ จงหาระยะทาง (d) ระหว่างเส้นตรง $2x - 3y + 1 = 0$ กับจุด $(1, 1)$

$$d = 0$$

➔ ถ้าระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรงเป็นศูนย์ หมายความว่าจุดนั้นอยู่บนเส้นตรง

คำถาม จะเกิดผลกระทบอย่างไร ถ้าไม่มีสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์กำกับอยู่ในสมการการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง

➔ ถ้าไม่มีสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์กำกับ ค่าของตัวเศษอาจเป็นลบ (ตัวอย่างเช่นในกิจกรรมที่ 1-①) ซึ่งทำให้ระยะทาง (d) มีค่าเป็นลบ

กิจกรรมที่ 2

ปัญหาที่ 1

เมื่อนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสมการหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง จะได้ค่าเป็นบวกหรือลบ
 ความสำคัญของค่านี้คืออะไร

อันดับแรก ควรตรวจสอบอะไร เพื่อหาคำตอบของคำถามนี้

➔ การใช้ค่าเฉพาะสำหรับจุดและเส้นตรง การหาค่าหลังจากนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสมการ จากนั้น
 ลงพิกัดจุด

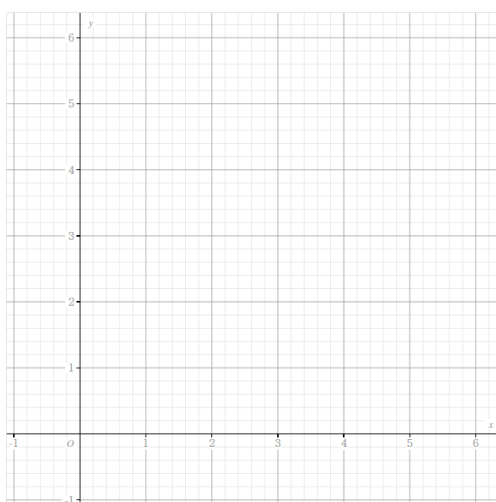
กิจกรรมที่ 2-1

① หาระยะ d' (ค่าที่ได้จากการนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสมการ) ระหว่างเส้นตรง $x - y - 1 = 0$
 และจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ สำหรับค่าทศนิยม ให้ปัดเศษเป็นค่าประมาณใกล้เคียงจำนวนเต็มร้อย

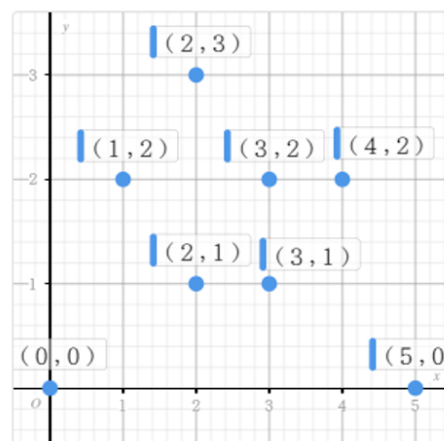
- (1) จุด (4, 2) (2) จุด (2, 3) (3) จุด (5, 0) (4) จุด (0, 0)
 (5) จุด (2, 1) (6) จุด (1, 2) (7) จุด (3, 1) (8) จุด (3, 2)

- (1) 0.71 (2) -1.41 (3) 2.83 (4) -0.71
 (5) 0 (6) -1.41 (7) 0.71 (8) 0

② ลงจุดที่ได้จาก (1) – (8) ใน ①



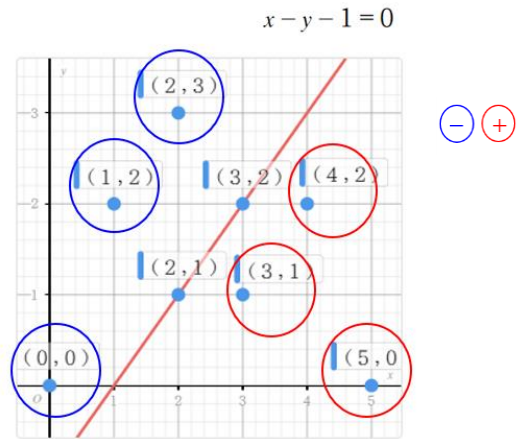
คำตอบ



③ ผู้เรียนได้เรียนรู้อะไรจากข้อ ① และ ②

เมื่อ d' มีค่าเป็นลบ จุดจะอยู่เหนือเส้นตรง
และเมื่อ d' มีค่าเป็นบวก จุดจะอยู่ใต้เส้นตรง

※ ผลลัพธ์นี้เป็นจริงสำหรับสมการเส้นตรงใด ๆ หรือไม่
ลองทำแบบเดียวกับเส้นตรงอื่น ๆ ดู



กิจกรรมที่ 2-2

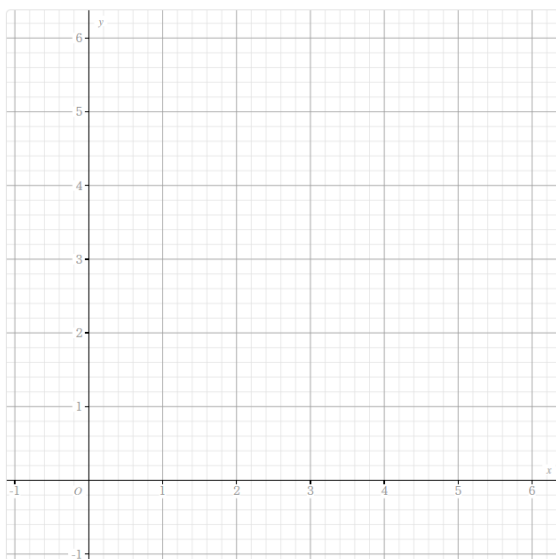
① หาระยะ d' (ค่าที่ได้จากการนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสมการ)

ระหว่างเส้นตรง $x + 2y - 5 = 0$ และจุดที่กำหนดให้ต่อไปนี้ (จุดเดียวกับที่ใช้ในกิจกรรมที่ 2-1)

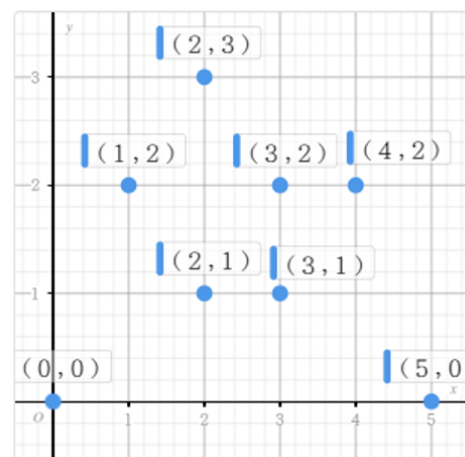
- (1) จุด (4, 2) (2) จุด (2, 3) (3) จุด (5, 0) (4) จุด (0, 0)
(5) จุด (2, 1) (6) จุด (1, 2) (7) จุด (3, 1) (8) จุด (3, 2)

- (1) 1.34 (2) 1.34 (3) 0 (4) -2.24
(5) 0.45 (6) 0 (7) 0 (8) 0.89

② ลงจุดที่ได้จาก (1) – (8) ใน ①

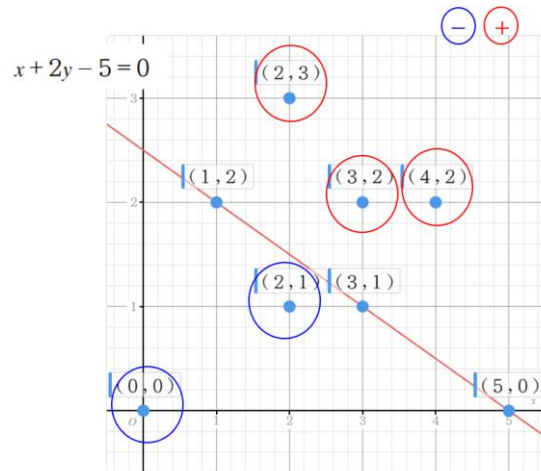


คำตอบ



③ เช่นเดียวกับในกิจกรรมที่ 2-1 ให้วาดเส้นตรงและตรวจสอบเครื่องหมายของ d' และความสัมพันธ์ของตำแหน่งระหว่างจุดต่าง ๆ กับเส้นตรง

เมื่อ d' มีค่าเป็นลบ จุดจะอยู่ใต้เส้นตรง และเมื่อ d' มีค่าเป็นบวก จุดจะอยู่เหนือเส้นตรง



พิจารณาปัญหาที่ 1 อีกครั้ง

ปัญหาที่ 1: เมื่อนำสัญลักษณ์ค่าสัมบูรณ์ออกจากสูตรหาระยะทางระหว่างจุดกับเส้นตรง จะได้ค่าเป็นบวกหรือลบ ความสำคัญของค่านี้คืออะไร

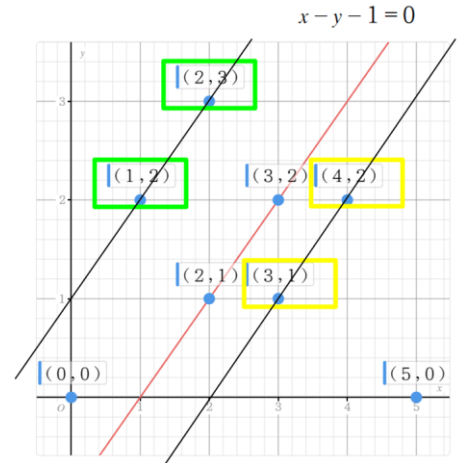
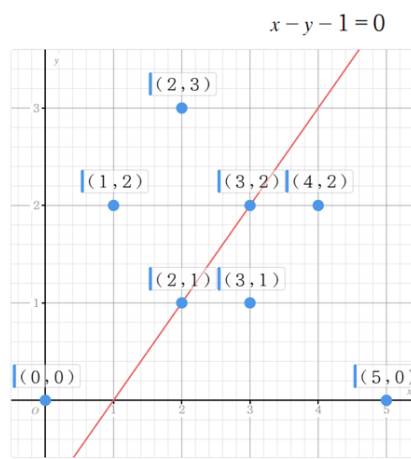
จากกิจกรรมที่ 2-1 และกิจกรรมที่ 2-2 จะเห็นว่าเครื่องหมายของ d' เป็นการแสดงว่าจุดอยู่เหนือหรืออยู่ใต้เส้นตรง

※ สังเกตว่าค่า d' ที่เป็นบวกไม่ได้แปลว่าจุดนั้นจะอยู่เหนือเส้นตรงเสมอไป

กิจกรรมที่ 3

ปัญหาที่ 2: ในกิจกรรมที่ 2-1 มีบางจุดที่มีค่า d' เท่ากัน ดังที่แสดงข้างล่าง เงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d' เท่ากัน คืออะไร

- (1) จุด (4, 2) $d' = 0.71$
- (2) จุด (2, 3) $d' = -1.41$
- (3) จุด (5, 0) $d' = 2.83$
- (4) จุด (0, 0) $d' = -0.71$
- (5) จุด (2, 1) $d' = 0$
- (6) จุด (1, 2) $d' = -1.41$
- (7) จุด (3, 1) $d' = 0.71$
- (8) จุด (3, 2) $d' = 0$

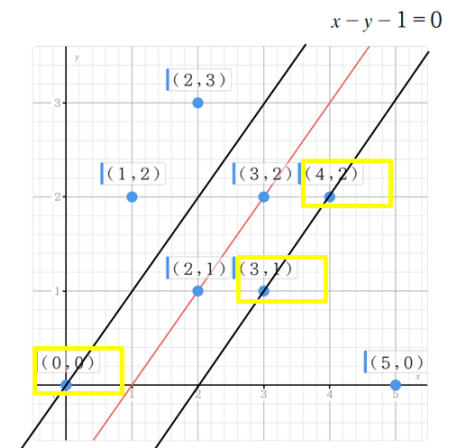
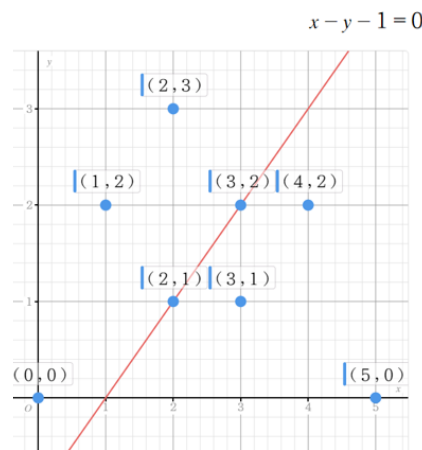


เงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d' เท่ากัน:

→ จุดทั้งสองอยู่บนเส้นตรงเดียวกันที่ขนานกับเส้นตรงที่กำหนด ซึ่งอาจเป็นเส้นที่อยู่เหนือหรืออยู่ใต้เส้นที่กำหนดก็ได้

ปัญหาที่ 3: ในกิจกรรมที่ 2-1 บางจุดที่มีค่า d เท่ากัน (ค่าสัมบูรณ์ของ d') ดังที่แสดงข้างล่าง ให้ตรวจสอบเงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d เท่ากัน

- (1) จุด (4, 2) $d' = 0.71$
- (2) จุด (2, 3) $d' = -1.41$
- (3) จุด (5, 0) $d' = 2.83$
- (4) จุด (0, 0) $d' = -0.71$
- (5) จุด (2, 1) $d' = 0$
- (6) จุด (1, 2) $d' = -1.41$
- (7) จุด (3, 1) $d' = 0.71$
- (8) จุด (3, 2) $d' = 0$



เงื่อนไขที่ทำให้จุดมีค่า d เท่ากัน:

→ จุดอยู่บนเส้นใดเส้นหนึ่งของเส้นขนานทั้งสองที่อยู่เหนือหรืออยู่ใต้เส้นตรงที่กำหนด