

ฟังก์ชันกำลังสอง

TARGET

การทำความเข้าใจแนวคิดของฟังก์ชัน

STUDY GUIDE

ฟังก์ชัน

นิยามของฟังก์ชัน

สำหรับตัวแปร 2 ตัว x และ y หากระบุค่าของ x ได้แล้ว จะมีค่าของ y ที่สอดคล้องกัน 1 ตัว เราจึงกล่าวได้ว่า y คือฟังก์ชันของ x

Ex. โดยกำหนดให้ $x=2 \rightarrow$ ฟังก์ชัน
($y=x+1$) $\rightarrow$ เราสามารถระบุได้ว่า $y=3$

อธิบายวิธีการของฟังก์ชัน

เมื่อ y คือฟังก์ชันของ x โดยทั่วไปแล้ว y จะแสดงเป็น $f(x)$ หรือ $g(x)$

นอกจากนี้ ในฟังก์ชัน $y=f(x)$ แล้วเมื่อ $x=a$ ค่าของ y จะแสดงเป็น $f(a)$

Ex. ในฟังก์ชัน $f(x)=3x+3$ เมื่อ $x=1$ แล้วเมื่อ $f(1)=3 \times 1 + 3 = 6$ และ $x=5$ เราจะได้ $f(5)=3 \times 5 + 3 = 18$

ฟังก์ชันเชิงเส้นและฟังก์ชันกำลังสอง

เมื่อ y เป็นสมการเชิงเส้นของ x และ y เป็นฟังก์ชันเชิงเส้นของ x ซึ่งแสดงในรูปแบบต่อไปนี้

$$y = ax + b \quad (a \neq 0)$$

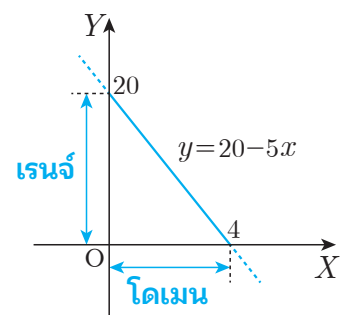
เมื่อ y เป็นสมการกำลังสองของ x และ y เป็นฟังก์ชันกำลังสองของ x ซึ่งแสดงในรูปแบบต่อไปนี้

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

โดเมนและเรนจ์

ในฟังก์ชัน $y=f(x)$ คำตอบสำหรับตัวแปร x เรียกว่าโดเมนของฟังก์ชัน และคำตอบสำหรับตัวแปร y เรียกว่าเรนจ์ของฟังก์ชัน

Ex. สมมติว่าคน ๆ หนึ่งเดินด้วยความเร็ว 5 กม. ต่อชั่วโมงบนถนนเป็นระยะทาง 20 กม. กำหนดให้เวลาเดินเป็น x ชั่วโมง และระยะทางของถนนที่เหลือเป็น y กม. แล้วสมการที่แสดงความสัมพันธ์ของ x และ y คือ $y=20-5x$
ในตอนนี้ เราจะเห็นว่าโดเมนคือ $0 \leq x \leq 4$ และเรนจ์คือ $0 \leq y \leq 20$



EXERCISE

① สำหรับฟังก์ชันกำลังสอง $f(x) = 3x^2 + 2x + 6$ จงหาค่าต่าง ๆ ต่อไปนี้

(1) $f(0)$

$$f(0) = 3 \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 6 = 6$$

(2) $f(1)$

$$f(1) = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 6 = 11$$

6

11

(3) $f(-1)$

$$f(-1) = 3 \cdot (-1)^2 + 2 \cdot (-1) + 6 = 7$$

(4) $f(109)$

$$f(109) = 3 \cdot 109^2 + 2 \cdot 109 + 6 = 35867$$

7

35867

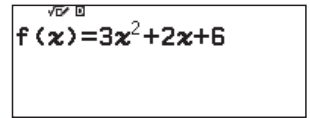
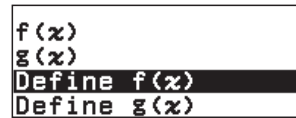
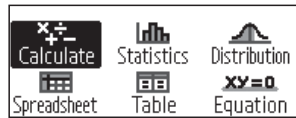


check

ใช้ฟังก์ชัน FUNCTION เพื่อคำนวณค่าของ $f(x)$

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด OK

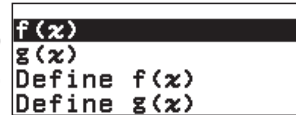
กด f(x) เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK ③ x = x^2 $+$ ② x $+$ ⑥ EXE



(1) $f(0)$

กด f(x) เลือก [$f(x)$] กด OK

① EXE



(2) $f(1)$

กด f(x) เลือก [$f(x)$] กด OK

① EXE



(3) $f(-1)$

กด f(x) เลือก [$f(x)$] กด OK

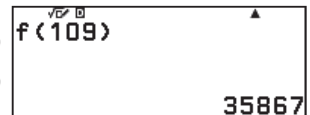
$\ominus$ ① EXE



(4) $f(109)$

กด f(x) เลือก [$f(x)$] กด OK

① ① ⑨ EXE



② สำหรับฟังก์ชันกำลังสอง $f(x) = ax^2 + bx + 3$ จงหาค่าของค่าคงตัว a และ b เมื่อ $f(2)=15$ และ $f(-2)=23$

จาก $f(2) = 4a + 2b + 3 = 15$ เราจะได้ $4a + 2b = 12$... (i)

จาก $f(-2) = 4a - 2b + 3 = 23$ เราจะได้ $4a - 2b = 20$... (ii)

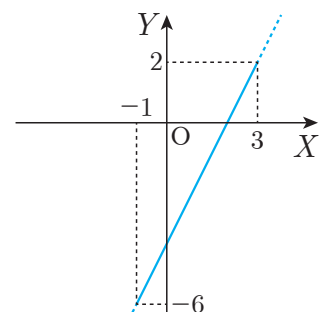
เมื่อเราแก้ระบบสมการ (i) และ (ii) เราจะได้ $a=4$ และ $b=-2$

$$\underline{a=4, b=-2}$$

③ จงหาเรนจ์ของฟังก์ชัน $y=2x-4$ ($-1 \leq x \leq 3$)

จากกราฟด้านขวา เราจะเห็นว่าเรนจ์คือ $-6 \leq y \leq 2$

$$\underline{-6 \leq y \leq 2}$$



กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (1)

TARGET

การทำความเข้าใจกราฟของฟังก์ชัน $y = ax^2$, $y = ax^2 + q$, $y = a(x - p)^2$

STUDY GUIDE

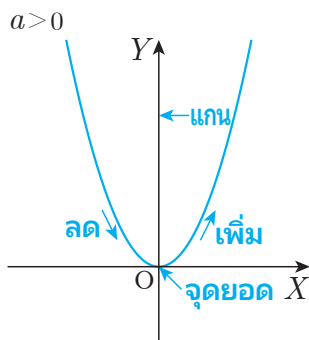
กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง

พาราโบลา

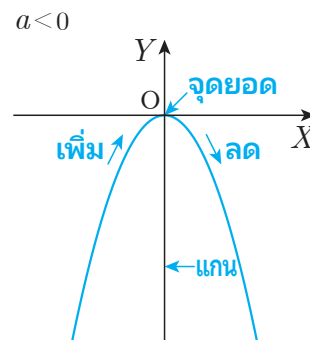
เส้นโค้งของกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง ($y = ax^2 + bx + c$) เรียกว่า **พาราโบลา** และมี **แกนสมมาตร** ตามแนวเส้นตรงที่ขนานกับแกน Y เส้นตรงเรียกว่า **แกนสมมาตร** และจุดที่พาราโบลาตัดกับแกนนี้เรียกว่า **จุดยอด** ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองถูกกำหนดโดยค่าของสัมประสิทธิ์ a ของ x^2 เมื่อ $a > 0$ พาราโบลาจะ **หงาย** และเมื่อ $a < 0$ พาราโบลาจะ **คว่ำ** นอกจากนี้ หากค่าสัมบูรณ์ของ a น้อยลง กราฟจะยิ่งเปิดกว้างขึ้น

กราฟของ $y = ax^2$

แกนสมมาตร: แกน Y จุดยอด: จุดกำเนิด



หงาย
ค่าของ y เปลี่ยนจากลดเป็นเพิ่มที่จุด $x=0$ (แกน Y)



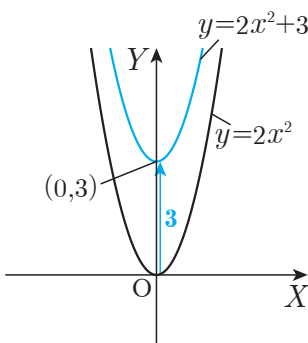
คว่ำ
ค่าของ y เปลี่ยนจากเพิ่มเป็นลดที่จุด $x=0$ (แกน Y)

กราฟของ $y = ax^2 + q$

เราได้พาราโบลาจากการเลื่อนขนานกราฟของ $y = ax^2$ ไป q หน่วยตามแกน Y
แกนสมมาตร: แกน Y จุดกำเนิด: จุด $(0, q)$

การเลื่อนกราฟบนแกน $x-y$ เรียกว่า **การเลื่อนขนาน** กราฟเปลี่ยนตำแหน่งแต่ไม่เปลี่ยนรูปร่าง

Ex. กราฟของฟังก์ชัน $y = 2x^2 + 3$



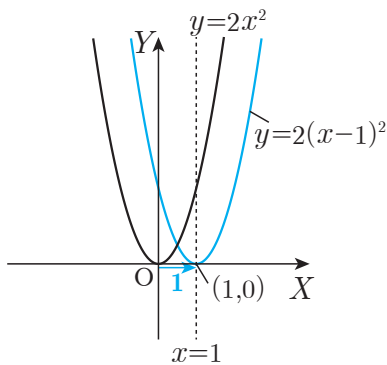
กราฟของฟังก์ชัน $y = 2x^2 + 3$ คือพาราโบลาที่ได้จากการเลื่อนกราฟของฟังก์ชัน $y = 2x^2$ ไป 3 หน่วยตามแกน Y โดยการเลื่อนขนานไป 3 หน่วยตามแกน Y :

- แกนสมมาตรยังคงเป็น $x=0$ (แกน Y)
- จุดยอดเปลี่ยนจากจุดกำเนิดเป็น $\rightarrow (0, 3)$

กราฟของ $y = a(x - p)^2$

เราได้พาราโบลาจากการเลื่อนขนานกราฟของ
 $y = ax^2$ ไป p หน่วยตามแกน X
แกนสมมาตร: $x=p$ จุดกำเนิด: จุด $(p, 0)$

Ex. กราฟของฟังก์ชัน $y = 2(x - 1)^2$



กราฟของฟังก์ชัน $y = 2(x - 1)^2$ คือพาราโบลาที่ได้จากการ
เลื่อนกราฟของฟังก์ชัน $y = 2x^2$ ไป 1 หน่วยตามแกน X
โดยการเลื่อนขนานไป 1 หน่วยตามแกน X :

- แกนสมมาตรเปลี่ยนจากแกน Y เป็น $x=1$
- จุดยอดเปลี่ยนจากจุดกำเนิดเป็น $\rightarrow(1, 0)$

EXERCISE

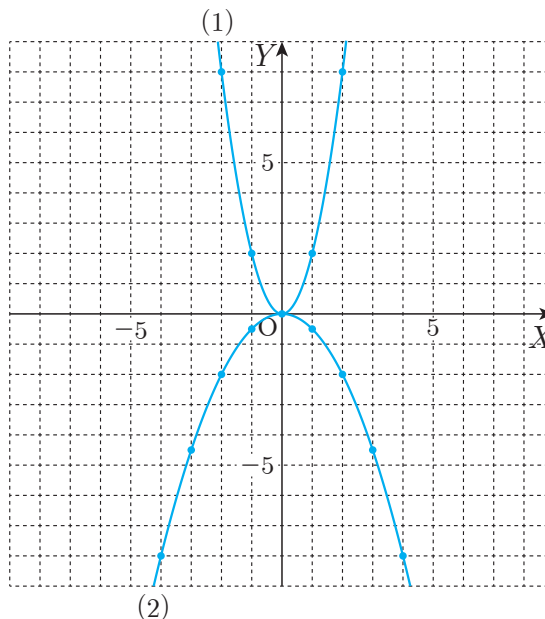
1 จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

(1) $y = 2x^2$

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

(2) $y = -\frac{1}{2}x^2$

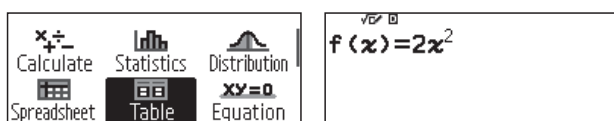
x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{1}{2}x^2$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2



check

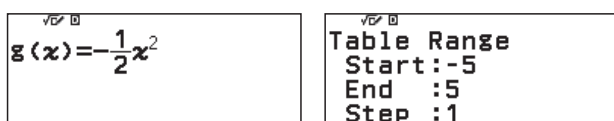
กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด 2ND เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = 2x^2$ แล้ว ให้กด EXE

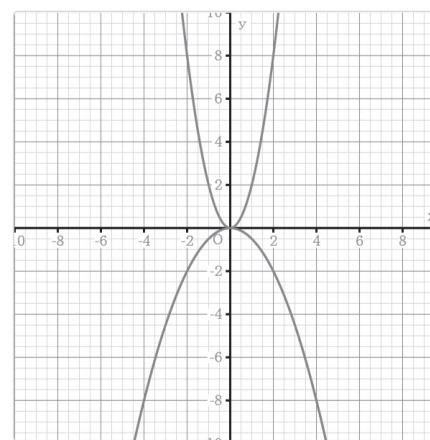
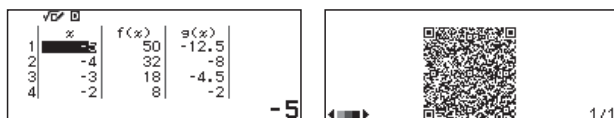


และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -\frac{1}{2}x^2$

กด 2ND เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-5, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE



กด 2ND X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



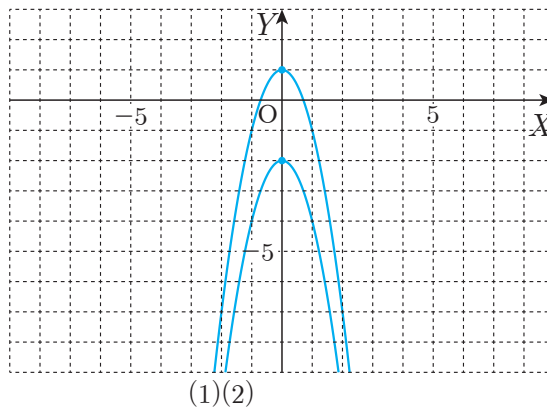
2 จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ และหาจุดยอดของกราฟ

(1) $y = -2x^2 + 1$

(0, 1)

(2) $y = -2x^2 - 2$

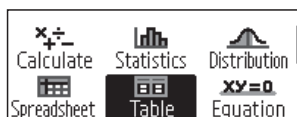
(0, -2)



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = -2x^2 + 1$ แล้วให้กด EXE



$f(x) = -2x^2 + 1$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -2x^2 - 2$

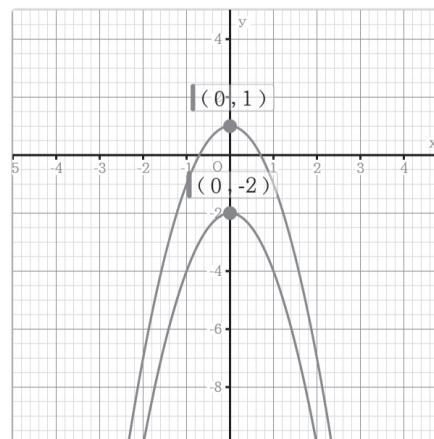
กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น): -5, End (สิ้นสุด): 5, Step (ขั้น): 1] แล้วให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

$g(x) = -2x^2 - 2$

Table Range
Start : -5
End : 5
Step : 1

กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

	x	f(x)	g(x)
1	-5	-49	-52
2	-4	-31	-34
3	-3	-17	-20
4	-2	-7	-10



3 จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ และหาแกนสมมาตรและ

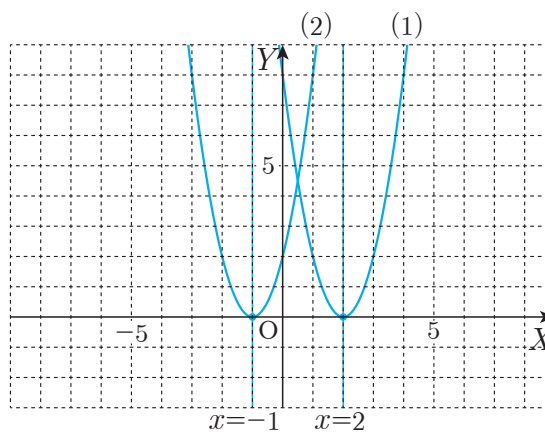
จุดยอดของกราฟ

(1) $y = 2(x - 2)^2$

$x=2, (2, 0)$

(2) $y = 2(x + 1)^2$

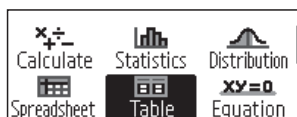
$x=-1, (-1, 0)$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = 2(x - 2)^2$ แล้ว ให้กด EXE



$f(x) = 2(x - 2)^2$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = 2(x + 1)^2$

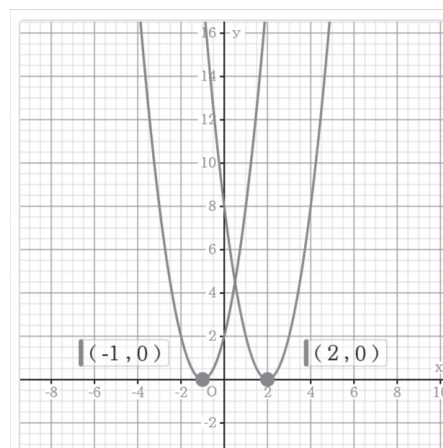
กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-5, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

$g(x) = 2(x + 1)^2$

Table Range
Start :-5
End :5
Step :1

กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

	x	f(x)	g(x)
1	-5	98	32
2	-4	72	18
3	-3	50	8
4	-2	32	2



PRACTICE

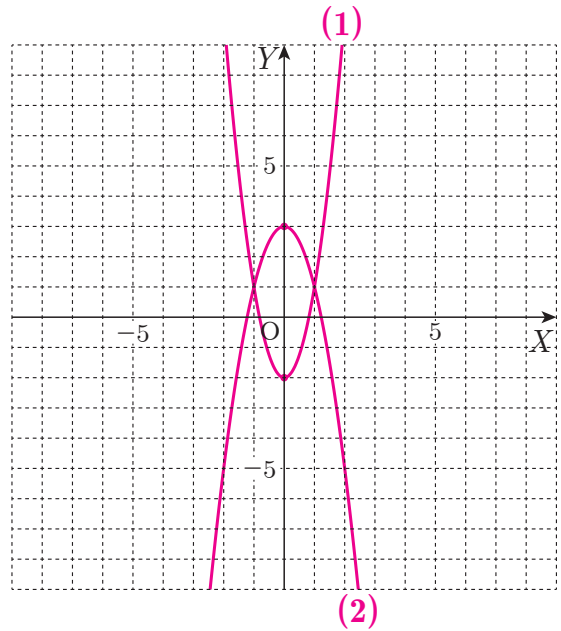
1 จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ และหาจุดยอดของกราฟ

(1) $y = 3x^2 - 2$

$(0, -2)$

(2) $y = -2x^2 + 3$

$(0, 3)$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด $\odot$ จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด $\odot$ เลือก

[Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด $\odot$ หลังจากป้อน $f(x) = 3x^2 - 2$ แล้ว ให้กด $\odot$



$f(x) = 3x^2 - 2$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -2x^2 + 3$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด $\odot$ หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น): -5, End (สิ้นสุด): 5, Step (ขั้น): 1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)]

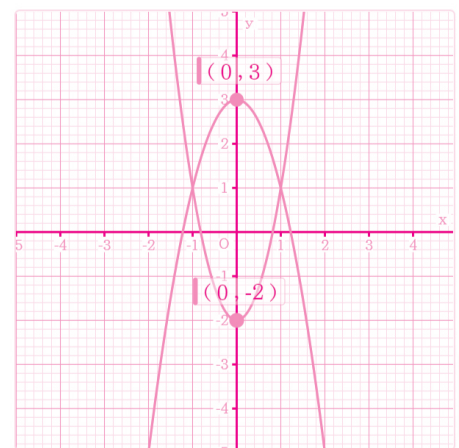
กด $\odot$

$g(x) = -2x^2 + 3$

Table Range
Start: -5
End: 5
Step: 1

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

	x	$f(x)$	$g(x)$
1	-5	73	-47
2	-4	46	-29
3	-3	25	-15
4	-2	10	-5



๒ จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ และหาแกนสมมาตรและ

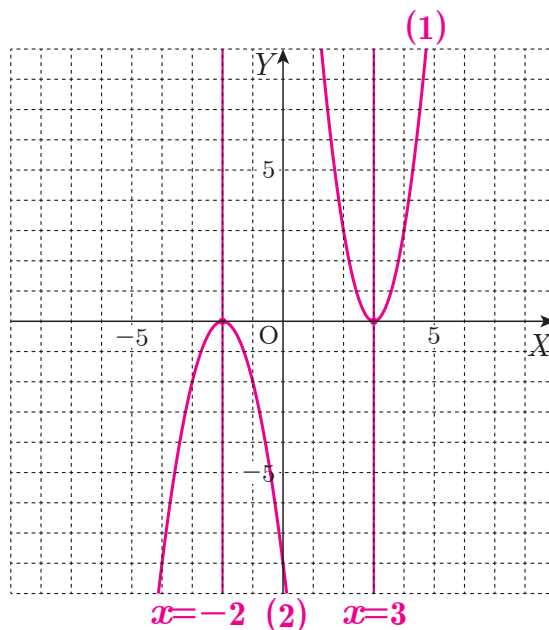
จุดยอดของกราฟ

(1) $y = 3(x - 3)^2$

$x=3, (3, 0)$

(2) $y = -2(x + 2)^2$

$x=-2, (-2, 0)$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก

[Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = 3(x - 3)^2$ แล้ว ให้กด EXE



$f(x) = 3(x - 3)^2$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -2(x + 2)^2$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น): -5, End (สิ้นสุด): 5, Step (ขั้น): 1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)]

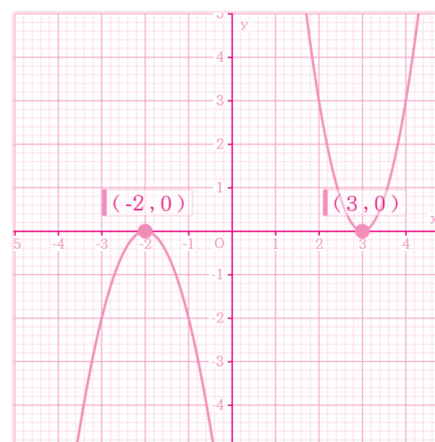
กด EXE

$g(x) = -2(x + 2)^2$

Table Range
Start: -5
End: 5
Step: 1

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

	x	$f(x)$	$g(x)$
1	-5	192	-18
2	-4	147	-8
3	-3	108	-2
4	-2	75	0



กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (2)

TARGET

การทำความเข้าใจกราฟของฟังก์ชัน $y = a(x - p)^2 + q$

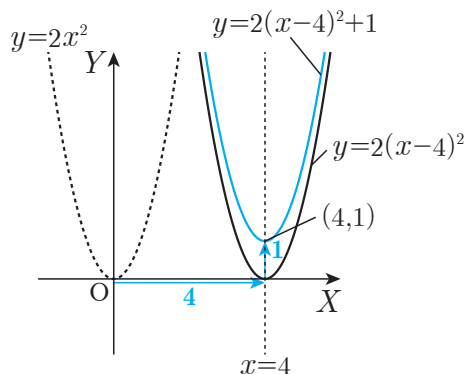
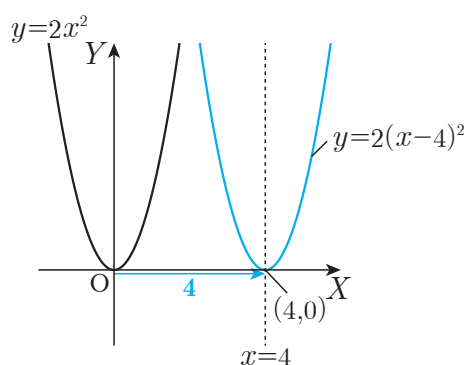
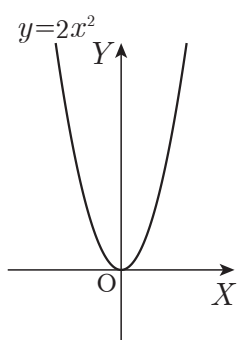
STUDY GUIDE

กราฟของ $y = a(x - p)^2 + q$

โดยทั่วไปแล้ว เมื่อเราเลื่อนขนานกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2$ ก็จะกลายเป็นกราฟของ $y = a(x - p)^2 + q$

เราได้พาราโบลาจากการเลื่อนขนานกราฟของ $y = ax^2$ ไป p หน่วยตามแกน X และ q หน่วยตามแกน Y
 แกนสมมาตร: $x=p$ จุดยอด: จุด (p, q)

Ex. กราฟของฟังก์ชัน $y = 2(x - 4)^2 + 1$



- แกนสมมาตรคือ $x=0$
- จุดยอดคือจุดกำเนิด

การเลื่อนขนาน 4 หน่วยตามแกน X

- แกนสมมาตรคือ $x=4$
- จุดยอดคือ $(4, 0)$

การเลื่อนขนาน 1 หน่วยตามแกน Y

- แกนสมมาตรคือ $x=4$
- จุดยอดคือ $(4, 1)$

EXERCISE

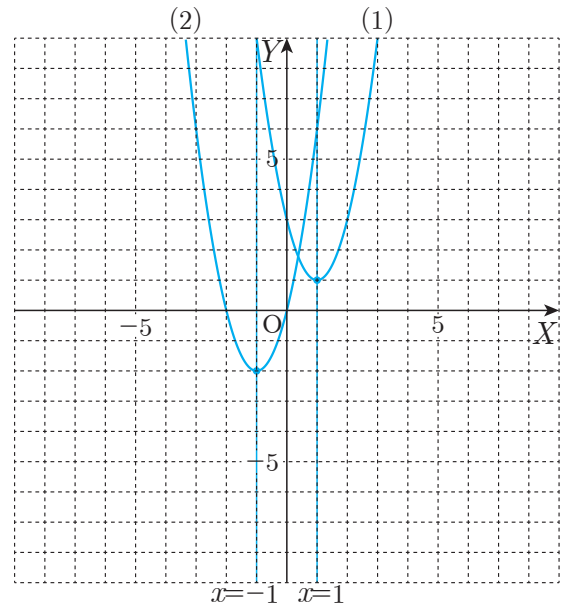
- ◆ จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ และหาแกนสมมาตรและจุดยอดของกราฟ

(1) $y = 2(x-1)^2 + 1$

$x=1, (1, 1)$

(2) $y = 2(x+1)^2 - 2$

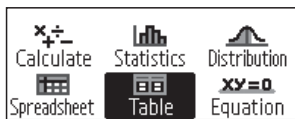
$x=-1, (-1, -2)$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = 2(x-1)^2 + 1$ แล้ว ให้กด EXE



$f(x) = 2(x-1)^2 + 1$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = 2(x+1)^2 - 2$

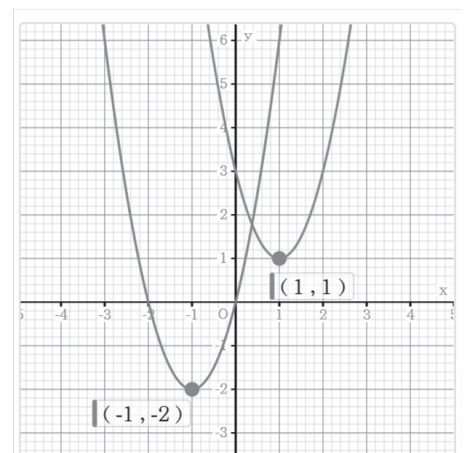
กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-5, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

$g(x) = 2(x+1)^2 - 2$

Table Range
Start:-5
End:5
Step:1

กด F1 X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

	x	$f(x)$	$g(x)$
1	-5	73	30
2	-4	51	16
3	-3	33	6
4	-2	19	0



PRACTICE

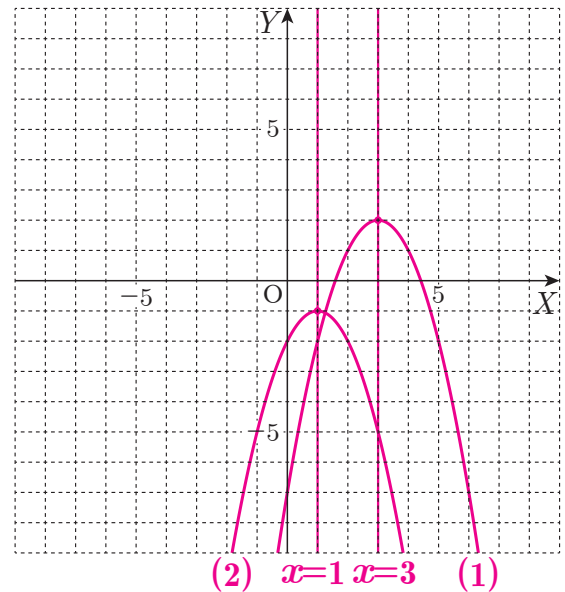
◆ จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้ และหาแกนสมมาตรและจุดยอดของกราฟ

(1) $y = -(x-3)^2 + 2$

$x=3, (3, 2)$

(2) $y = -(x-1)^2 - 1$

$x=1, (1, -1)$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define f(x)/g(x) (กำหนดค่า f(x)/g(x))] กด OK เลือก

[Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = -(x-3)^2 + 2$ แล้ว ให้กด EXE



$f(x) = -(x-3)^2 + 2$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -(x-1)^2 - 1$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):-5, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)]

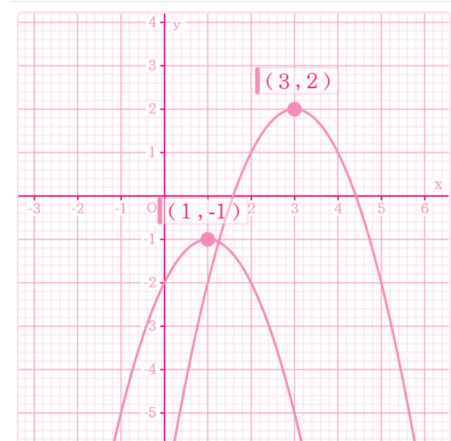
กด EXE

$g(x) = -(x-1)^2 - 1$

Table Range
Start:-5
End:5
Step:1

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

	x	f(x)	g(x)
1	-5	-62	-37
2	-4	-47	-26
3	-3	-34	-17
4	-2	-23	-10



กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (3)

TARGET

การทำความเข้าใจกราฟของฟังก์ชัน $y = ax^2 + bx + c$

STUDY GUIDE

กราฟของ $y = ax^2 + bx + c$

เพื่อวาดกราฟของฟังก์ชัน $y = ax^2 + bx + c$ เราต้องแปลงกราฟให้อยู่ในรูป $y = a(x - p)^2 + q$ เพื่อที่จะสามารถหาแกนสมมาตรและจุดยอด การแปลงสมการนี้เรียกว่า **กำลังสองสมบูรณ์**

$$y = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

explanation

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c \quad \dots \text{จัดกลุ่มพจน์ } x^2 \text{ และ } x \text{ และดึงสัมประสิทธิ์ } a \text{ ออกจากพจน์ทั้งสอง}$$

$$= a\left\{x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right\} + c \quad \dots \text{เนื่องจากใช้ } x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2 \text{ ให้เพิ่มกำลังสองของ}$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a \cdot \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + c \quad \dots \text{นำพจน์ที่ตัดจากด้านบนออกจาก } \{ \} \text{ และเรียงใหม่ให้อยู่ในรูป}$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \quad \text{ของ } y = a(x - p)^2 + q$$



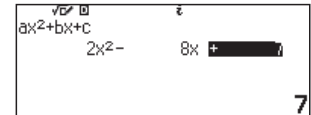
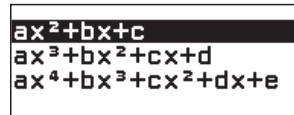
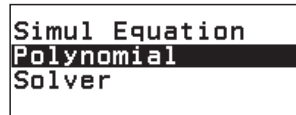
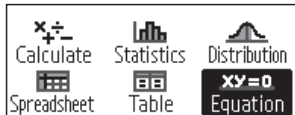
proof

คุณสามารถทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ของ $y = ax^2 + bx + c$ ได้ง่าย ๆ โดยใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์
ในเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ให้ใช้ Equation (สมการ) และจาก Polynomial (พหุนาม) ให้เลือกสมการกำลังสอง
จากนั้นจึงหาจุดยอด (p, q) ของสมการที่กำหนดให้
นอกจากนี้ คุณยังสามารถใช้คิวอาร์โค้ดเพื่อยืนยันรูปร่างและจุดยอดของกราฟได้

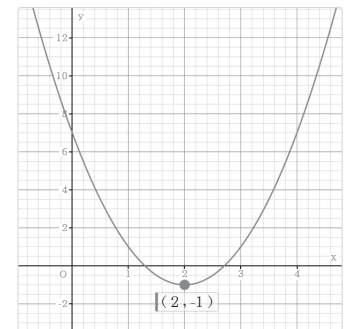
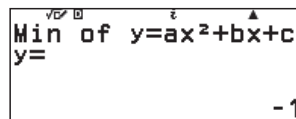
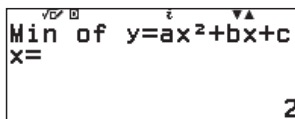
Ex. $y = 2x^2 - 8x + 7$

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด OK 2 EXE $-$ 8 EXE 7 EXE EXE



EXE EXE EXE กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



เนื่องจากค่าของ a ใน $y = a(x - p)^2 + q$ คือสัมประสิทธิ์ของ x^2 แล้ว $a=2$
 $a>0$ ดังนั้นกราฟจึงหงายขึ้น และ y เป็นจุดต่ำสุด ซึ่งเป็นจุดยอด เครื่องคิดเลข
วิทยาศาสตร์จึงแสดงผลเป็น Min (ต่ำสุด)

ดังนั้น เราจึงได้จุดยอดที่ $(p, q)=(2, -1)$ ด้วยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ เรา
จะได้สมการ $y = 2(x - 2)^2 - 1$

นอกจากนี้ เมื่อ $a<0$ กราฟคว่ำลง และ y เป็นจุดสูงสุด ซึ่งเป็นจุดยอด เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์จึงแสดงผลเป็น
Max (สูงสุด)

EXERCISE

1 จงหาแกนสมมาตรและจุดยอดของกราฟของฟังก์ชันกำลังสองต่อไปนี้

(1) $y = x^2 - 6x - 5$

$$y = x^2 - 6x - 5 = (x-3)^2 - 3^2 - 5 = (x-3)^2 - 14$$

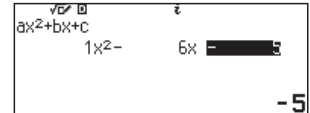
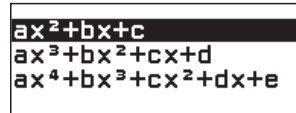
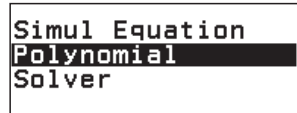
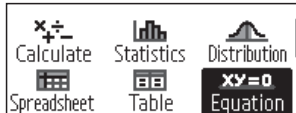
ดังนั้น เราจึงได้แกนสมมาตรคือ $x=3$ และจุดยอดคือ $(3, -14)$

$x=3, (3, -14)$

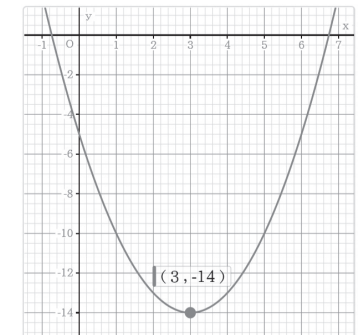
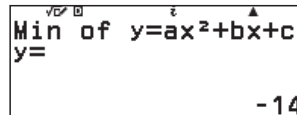
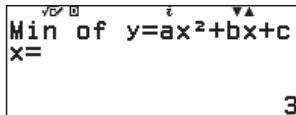
check

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$ ① EXE $-$ ⑥ EXE $-$ ⑤ EXE EXE



EXE EXE EXE กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



(2) $y = -3x^2 + 12x - 4$

$$y = -3x^2 + 12x - 4 = -3(x^2 - 4x) - 4 = -3\{(x-2)^2 - 4\} - 4 = -3(x-2)^2 + 8$$

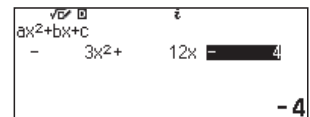
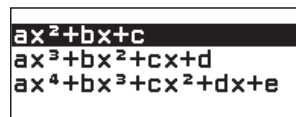
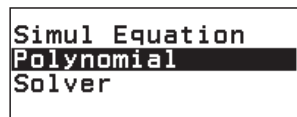
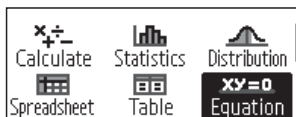
ดังนั้น เราจึงได้แกนสมมาตรคือ $x=2$ และจุดยอดคือ $(2, 8)$

$x=2, (2, 8)$

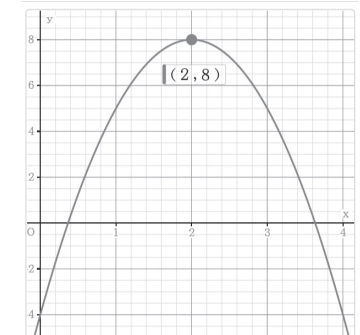
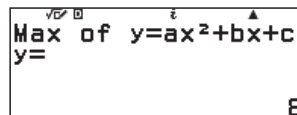
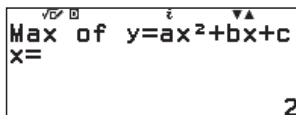
check

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$ $-$ ③ EXE ① ② EXE $-$ ④ EXE EXE



EXE EXE EXE กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



2 จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

(1) $y = x^2 + 4x + 3$

$$y = x^2 + 4x + 3 = (x + 2)^2 - 2^2 + 3 = (x + 2)^2 - 1$$

ดังนั้น เราจึงได้แกนสมมาตรคือ $x = -2$ และจุดยอดคือ

$(-2, -1)$

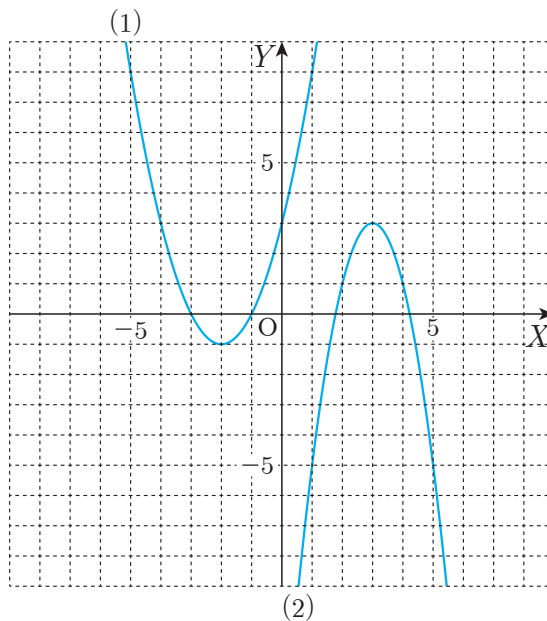
(2) $y = -2x^2 + 12x - 15$

$$y = -2x^2 + 12x - 15 = -2(x^2 - 6x) - 15$$

$$= -2\{(x - 3)^2 - 3^2\} - 15 = -2(x - 3)^2 + 3$$

ดังนั้น เราจึงได้แกนสมมาตรคือ $x = 3$ และจุดยอดคือ

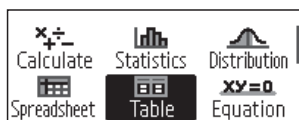
$(3, 3)$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด D เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = x^2 + 4x + 3$ แล้ว ให้กด EXE



$f(x) = x^2 + 4x + 3$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -2x^2 + 12x - 15$

กด D เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-5, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1]

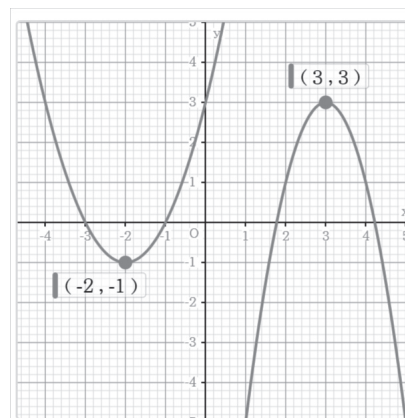
แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

$g(x) = -2x^2 + 12x - 15$

Table Range
Start :-5
End :5
Step :1

กด F1 สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

x	f(x)	g(x)
1	8	-125
2	-4	-95
3	-3	-69
4	-2	-47



PRACTICE

- 1 จงหาแกนสมมาตรและจุดยอดของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 8x + 10$

$$y = x^2 - 8x + 10 = (x - 4)^2 - 4^2 + 10 = (x - 4)^2 - 6$$

ดังนั้น เราจึงได้แกนสมมาตรคือ $x=4$ และจุดยอดคือ $(4, -6)$

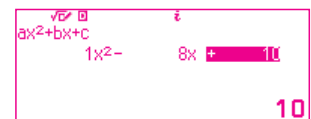
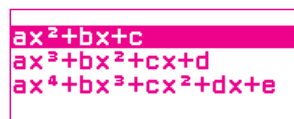
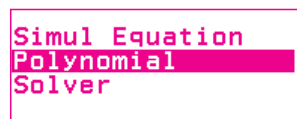
$x=4, (4, -6)$

check

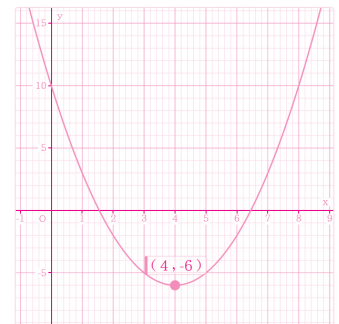
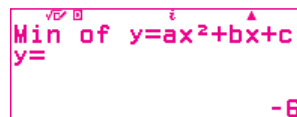
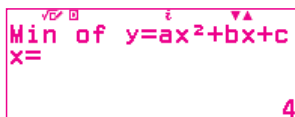
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$

$\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$



$\odot$ $\odot$ $\odot$ กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



๒ จงวาดกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้

(1) $y = 2x^2 - 8x + 7$

$$y = 2x^2 - 8x + 7 = 2(x^2 - 4x) + 7$$

$$= 2\{(x - 2)^2 - 2^2\} + 7 = 2(x - 2)^2 - 1$$

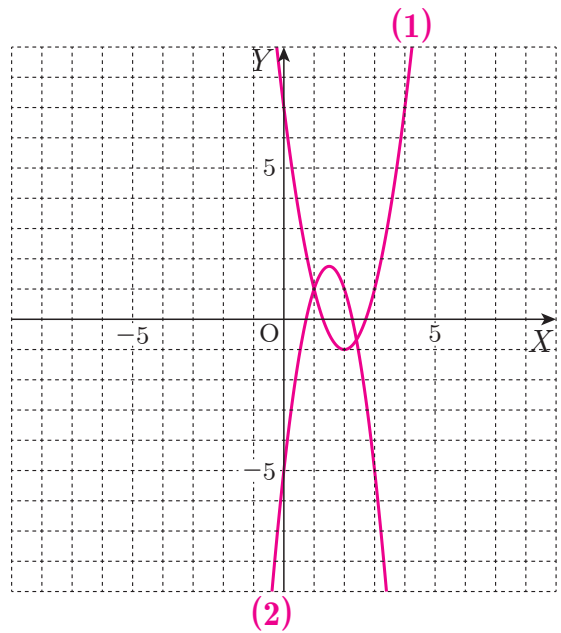
ดังนั้น เราจึงได้แกนสมมาตรคือ $x=2$ และ
จุดยอดคือ $(2, -1)$

(2) $y = -3x^2 + 9x - 5$

$$y = -3x^2 + 9x - 5 = -3(x^2 - 3x) - 5$$

$$= -3\left\{x - \frac{3}{2}\right\}^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 5 = -3\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4}$$

ดังนั้น เราจึงได้แกนสมมาตรคือ $x = \frac{3}{2}$
และจุดยอดคือ $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define f(x)/g(x) (กำหนดค่า f(x)/g(x))] กด OK เลือก

[Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = 2x^2 - 8x + 7$ แล้ว ให้กด EXE



$f(x) = 2x^2 - 8x + 7$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -3x^2 + 9x - 5$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):-5, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)]

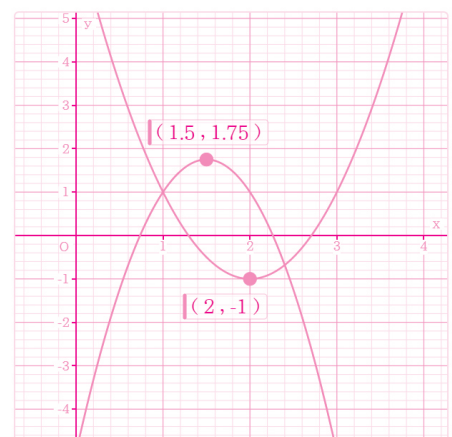
กด EXE

$g(x) = -3x^2 + 9x - 5$

Table Range
Start:-5
End:5
Step:1

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

	x	$f(x)$	$g(x)$
1	-5	97	-125
2	-4	71	-89
3	-3	49	-59
4	-2	31	-35



- ③ เมื่อโยนวัตถุในแนวดิ่งจากความสูง 0 เมตร ที่ความเร็ว v เมตร/วินาที ความสัมพันธ์ระหว่างความสูง y เมตร ของวัตถุและเวลา x วินาที อยู่ในรูป $y = -4.9x^2 + vx$ หากโยนลูกบอลในแนวดิ่งจากความสูง 0 เมตร ที่ความเร็ว 9.8 เมตร/วินาที จงหาเวลาและความสูงของลูกบอล เมื่อลูกบอลถึงจุดสูงสุด โดยไม่ต้องคำนวณแรงต้านอากาศ

$y = -4.9x^2 + 9.8x = -4.9(x^2 - 2x) = -4.9\{(x-1)^2 - 1^2\} = -4.9(x-1)^2 + 4.9$
 ดังนั้น กราฟของฟังก์ชันนี้จึงคว่ำลง แกนสมมาตรคือ $x=1$ และจุดยอดคือ $(1, 4.9)$
 ดังนั้น ลูกบอลจึงใช้เวลา 1 วินาทีเพื่อไปถึงจุดสูงสุด และความสูงของจุดสูงสุดดังกล่าวคือ 4.9 เมตร

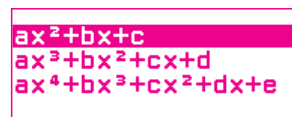
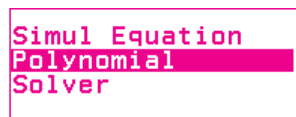
1 วินาที 4.9 เมตร

check

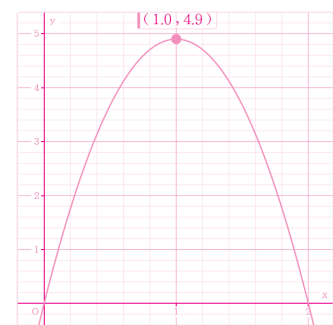
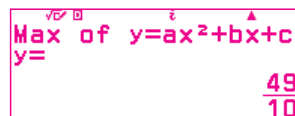
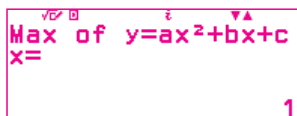
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$

$\ominus$ 4 $\odot$ 9 EXE 9 $\odot$ 8 EXE 0 EXE EXE



EXE EXE EXE กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



ที่จุดยอดของกราฟ y (ความสูง) จะเริ่มลดลง เราจึงรู้ได้ทันทีว่าลูกบอลเริ่มตกลงมา โปรดทราบว่ากราฟไม่ใช่วิถีโค้ง

กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง (4)

TARGET

การทำความเข้าใจการเลื่อนขนานและการสะท้อนพาราโบลา

STUDY GUIDE

การเลื่อนขนาน

สำหรับการเลื่อนขนานพาราโบลา เราเพียงแค่เลื่อนขนานจุดยอดของพาราโบลา

หากเราใช้พาราโบลา 2 เส้นที่มีสัมประสิทธิ์ของ x^2 เหมือนกัน เราก็มั่นใจได้ว่าพาราโบลาจะทับกันเมื่อเราเลื่อนขนานพาราโบลาทั้งสองเส้น กล่าวคือ การทำให้พาราโบลา 2 เส้นทับกัน เราต้องเลื่อนจุดยอดหนึ่งไปทับจุดยอดอีกจุดหนึ่ง

Ex. $2x^2 + 4x + 1 = 2(x^2 + 2x) + 1 = 2(x + 1)^2 - 2 \cdot 1^2 + 1 = 2(x + 1)^2 - 1$

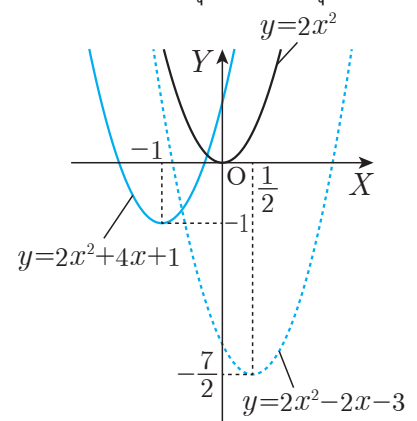
ดังนั้น สำหรับพาราโบลา $y = 2x^2 + 4x + 1$ เราเพียงแค่เลื่อนขนาน

พาราโบลา $y = 2x^2$ บนแกน X ไป -1 หน่วย และเลื่อนขนานบนแกน Y ไป -1 หน่วย

$$2x^2 - 2x - 3 = 2(x^2 - x) - 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{7}{2}$$

ดังนั้น สำหรับพาราโบลา $y = 2x^2 - 2x - 3$ เราเพียงแค่เลื่อนขนาน

พาราโบลา $y = 2x^2$ บนแกน X ไป $\frac{1}{2}$ หน่วย และเลื่อนขนานบนแกน Y ไป $-\frac{7}{2}$ หน่วย



การสะท้อน

การเลื่อนจุดแต่ละจุดในพาราโบลาไปยังตำแหน่งที่สมมาตรผ่านเส้นตรงเส้นหนึ่ง หรือผ่านจุดบางจุดเรียกว่า **การสะท้อน**

โดยทั่วไป การสะท้อนพาราโบลา $y=f(x)$ ในรูปต่าง ๆ นั้นให้ดำเนินการตามแกน X แกน Y และจุดกำเนิด ซึ่งเราจะได้พาราโบลาต่อไปนี้

(1) การสะท้อนตามแกน X

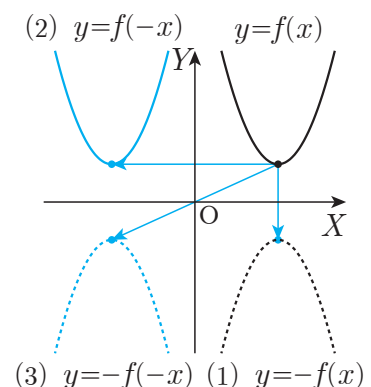
$-y=f(x)$ ซึ่งก็คือ $y=-f(x)$

(2) การสะท้อนตามแกน Y

$y=f(-x)$

(3) การสะท้อนตามจุดกำเนิด

$-y=f(-x)$ ซึ่งก็คือ $y=-f(-x)$



Ex. การสะท้อนพาราโบลา $y = x^2$ ตามแกน X เราจะได้ $y = -f(x) = -x^2$

การสะท้อนตามแกน Y เราจะได้ $y = f(-x) = (-x)^2 = x^2$

และการสะท้อนตามจุดกำเนิด เราจะได้ $y = -f(-x) = -(-x)^2 = -x^2$

EXERCISE

- ① เลื่อนขนานพาราโบลา $y = x^2 - 2x + 6$ และหาวิธีการเลื่อนขนานให้กับพาราโบลา $y = x^2 + 4x - 2$

จาก $y = x^2 - 2x + 6 = (x-1)^2 + 5$ เราจะพบว่าพิกัดจุดยอดของพาราโบลา $y = x^2 - 2x + 6$ คือจุด (1, 5)

จาก $y = x^2 + 4x - 2 = (x+2)^2 - 6$ เราจะพบว่าพิกัดจุดยอดของพาราโบลา $y = x^2 + 4x - 2$ คือจุด (-2, -6)

ดังนั้น จุดยอดจึงถูกเลื่อนขนานบนแกน X ไป $-2-1=-3$ หน่วย และเลื่อนขนานบนแกน Y ไป $-6-5=-11$ หน่วย

เลื่อนขนานบนแกน X ไป -3 หน่วย และบนแกน Y ไป -11 หน่วย



check

ใช้ Equation (สมการ) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์เพื่อคำนวณจุดยอดของพาราโบลา 2 เส้น

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$

① $\odot$ $\odot$ ② $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$

Min of $y=ax^2+bx+c$
x=
1x²- 2x + 6

Min of $y=ax^2+bx+c$
x=
1

Min of $y=ax^2+bx+c$
y=
5

① $\odot$ $\odot$ ④ $\odot$ $\odot$ ② $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$

Min of $y=ax^2+bx+c$
x=
1x²+ 4x - 2

Min of $y=ax^2+bx+c$
x=
-2

Min of $y=ax^2+bx+c$
y=
-6

- ② จงหาสมการของพาราโบลาหลังจากเลื่อนขนานพาราโบลา $y = x^2 - 4x - 3$ ไป -4 หน่วยตามแกน X และ 3 หน่วยตามแกน Y

จาก $y = x^2 - 4x - 3 = (x-2)^2 - 7$ เราจะพบว่าพิกัดของจุดยอดคือ (2, -7)

โดยการเลื่อนขนานจุดยอด -4 หน่วยบนแกน X และ 3 หน่วยบนแกน Y จุดยอดที่ถูกเลื่อนจะมีพิกัด x เป็น

$2-4=-2$ และพิกัด y เป็น $-7+3=-4$

ดังนั้น เราจะพบว่าสมการสำหรับพาราโบลา คือ $y = \{x - (-2)\}^2 - 4 = x^2 + 4x$

$y = x^2 + 4x$

check

ใช้ Equation (สมการ) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์เพื่อคำนวณจุดยอดของพาราโบลา $y = x^2 - 4x - 3$

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$

① $\odot$ $\odot$ ④ $\odot$ $\odot$ ③ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$

Min of $y=ax^2+bx+c$
x=
1x²- 4x - 3

Min of $y=ax^2+bx+c$
x=
2

Min of $y=ax^2+bx+c$
y=
-7

PRACTICE

- ① เลื่อนขนานพาราโบลา $y = 2x^2 - 4x + 5$ และหาวิธีการเลื่อนขนานให้ทับพาราโบลา $y = 2x^2 + 4x + 3$

จาก $y = 2x^2 - 4x + 5 = 2(x - 1)^2 + 3$ เราจะพบว่าพิกัดจุดยอดของพาราโบลา $y = 2x^2 - 4x + 5$ คือ $(1, 3)$

จาก $y = 2x^2 + 4x + 3 = 2(x + 1)^2 + 1$ เราจะพบว่าพิกัดจุดยอดของพาราโบลา $y = 2x^2 + 4x + 3$ คือ $(-1, 1)$

ดังนั้น จุดยอดจึงถูกเลื่อนขนานบนแกน X ไป $-1 - 1 = -2$ หน่วย และเลื่อนขนานบนแกน Y ไป $1 - 3 = -2$ หน่วย

เลื่อนขนานบนแกน X ไป -2 หน่วย และบนแกน Y ไป -2 หน่วย

check

ใช้ Equation (สมการ) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์เพื่อคำนวณจุดยอดของพาราโบลา 2

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด OK

2 EXE $-$ 4 EXE 5 EXE

EXE EXE EXE EXE EXE

EXE EXE EXE EXE EXE

2 EXE 4 EXE 3 EXE

EXE EXE EXE EXE

EXE EXE EXE EXE EXE

- ② จงหาสมการของพาราโบลาหลังจากเลื่อนขนานพาราโบลา $y = x^2 + 4x + 8$ ไป -3 หน่วยตามแกน X และ -5 หน่วยตามแกน Y

จาก $y = x^2 + 4x + 8 = (x + 2)^2 + 4$ เราจะพบว่าพิกัดของจุดยอดคือจุด $(-2, 4)$

โดยการเลื่อนขนานจุดยอดบนแกน X ไป -3 หน่วย และบนแกน Y ไป -5 หน่วย เรา

จะพบว่าจุดยอดที่ถูกเลื่อนนั้นมีพิกัด x เป็น $-2 - 3 = -5$ และพิกัด y เป็น $4 - 5 = -1$

ดังนั้น เราจะพบว่าสมการสำหรับพาราโบลา คือ $y = (x + 5)^2 - 1 = x^2 + 10x + 24$

$$y = x^2 + 10x + 24$$

check

ใช้ Equation (สมการ) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์เพื่อคำนวณจุดยอดของพาราโบลา $y = x^2 + 4x + 8$

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด OK

1 EXE 4 EXE 8 EXE

EXE EXE EXE EXE

EXE EXE EXE EXE EXE

③ จงหาสมการของพาราโบลาหลังจากสะท้อนพาราโบลา $y = x^2 - 6x + 11$ ตามแกน X แกน Y และจุดกำเนิด

จาก $y = x^2 - 6x + 11 = (x - 3)^2 + 2$ เราจะพบว่าพิกัดจุดยอดของพาราโบลานี้คือ $(3, 2)$ และหงายขึ้น

โดยการสะท้อนพาราโบลานี้ตามแกน X เราจะพบ

พาราโบลาที่มีพิกัดจุดยอดเป็น $(3, -2)$ และคว่ำลง ดังนั้น เราจึงได้ $y = -(x - 3)^2 - 2 = -x^2 + 6x - 11$

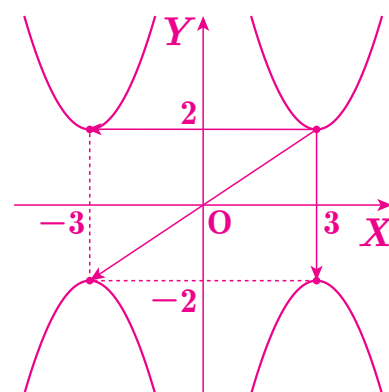
โดยการสะท้อนพาราโบลานี้ตามแกน Y เราจะพบ

พาราโบลาที่มีพิกัดจุดยอดเป็น $(-3, 2)$ และหงายขึ้น ดังนั้น เราจึงได้ $y = \{x - (-3)\}^2 + 2 = x^2 + 6x + 11$

โดยการสะท้อนพาราโบลานี้ตามจุดกำเนิด เราจะพบ

พาราโบลาที่มีพิกัดจุดยอดเป็น $(-3, -2)$ และคว่ำลง ดังนั้น เราจึงได้

$$y = -\{x - (-3)\}^2 - 2 = -x^2 - 6x - 11$$



สะท้อนตามแกน $X \dots y = -x^2 + 6x - 11$

สะท้อนตามแกน $Y \dots y = x^2 + 6x + 11$

จุดกำเนิด $\dots y = -x^2 - 6x - 11$

OTHER METHODS

เมื่อสะท้อนตามแกน X แล้ว:

$$y = -f(x) = -(x^2 - 6x + 11) = -x^2 + 6x - 11$$

เมื่อสะท้อนตามแกน Y แล้ว:

$$y = f(-x) = (-x)^2 - 6 \cdot (-x) + 11 = x^2 + 6x + 11$$

เมื่อสะท้อนตามจุดกำเนิดแล้ว :

$$y = -f(-x) = -\{(-x)^2 - 6 \cdot (-x) + 11\} = -x^2 - 6x - 11$$

การหาสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีหาสมการของฟังก์ชันกำลังสองโดยใช้เงื่อนไขต่าง ๆ

STUDY GUIDE

การหาสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

ฟังก์ชันกำลังสองไม่สามารถแสดงฟังก์ชันกำลังสองเพียง 1 ฟังก์ชันได้ แม้ว่าเราจะรู้แกนสมมาตรและจุดยอดต่าง ๆ ของกราฟอยู่แล้ว ดังนั้น หากเรารู้แกนสมมาตรและจุดยอดหนึ่ง รวมถึงจุดหนึ่งบนเส้นโค้งของฟังก์ชันกำลังสองอยู่แล้ว เราก็สามารถแสดงฟังก์ชันกำลังสองได้เพียง 1 ฟังก์ชัน

การหาฟังก์ชันกำลังสองจากแกนสมมาตร จุดยอด และจุด 1 จุดบนเส้นโค้ง

หากเรารู้แกนสมมาตรและจุดยอดแล้ว เราสามารถใช้สมการ $y = a(x - p)^2 + q$ เพื่อแสดงฟังก์ชันและหาค่าต่าง ๆ ของ a , p และ q

- (1) แทนที่แกนสมมาตรและจุดยอดที่กำหนดไว้ใน $y = a(x - p)^2 + q$
- (2) แทนที่จุดบนเส้นโค้งในสมการที่ได้จากข้อ (1) และหาตัวแปรที่ไม่ทราบค่า
- (3) แทนที่ตัวแปรที่ไม่ทราบค่าที่พบในข้อ (2) ในสมการที่ได้จากข้อ (1)

การหาฟังก์ชันกำลังสองจากจุด 3 จุดบนเส้นโค้ง

หากเรารู้จุด 3 จุดบนเส้นโค้ง เราสามารถใช้สมการ $y = ax^2 + bx + c$ เพื่อแสดงฟังก์ชันและแก้ระบบสมการที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 3 ตัวสำหรับตัวอักษร a , b และ c ได้

- (1) แทนที่พิกัดของจุด 3 จุดที่กำหนดไว้ใน $y = ax^2 + bx + c$
- (2) แก้ระบบสมการที่มีตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 3 ตัวที่ได้จากข้อ (1) เพื่อหา a , b และ c

EXERCISE

1 จงหาฟังก์ชันกำลังสองที่มีกราฟเป็นพาราโบลาในลักษณะต่อไปนี้

(1) จุดยอดคือจุด (2, 3) และจุดบนเส้นโค้งคือ (1, 5)

เนื่องจากจุดยอดคือจุด (2, 3) ฟังก์ชันกำลังสองที่เราพบคือ $y = a(x - p)^2 + q$ ซึ่งเราแทนที่ $p=2$ และ $q=3$ ก็จะได้ $y = a(x - 2)^2 + 3 \dots (i)$

กราฟของฟังก์ชันนี้ผ่านจุด (1, 5) ดังนั้นโดยการแทนที่ $x=1$ และ $y=5$ ในข้อ (i) เราจะได้ $5 = a(1 - 2)^2 + 3 \dots (ii)$ โดยการแก้ข้อ (ii) เราจะได้ $a=2$ ดังนั้น จะได้ $y = 2(x - 2)^2 + 3$ สำหรับสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

$$y = 2(x - 2)^2 + 3$$

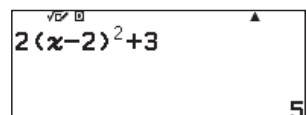
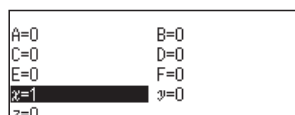
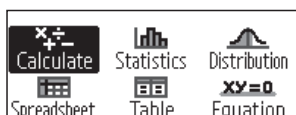


check

เมื่อเราแทนที่ $x=1$ ในฟังก์ชันกำลังสองที่เราได้ เราสามารถตรวจสอบว่าเราได้ $y=5$ โดยใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน $x=1$ แล้ว ให้กด $\odot$ หลังจากป้อน $2(x - 2)^2 + 3$ แล้ว ให้กด $\odot$



(2) แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x=3$ และจุด 2 จุดบนเส้นโค้งคือ $(1, -9)$ และ $(2, -3)$

เนื่องจากแกนสมมาตรคือเส้นตรง $x=3$ แล้วฟังก์ชันกำลังสองที่เราพบคือ $y = a(x - p)^2 + q$ ซึ่งเราแทนที่ $p=3$ ก็จะได้ $y = a(x - 3)^2 + q \dots(i)$

กราฟของฟังก์ชันนี้ผ่านจุด $(1, -9)$ ดังนั้นโดยการแทนที่ $x=1$ และ $y=-9$ ในข้อ (i) เราจะได้

$$-9 = a(1 - 3)^2 + q \dots(ii)$$

ผ่านจุด $(2, -3)$ ดังนั้นโดยการแทนที่ $x=2$ และ $y=-3$ ในข้อ (i) เราจะได้ $-3 = a(2 - 3)^2 + q \dots(iii)$

เมื่อแก้ข้อ (ii) และ (iii) ได้แล้ว เราจะได้ $a=-2$ และ $q=-1$ ดังนั้นจะได้ $y = -2(x - 3)^2 - 1$ สำหรับสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

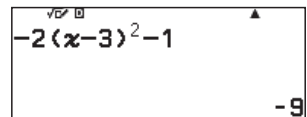
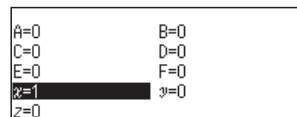
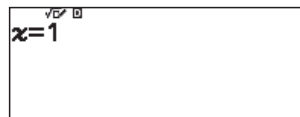
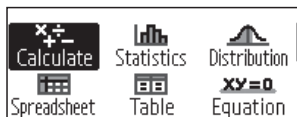
$$y = -2(x - 3)^2 - 1$$

check

เมื่อเราแทนที่ $x=1$ ในฟังก์ชันกำลังสองที่เราได้ เราสามารถตรวจสอบว่าเราได้ $y=-9$ โดยใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน $x=1$ แล้ว ให้กด $\odot$ หลังจากป้อน $-2(x - 3)^2 - 1$ แล้ว ให้กด $\odot$



② จงหาฟังก์ชันกำลังสองสำหรับพาราโบลาที่ผ่านจุด 3 จุด $(-1, 5)$, $(1, -1)$ และ $(3, 1)$

โดยกำหนดให้ฟังก์ชันกำลังสองที่เราได้เป็น $y = ax^2 + bx + c$

กราฟของฟังก์ชันนี้ผ่านจุด $(-1, 5)$ ดังนั้นจึงเป็น $5 = a \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + c \dots(i)$

ผ่านจุด $(1, -1)$ ดังนั้นจึงเป็น $-1 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \dots(ii)$

ผ่านจุด $(3, 1)$ ดังนั้นจึงเป็น $1 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \dots(iii)$

เมื่อแก้ข้อ (i), (ii) และข้อ (iii) แล้ว เราจะได้ $a=1$, $b=-3$ และ $c=1$ ดังนั้นจะได้ $y = x^2 - 3x + 1$ สำหรับสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

$$y = x^2 - 3x + 1$$

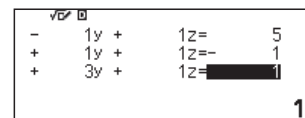
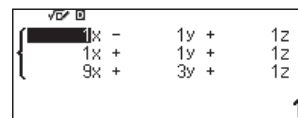
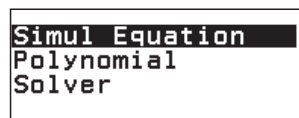
check

จาก Equation (สมการ) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ให้เลือกกระบวนสมการมีตัวแปร 3 ตัวเพื่อแก้สมการ

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Simul Equation (ระบบสมการ)] กด $\odot$ เลือก [3 Unknowns (ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 3 ตัว)] กด $\odot$

① EXE $\ominus$ ① EXE ① EXE ⑤ EXE ① EXE ① EXE $\ominus$ ① EXE ⑨ EXE ③ EXE ① EXE ① EXE EXE



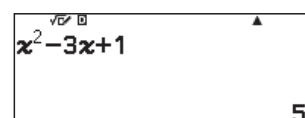
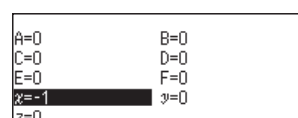
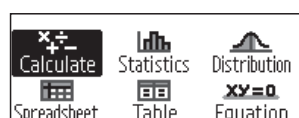
EXE EXE



เมื่อเราแทนที่ $x=-1$ ในฟังก์ชันกำลังสองที่เราได้ เราสามารถตรวจสอบได้ว่าเราได้ $y=5$ โดยใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน $x=-1$ แล้ว ให้กด $\odot$ หลังจากป้อน $x^2 - 3x + 1$ แล้ว ให้กด $\odot$



PRACTICE

1 จงหาฟังก์ชันกำลังสองที่มีกราฟเป็นพาราโบลาในลักษณะต่อไปนี้

(1) จุดยอดคือจุด $(-1, 2)$ และจุดบนเส้นโค้งคือ $(-2, 5)$

เนื่องจากจุดยอดคือจุด $(-1, 2)$ ฟังก์ชันกำลังสองที่เราพบคือ $y = a(x - p)^2 + q$ ซึ่งเราแทนที่ $p = -1$ และ $q = 2$ ก็จะได้ $y = a(x + 1)^2 + 2 \dots (i)$

กราฟของฟังก์ชันนี้ผ่านจุด $(-2, 5)$ ดังนั้นโดยการแทนที่ $x = -2$ และ $y = 5$ ในข้อ (i) เราจะได้ $5 = a(-2 + 1)^2 + 2 \dots (ii)$

โดยการแก้ข้อ (ii) เราจะได้ $a = 3$ ดังนั้น จะได้ $y = 3(x + 1)^2 + 2$ สำหรับสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

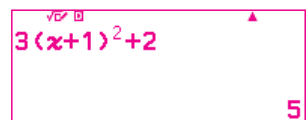
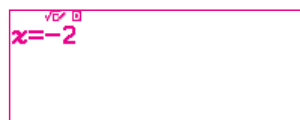
$$y = 3(x + 1)^2 + 2$$

check

เมื่อเราแทนที่ $x = -2$ ในฟังก์ชันกำลังสองที่เราได้ เราสามารถตรวจสอบว่าเราได้ $y = 5$ โดยใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน $x = -2$ แล้ว ให้กด $\odot$ หลังจากป้อน $3(x + 1)^2 + 2$ แล้ว ให้กด $\odot$



(2) แกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = 2$ และจุด 2 จุดบนเส้นโค้งคือ $(0, -3)$ และ $(1, 0)$

เนื่องจากแกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = 2$ แล้วฟังก์ชันกำลังสองที่เราพบคือ

$y = a(x - p)^2 + q$ ซึ่งเราแทนที่ $p = 2$ ก็จะได้ $y = a(x - 2)^2 + q \dots (i)$

กราฟของฟังก์ชันนี้ผ่านจุด $(0, -3)$ ดังนั้นโดยการแทนที่ $x = 0$ และ $y = -3$ ในข้อ (i) เราจะได้ $-3 = a(0 - 2)^2 + q \dots (ii)$

ผ่านจุด $(1, 0)$ ดังนั้นโดยการแทนที่ $x = 1$ และ $y = 0$ ในข้อ (i) เราจะได้

$0 = a(1 - 2)^2 + q \dots (iii)$

เมื่อแก้ข้อ (ii) และ (iii) ได้แล้ว เราจะได้ $a = -1$ และ $q = 1$ ดังนั้นจะได้

$y = -(x - 2)^2 + 1$ สำหรับสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

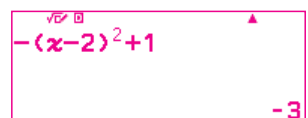
$$y = -(x - 2)^2 + 1$$

check

เมื่อเราแทนที่ $x = 0$ ในฟังก์ชันกำลังสองที่เราได้ เราสามารถตรวจสอบว่าเราได้ $y = -3$ โดยใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน $x = 0$ แล้ว ให้กด $\odot$ หลังจากป้อน $-(x - 2)^2 + 1$ และ ให้กด $\odot$



- 2 จงหาฟังก์ชันกำลังสองสำหรับพาราโบลาที่ผ่านจุด 3 จุด $(-2, 7)$, $(1, 4)$ และ $(3, 32)$

โดยกำหนดให้ฟังก์ชันกำลังสองที่หาได้เป็น $y = ax^2 + bx + c$

กราฟของฟังก์ชันนี้ผ่านจุด $(-2, 7)$ ดังนั้นจึงเป็น $7 = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + c \dots(i)$

ผ่านจุด $(1, 4)$ ดังนั้นจึงเป็น $4 = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c \dots(ii)$

ผ่านจุด $(3, 32)$ ดังนั้นจึงเป็น $32 = a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + c \dots(iii)$

เมื่อแก้ข้อ (i), (ii) และข้อ (iii) แล้ว เราจะได้ $a=3$, $b=2$ และ $c=-1$ ดังนั้นจะได้

$y = 3x^2 + 2x - 1$ สำหรับสมการของฟังก์ชันกำลังสอง

$$y = 3x^2 + 2x - 1$$

check

จาก Equation (สมการ) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ให้เลือกระบบสมการที่มีตัวแปร 3 ตัวเพื่อแก้สมการ

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Simul Equation (ระบบสมการ)] กด $\odot$ เลือก

[3 Unknowns (ตัวแปรที่ไม่ทราบค่า 3 ตัว)] กด $\odot$

4 $\odot$ EXE $\ominus$ 2 $\odot$ EXE 1 $\odot$ EXE 7 $\odot$ EXE 1 $\odot$ EXE 1 $\odot$ EXE 1 $\odot$ EXE 4 $\odot$ EXE 9 $\odot$ EXE 3 $\odot$ EXE 1 $\odot$ EXE 3 $\odot$ 2 $\odot$ EXE $\odot$ EXE

Simul Equation Polynomial Solver	2 Unknowns 3 Unknowns 4 Unknowns	$\begin{cases} 4x - 2y + 1z = 7 \\ 1x + 1y + 1z = 4 \\ 9x + 3y + 1z = 32 \end{cases}$	$\begin{cases} -2y + 1z = 7 \\ + 1y + 1z = 4 \\ + 3y + 1z = 32 \end{cases}$
--	--	---	---

EXE EXE

x=	y=	z=
3	2	-1

เมื่อเราแทนที่ $x=-2$ ในฟังก์ชันกำลังสองที่หาได้ เราสามารถตรวจสอบว่าเราได้ $y=7$ โดยใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน $x=-2$ แล้ว ให้กด $\odot$ หลังจากป้อน $3x^2 + 2x - 1$ แล้ว ให้กด $\odot$

$\odot$ Calculate Statistics Distribution Spreadsheet Table Equation	$x=-2$	A=0 B=0 C=0 D=0 E=0 F=0 x=-2 y=0 z=0	$3x^2 + 2x - 1$
---	--------	--	-----------------

ฟังก์ชันกำลังสอง: ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง (1)

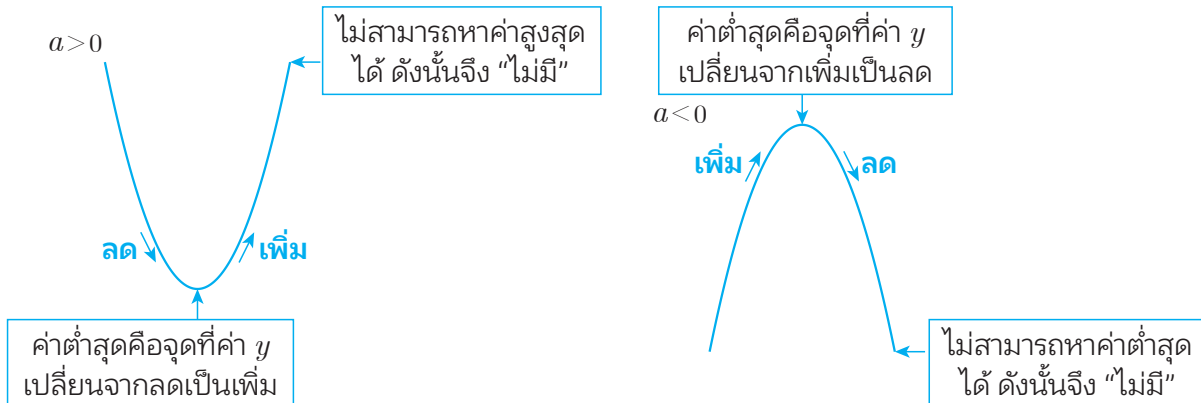
TARGET

การทำความเข้าใจวิธีหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อโดเมนของฟังก์ชันกำลังสองไม่มีลิมิต

STUDY GUIDE

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อโดเมนไม่มีลิมิต

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ คือค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของค่า y ซึ่งแตกต่างกันเมื่อ $a > 0$ และเมื่อ $a < 0$



หากโดเมนไม่มีลิมิต → หาคุดยอด

EXERCISE

- ◆ จงหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 + 4x - 4$ พร้อมทั้งระบุค่า x โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ทางด้านขวา เราจะได้ $y = (x + 2)^2 - 8$
ดังนั้น เมื่อ $x = -2$ ค่าต่ำสุดคือ -8
ไม่มีค่าสูงสุด

ค่าสูงสุด ... ไม่มี; ค่าต่ำสุด ... -8 (เมื่อ $x = -2$)



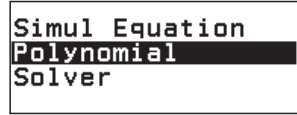
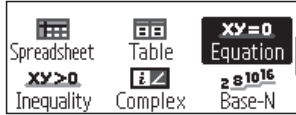
check

ใช้ Equation (สมการ) เพื่อหาจุดยอด (ค่าต่ำสุด) ของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 + 4x - 4$

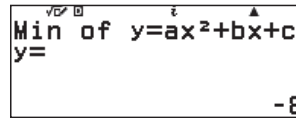
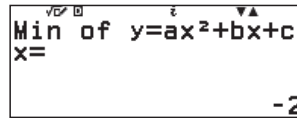
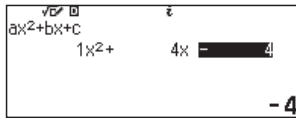
นอกจากนี้ คุณยังใช้คิวอาร์โค้ดเพื่อยืนยันกราฟได้

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

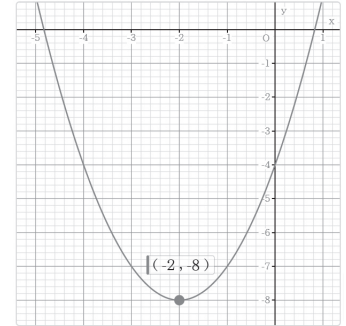
เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



$\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



PRACTICE

◆ จงหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองต่อไปนี้ พร้อมทั้งระบุค่า x

(1) $y = x^2 + 3x + 1$

โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ทางด้านขวา เราจะได้ $y = \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}$

ดังนั้น เมื่อ $x = -\frac{3}{2}$ ค่าต่ำสุดคือ $-\frac{5}{4}$

ไม่มีค่าสูงสุด

ค่าสูงสุด ... ไม่มี; ค่าต่ำสุด ... $-\frac{5}{4}$ (เมื่อ $x = -\frac{3}{2}$)

check

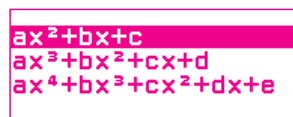
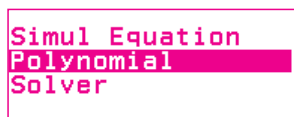
ใช้ Equation (สมการ) เพื่อหาจุดยอด (ค่าต่ำสุด) ของฟังก์ชันกำลังสอง

$$y = x^2 + 3x + 1$$

นอกจากนี้ คุณยังใช้คิอาร์โค้ดเพื่อยืนยันกราฟได้

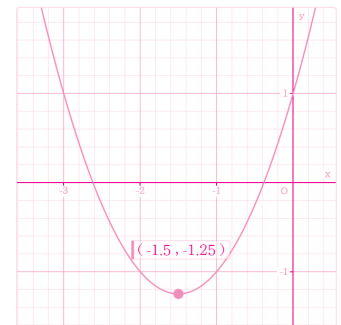
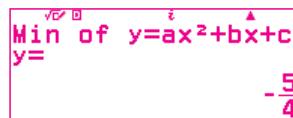
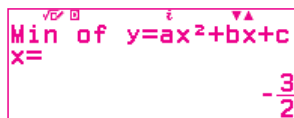
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด $\odot$



① EXE ③ EXE ① EXE

EXE EXE EXE EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



(2) $y = -2x^2 + 2x + 2$

โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ทางด้านขวา เราจะได้ $y = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{5}{2}$

ดังนั้น เมื่อ $x = \frac{1}{2}$ ค่าสูงสุดคือ $\frac{5}{2}$

ไม่มีค่าต่ำสุด

ค่าสูงสุด ... $\frac{5}{2}$ (เมื่อ $x = \frac{1}{2}$); ค่าต่ำสุด ... ไม่มี

check

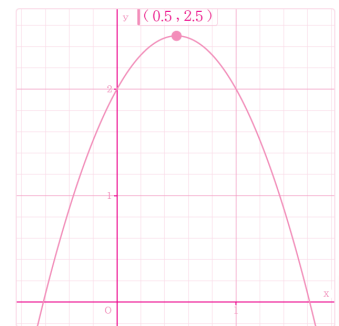
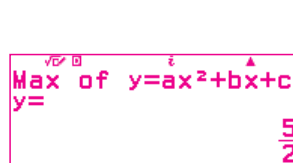
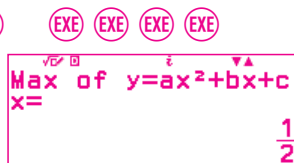
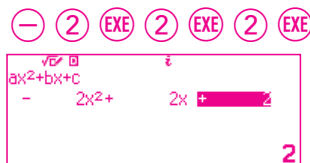
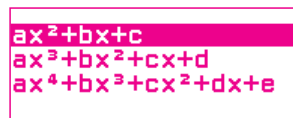
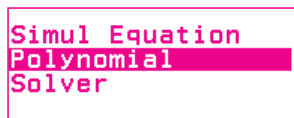
ใช้ Equation (สมการ) เพื่อหาจุดยอด (ค่าสูงสุด) ของฟังก์ชันกำลังสอง

$$y = -2x^2 + 2x + 2$$

นอกจากนี้ คุณยังใช้คิวอาร์โค้ดเพื่อยืนยันกราฟได้

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด $\odot$



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



ฟังก์ชันกำลังสอง: ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง (2)

TARGET

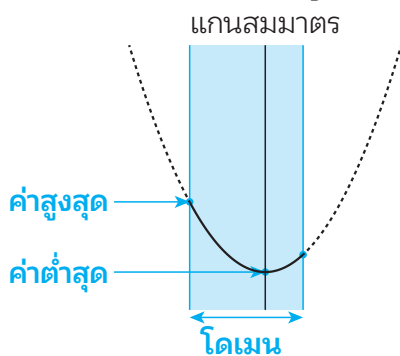
การทำความเข้าใจวิธีหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อโดเมนของฟังก์ชันกำลังสองมีลิมิต

STUDY GUIDE

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อโดเมนมีลิมิต

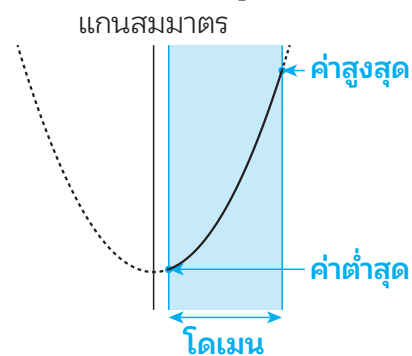
เมื่อโดเมนของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ มีลิมิต ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจะแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับว่าแกนสมมาตรที่มีจุดยอด อยู่ในโดเมนหรือไม่

เมื่อแกนสมมาตรอยู่ในโดเมน



เนื่องจากแกนสมมาตรที่มีจุดยอด อยู่ในโดเมน ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดนั้นสัมพันธ์กับแกนสมมาตร (พิจารณาปลายทั้งสองด้านของโดเมนและแกนสมมาตร)

เมื่อแกนสมมาตรไม่ได้อยู่ในโดเมน



เนื่องจากแกนสมมาตรที่มีจุดยอด ไม่อยู่ในโดเมน ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดนั้นไม่สัมพันธ์กับแกนสมมาตร (พิจารณาเฉพาะปลายทั้งสองด้านของโดเมน)

เมื่อโดเมนมีลิมิต → สังเกตตำแหน่งของแกนสมมาตรที่มีจุดยอด และปลายทั้งสองด้านของโดเมน

EXERCISE

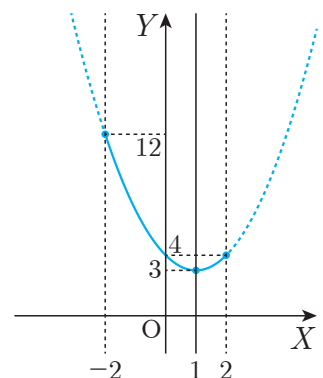
◆ จงหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 2x + 4$ ในโดเมนต่อไปนี้ พร้อมทั้งระบุค่า x

(1) $-2 \leq x \leq 2$

โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ทางด้านขวา เราจะได้ $y = (x-1)^2 + 3$ ดังนั้นแกนสมมาตรคือ $x=1$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เมื่อ $x=-2$ ค่าสูงสุดคือ 12 และเมื่อ $x=1$ ค่าต่ำสุดคือ 3

ค่าสูงสุด ... 12 (เมื่อ $x=-2$)
ค่าต่ำสุด ... 3 (เมื่อ $x=1$)

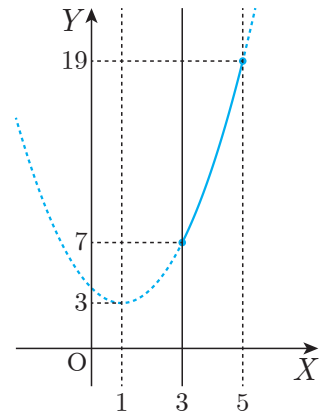


(2) $3 \leq x \leq 5$

โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ทางด้านขวา เราจะได้ $y = (x-1)^2 + 3$ ดังนั้นแกนสมมาตรคือ $x=1$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เมื่อ $x=5$ ค่าสูงสุดคือ 19 และเมื่อ $x=3$ ค่าต่ำสุดคือ 7

ค่าสูงสุด ...19 (เมื่อ $x=5$)
ค่าต่ำสุด ...7 (เมื่อ $x=3$)

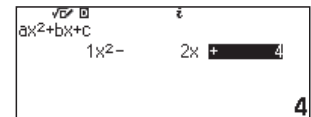
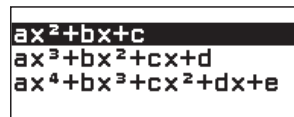
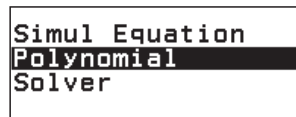
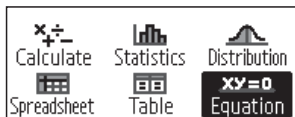


check

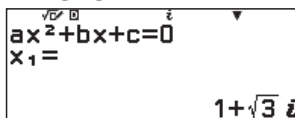
จงวาดกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 2x + 4$ และยืนยันค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของโดเมน

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด $\odot$ ① EXE ② EXE ③ EXE ④ EXE ⑤ EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

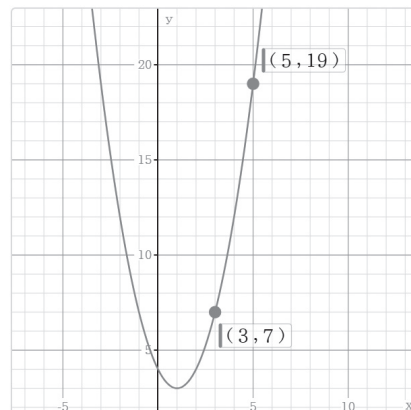
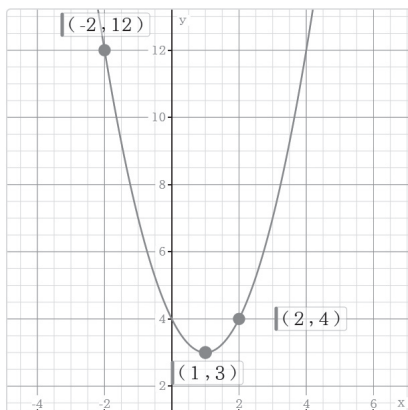


(1) หลังจากปรับเรนจ์ของกราฟแล้ว กำหนดให้ $x=-2$ และ $x=2$ และยืนยันค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดในเรนจ์

จากกราฟ หากโดเมนคือ $-2 \leq x \leq 2$ เราสามารถยืนยันได้ว่าเมื่อ $x=-2$ ค่าสูงสุดคือ 12 และเมื่อ $x=1$ ค่าต่ำสุดคือ 3

(2) หลังจากปรับเรนจ์ของกราฟแล้ว กำหนดให้ $x=3$ และ $x=5$ และยืนยันค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดในเรนจ์

จากกราฟ หากโดเมนคือ $3 \leq x \leq 5$ เราสามารถยืนยันได้ว่าเมื่อ $x=5$ ค่าสูงสุดคือ 19 และเมื่อ $x=3$ ค่าต่ำสุดคือ 7



PRACTICE

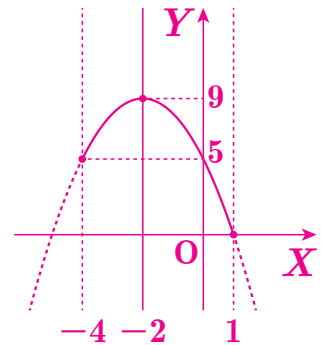
- 1 จงหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = -x^2 - 4x + 5$ โดยกำหนดให้ $-4 \leq x \leq 1$ และหาค่าของ x

โดยการทำให้เป็นกำลังสองสมบูรณ์ทางด้านขวา เราจะได้

$$y = -(x+2)^2 + 9 \text{ ดังนั้นแกนคือ } x = -2$$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เมื่อ $x = -2$ ค่าสูงสุดคือ 9 และ
เมื่อ $x = 1$ ค่าต่ำสุดคือ 0

ค่าสูงสุด ... 9 (เมื่อ $x = -2$)
ค่าต่ำสุด ... 0 (เมื่อ $x = 1$)



check

จงวาดกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = -x^2 - 4x + 5$ และยืนยันค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของโดเมน

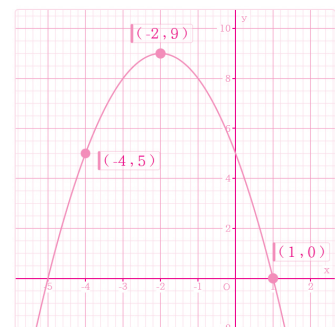
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด $\odot$



Simul Equation
Polynomial
Solver

ax^2+bx+c
 ax^3+bx^2+cx+d
 $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$



$\ominus$ 1 EXE $\ominus$ 4 EXE 5 EXE EXE

ax^2+bx+c
- 1x²- 4x + 5

$ax^2+bx+c=0$
 $x_1=$

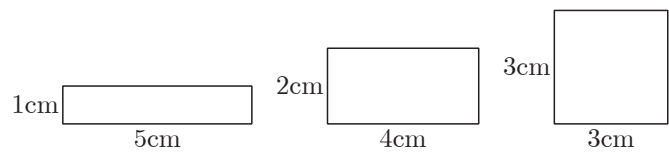
กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



หลังจากปรับเรนจ์ของกราฟแล้ว กำหนดให้ $x = -4$ และ $x = 1$ และยืนยันค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดในเรนจ์

จากกราฟ หากโดเมนคือ $-4 \leq x \leq 1$ เราสามารถยืนยันได้ว่าเมื่อ $x = -2$ ค่าสูงสุดคือ 9 และเมื่อ $x = 1$ ค่าต่ำสุดคือ 0

- ② รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากมีเส้นรอบรูป 12 ซม. จง
หาค่าสูงสุดของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยมมุมฉากดังกล่าว



โดยกำหนดให้ความยาวแนวตั้งของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือ x ซม. เราสามารถ
แสดงความยาวแนวนอนเป็น $(6-x)$ ซม.

เนื่องจากความยาวของด้านคือจำนวนบวก เราจะได้ $x > 0$ และ $6-x > 0$

ดังนั้น $0 < x < 6 \dots (i)$

โดยกำหนดให้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากคือ $y \text{ cm}^2$ แล้ว

$$y = x(6-x) = -x^2 + 6x = -(x-3)^2 + 9$$

ดังนั้น เราจะได้ $(3, 9)$ สำหรับจุดยอดของพาราโบลา

และเนื่องจากกราฟนี้คว่ำลง เราจึงได้ค่าสูงสุดเป็น 9 สำหรับข้อ (i)

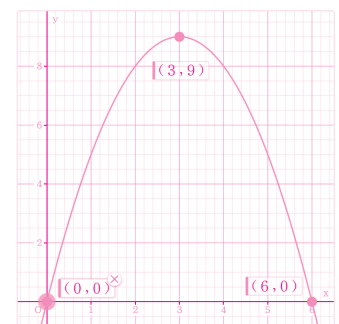
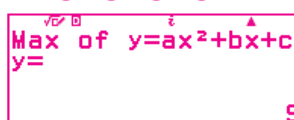
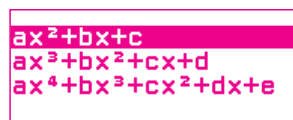
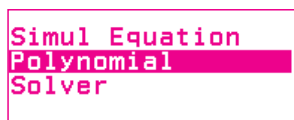
9 cm^2

check

จงวาดกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = -x^2 + 6x$ และยืนยันค่าสูงสุดของโดเมน

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง (3)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อโดเมนด้านหนึ่งของฟังก์ชันกำลังสองเป็นตัวแปร

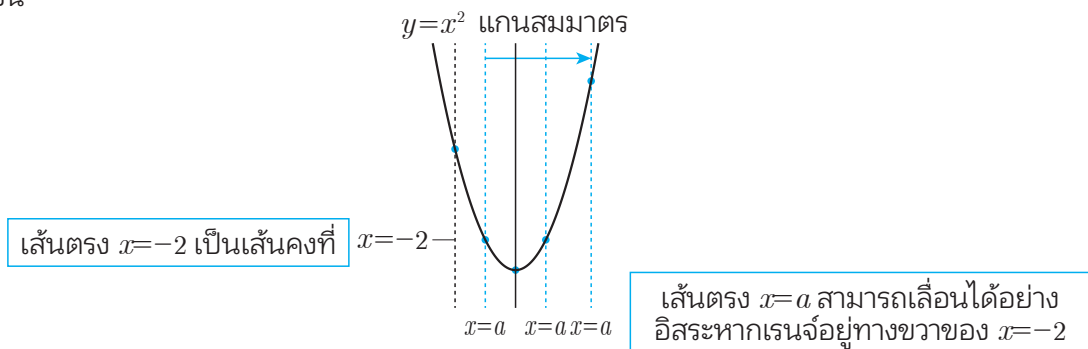
STUDY GUIDE

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อโดเมนเป็นตัวแปร

เมื่อมีตัวแปรอยู่ในโดเมนของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองจะเปลี่ยนตามค่าที่กำหนดให้กับตัวแปรนั้น ในกรณีต่าง ๆ เหล่านี้ เราสามารถเข้าใจได้ดังต่อไปนี้

พิจารณาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดเมื่อเส้นตรงที่ประกอบด้วยตัวแปรถูกเลื่อน

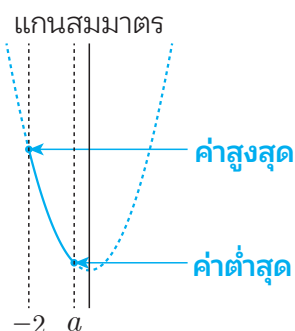
Ex. โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว ($a > -2$) แล้วเมื่อโดเมนของ $y = x^2$ คือ $-2 \leq x \leq a$ เราสามารถคิดได้ดังแผนภาพต่อไปนี้



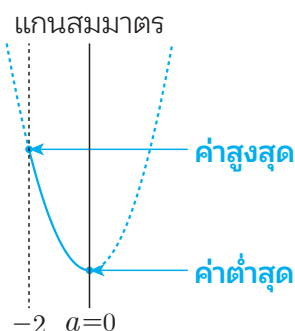
ตามที่เห็นในแผนภาพด้านบน ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจะเปลี่ยนตามตำแหน่งของเส้นตรง $x = a$ ดังนั้น เราจึงจำเป็นต้องพิจารณาตำแหน่งต่าง ๆ ของเส้นตรง เมื่อเลื่อน $x = a$ ไปทางขวาเล็กน้อย ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดจะเปลี่ยนดังต่อไปนี้

เราสามารถพิจารณากรณีของ (i) ถึง (v) แยกกันตามความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งของเส้นตรง $x = -2$, $x = 0$, $x = a$ และ $x = 2$ ได้

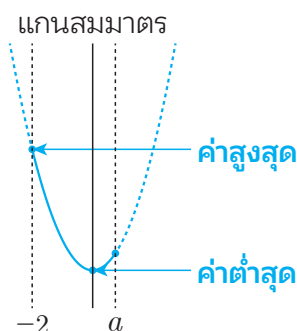
(i) $-2 < a < 0$



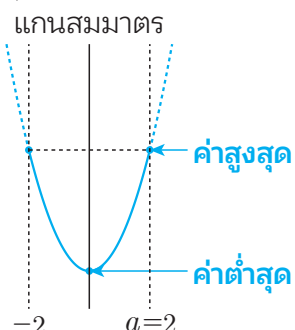
(ii) $a = 0$



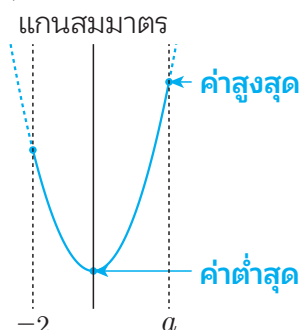
(iii) $0 < a < 2$



(iv) $a = 2$



(v) $2 < a$



EXERCISE

◆ โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว จงหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 + 2x$ ($a \leq x \leq a+2$)

จาก $y = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ เราจะได้แกนสมมาตร $x = -1$

จาก $a+2 < -1$ เราจะได้ $a < -3$... (i)

จาก $a+1 < -1 \leq a+2$ เราจะได้ $-3 \leq a < -2$... (ii)

จาก $a < -1 \leq a+1$ เราจะได้ $-2 \leq a < -1$... (iii)

$-1 \leq a$... (iv)

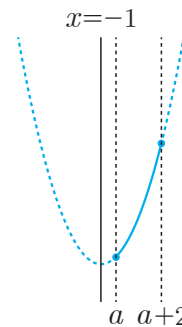
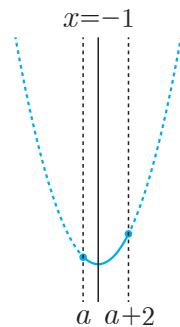
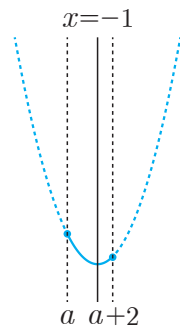
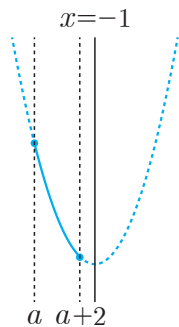
ดังนั้นให้พิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้แยกกัน

(i) $a < -3$

(ii) $-3 \leq a < -2$

(iii) $-2 \leq a < -1$

(iv) $-1 \leq a$



ดังนั้น ใน (i) และ (ii) สำหรับ $x = a$ เราจะได้ค่าสูงสุด $a^2 + 2a$

ใน (iii) และ (iv) สำหรับ $x = a+2$ เราจะได้ค่าสูงสุด $(a+2)^2 + 2(a+2) = a^2 + 6a + 8$

เมื่อ $a < -2$ แล้วสำหรับ $x = a$ ค่าสูงสุดคือ $a^2 + 2a$
เมื่อ $-2 \leq a$ แล้วสำหรับ $x = a+2$ ค่าสูงสุดคือ $a^2 + 6a + 8$

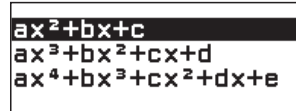
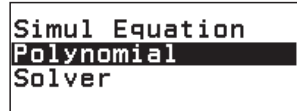
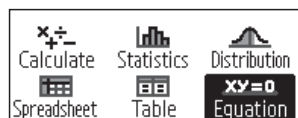


check

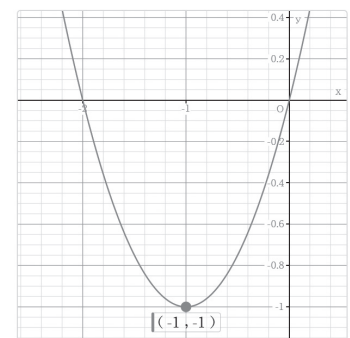
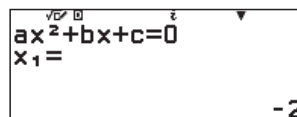
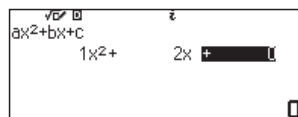
ใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์เพื่อสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 + 2x$ และพิจารณาโดเมน

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด OK



1 EXE 2 EXE 0 EXE EXE



กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



PRACTICE

◆ โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว จงหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 + 4x - 3$ ($a \leq x \leq a+4$)

จาก $y = x^2 + 4x - 3 = (x+2)^2 - 7$ เราจะได้แกนสมมาตร $x = -2$

จาก $a+4 < -2$ เราจะได้ $a < -6$... (i)

จาก $a+2 < -2 \leq a+4$ เราจะได้ $-6 \leq a < -4$... (ii)

จาก $a < -2 \leq a+2$ เราจะได้ $-4 \leq a < -2$... (iii)

$-2 \leq a$... (iv)

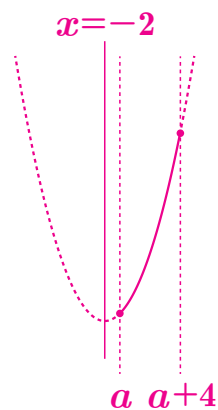
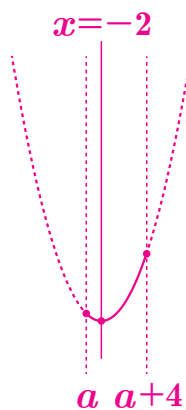
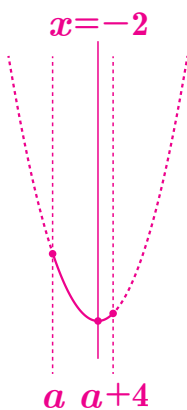
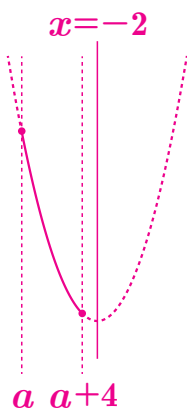
ดังนั้นให้พิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้แยกกัน

(i) $a < -6$

(ii) $-6 \leq a < -4$

(iii) $-4 \leq a < -2$

(iv) $-2 \leq a$



ดังนั้น ใน (i) สำหรับ $x = a+4$ เราจะได้ค่าต่ำสุด $(a+4)^2 + 4(a+4) - 3 = a^2 + 12a + 29$

ใน (ii) และ (iii) สำหรับ $x = -2$ (จุดยอด) เราจะได้ค่าต่ำสุด -7

ใน (iv) เราจะได้ค่าต่ำสุด $a^2 + 4a - 3$ สำหรับ $x = a$

เมื่อ $a < -6$ แล้วสำหรับ $x = a+4$ ค่าต่ำสุดคือ $a^2 + 12a + 29$

เมื่อ $-6 \leq a < -2$ แล้วสำหรับ $x = -2$ ค่าต่ำสุดคือ -7

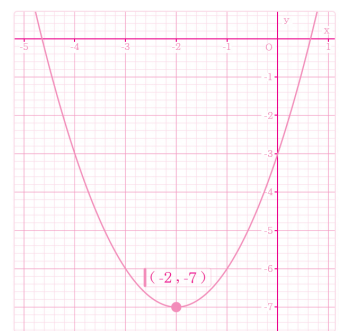
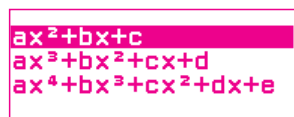
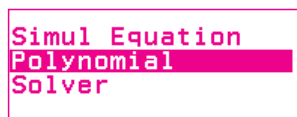
เมื่อ $-2 \leq a$ แล้วสำหรับ $x = a$ ค่าต่ำสุดคือ $a^2 + 4a - 3$

check

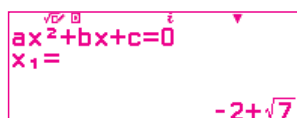
ใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์เพื่อสร้างกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 + 4x - 3$ และพิจารณาโดเมน

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด OK



1 EXE 4 EXE - 3 EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง (4)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการหาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อมีตัวแปรในสัมประสิทธิ์และค่าคงตัว

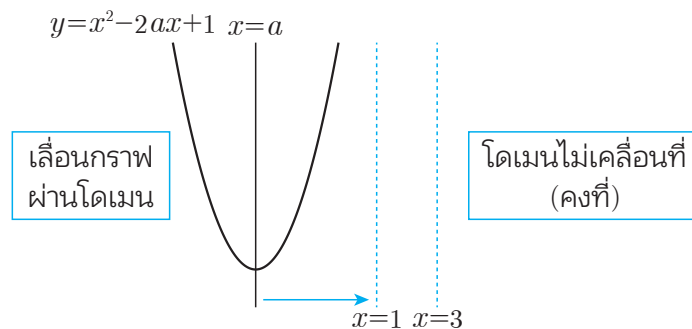
STUDY GUIDE

ค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสองเมื่อมีตัวแปรในสัมประสิทธิ์และค่าคงตัว

เมื่อสัมประสิทธิ์ x ของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ เป็นตัวแปร แล้วค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดมีแกนสมมาตรที่มีตัวแปรอยู่ด้วย ดังนั้นเราจึงพิจารณาได้ดังนี้

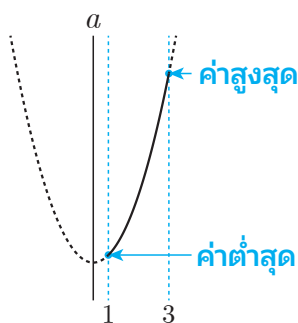
พิจารณาค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดเมื่อแกนสมมาตรถูกเลื่อน

Ex โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว และเมื่อโดเมนของ $y = x^2 - 2ax + 1 = (x - a)^2 - a^2 + 1$ คือ $1 \leq x \leq 3$ เราสามารถคิดได้ว่าเป็น “การเลื่อนแกนสมมาตร” กล่าวคือ “การเลื่อนกราฟ”

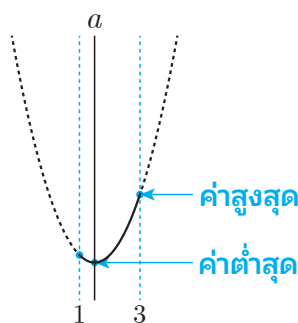


ในแผนภาพด้านบน โดยการเลื่อนกราฟไปทางขวาเรื่อย ๆ เราจะเห็นว่าค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดเปลี่ยนไป

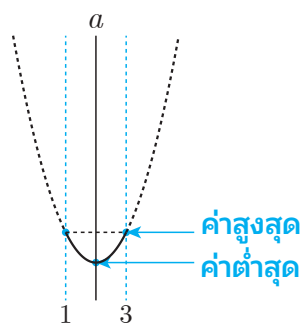
(i) $a < 1$



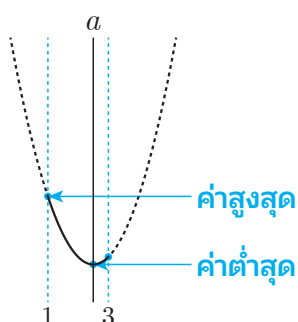
(ii) $1 \leq a < 2$



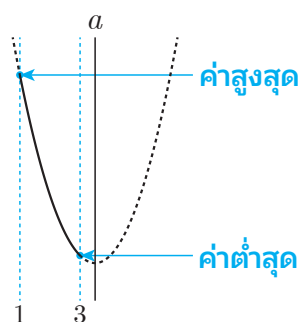
(iii) $a = 2$



(iv) $2 < a \leq 3$



(v) $3 < a$



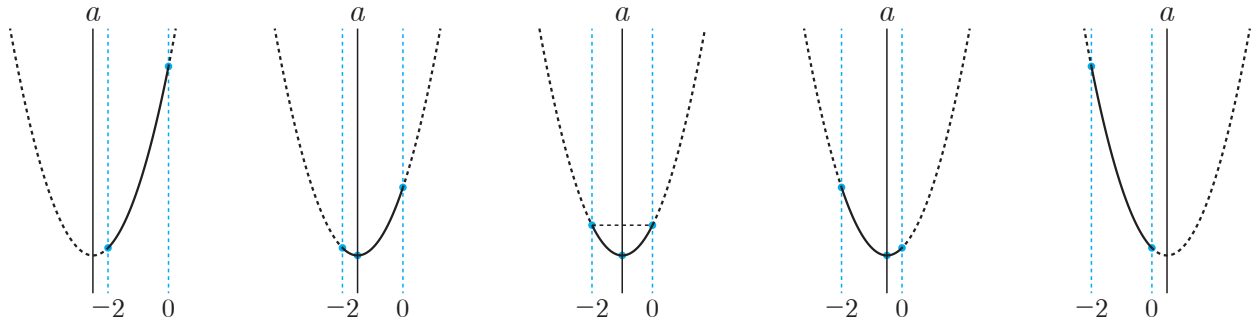
EXERCISE

- ① โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว จงหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 2ax$ ($-2 \leq x \leq 0$)

จาก $y = x^2 - 2ax = (x - a)^2 - a^2$ เราจะได้แกนสมมาตร $x = a$

ดังนั้นให้พิจารณาแต่ละข้อตามที่แสดงด้านล่างนี้แยกกัน

- (i) $a < -2$ (ii) $-2 \leq a < -1$ (iii) $a = -1$ (iv) $-1 < a \leq 0$ (v) $0 < a$



ดังนั้น ใน (i) และ (ii) เราจะได้ค่าสูงสุด $0^2 - 2a \cdot 0 = 0$ สำหรับ $x = 0$

ใน (iii) สำหรับ $x = -2$ หรือ 0 เราจะได้ค่าสูงสุด $0^2 - 2 \cdot (-1) \cdot 0 = 0$

ใน (iv) และ (v) สำหรับ $x = -2$ เราจะได้ค่าสูงสุด $(-2)^2 - 2a \cdot (-2) = 4a + 4$

เมื่อ $a < -1$ แล้วสำหรับ $x = 0$ ค่าสูงสุดคือ 0
เมื่อ $a = -1$ แล้วสำหรับ $x = -2$ หรือ 0 ค่าสูงสุดคือ 0
เมื่อ $-1 < a$ แล้วสำหรับ $x = -2$ ค่าสูงสุดคือ $4a + 4$

- ② โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว จงหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 4ax + 4a^2$ ($-4 \leq x \leq 0$)

จาก $y = x^2 - 4ax + 4a^2 = (x - 2a)^2$ เราจะได้แกนสมมาตร $x = 2a$

จาก $2a < -4$ เราจะได้ $a < -2$... (i)

จาก $-4 \leq 2a < -2$ เราจะได้ $-2 \leq a < -1$... (ii)

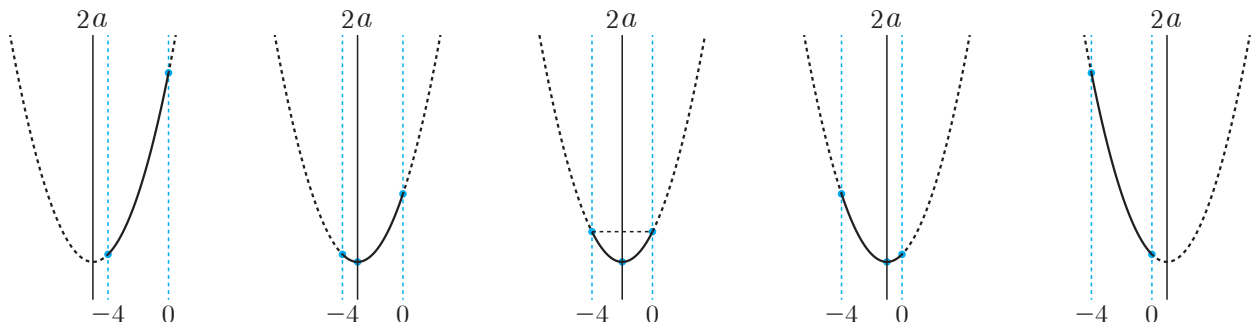
จาก $2a = -2$ เราจะได้ $a = -1$... (iii)

จาก $-2 < 2a \leq 0$ เราจะได้ $-1 < a \leq 0$... (iv)

จาก $0 < 2a$ เราจะได้ $0 < a$... (v)

ดังนั้นให้พิจารณาแต่ละข้อต่อไปนี้อย่างแยกกัน

- (i) $a < -2$ (ii) $-2 \leq a < -1$ (iii) $a = -1$ (iv) $-1 < a \leq 0$ (v) $0 < a$



ดังนั้น ใน (i) สำหรับ $x = -4$ เราจะได้ค่าต่ำสุด $(-4)^2 - 4a \cdot (-4) + 4a^2 = 4a^2 + 16a + 16$

ใน (ii), (iii) และ (iv) สำหรับ $x = 2a$ เราจะได้ค่าต่ำสุด $(2a)^2 - 4a \cdot (2a) + 4a^2 = 0$

ใน (v) สำหรับ $x = 0$ เราจะได้ค่าต่ำสุด $0^2 - 4a \cdot 0 + 4a^2 = 4a^2$

เมื่อ $a < -2$ แล้วสำหรับ $x = -4$ ค่าต่ำสุดคือ $4a^2 + 16a + 16$
เมื่อ $-2 \leq a \leq 0$ แล้วสำหรับ $x = 2a$ ค่าต่ำสุดคือ 0
เมื่อ $0 < a$ แล้วสำหรับ $x = 0$ ค่าต่ำสุดคือ $4a^2$

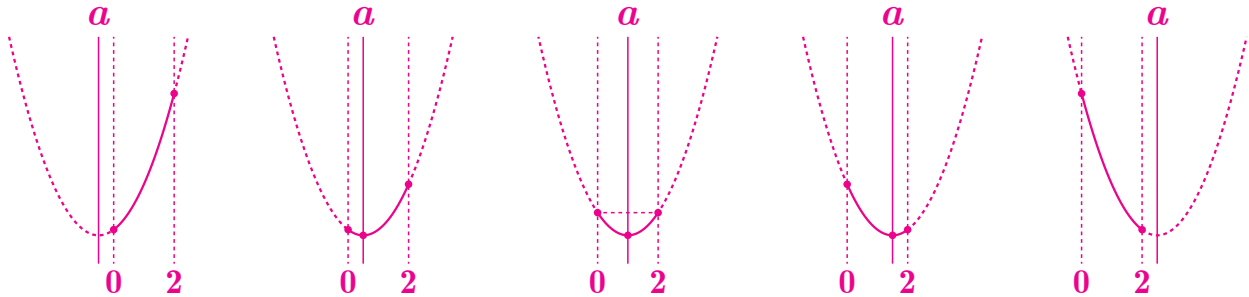
PRACTICE

① โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว จงหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 2ax + 3a^2$ ($0 \leq x \leq 2$)

จาก $y = x^2 - 2ax + 3a^2 = (x - a)^2 + 2a^2$ เราจะได้แกนสมมาตร $x = a$

ดังนั้นให้พิจารณาแต่ละข้อตามที่แสดงด้านล่างนี้แยกกัน

(i) $a < 0$ (ii) $0 \leq a < 1$ (iii) $a = 1$ (iv) $1 < a \leq 2$ (v) $2 < a$



ดังนั้น ใน (i) และ (ii) เราจะได้ค่าสูงสุด $2^2 - 2a \cdot 2 + 3a^2 = 3a^2 - 4a + 4$ สำหรับ $x=2$

ใน (iii) สำหรับ $x=0$ หรือ 2 เราจะได้ค่าสูงสุด $0^2 - 2a \cdot 0 + 3 \cdot 1^2 = 3$

ใน (iv) และ (v) สำหรับ $x=0$ เราจะได้ค่าสูงสุด $0^2 - 2a \cdot 0 + 3a^2 = 3a^2$

เมื่อ $a < 1$ แล้วสำหรับ $x=2$ ค่าสูงสุดคือ $3a^2 - 4a + 4$

เมื่อ $a = 1$ แล้วสำหรับ $x=0$ หรือ 2 ค่าสูงสุดคือ 3

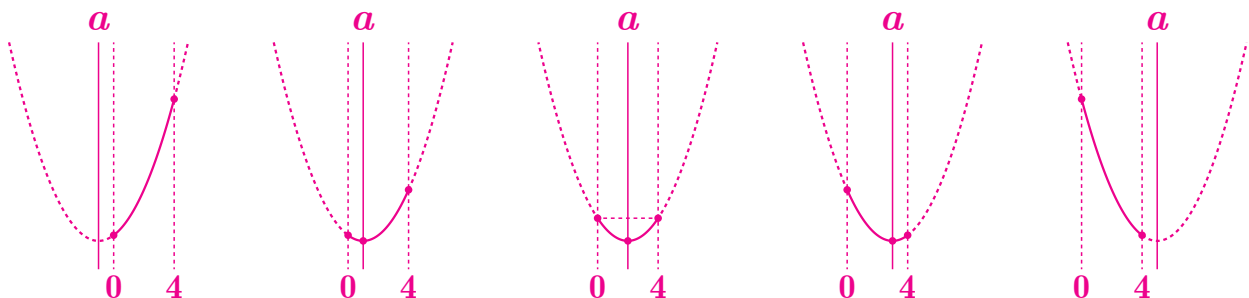
เมื่อ $1 < a$ แล้วสำหรับ $x=0$ ค่าสูงสุดคือ $3a^2$

② โดยกำหนดให้ a เป็นค่าคงตัว จงหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันกำลังสอง $y = x^2 - 2ax - 1$ ($0 \leq x \leq 4$)

จาก $y = x^2 - 2ax - 1 = (x - a)^2 - a^2 - 1$ เราจะได้แกนสมมาตร $x = a$

ดังนั้นให้พิจารณาแต่ละข้อที่แสดงด้านล่างนี้แยกกัน

(i) $a < 0$ (ii) $0 \leq a < 2$ (iii) $a = 2$ (iv) $2 < a \leq 4$ (v) $4 < a$



ดังนั้น ใน (i) สำหรับ $x=0$ เราจะได้ค่าต่ำสุด $0^2 - 2a \cdot 0 - 1 = -1$

ใน (ii), (iii) และ (iv) สำหรับ $x=a$ เราจะได้ค่าต่ำสุด $a^2 - 2a \cdot a - 1 = -a^2 - 1$

ใน (v) สำหรับ $x=4$ เราจะได้ค่าต่ำสุด $4^2 - 2a \cdot 4 - 1 = -8a + 15$

เมื่อ $a < 0$ แล้วสำหรับ $x=0$ ค่าต่ำสุดคือ -1

เมื่อ $0 \leq a \leq 4$ แล้วสำหรับ $x=a$ ค่าต่ำสุดคือ $-a^2 - 1$

เมื่อ $4 < a$ แล้วสำหรับ $x=4$ ค่าต่ำสุดคือ $-8a + 15$

จุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง (1)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีหาจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

STUDY GUIDE

พิกัดของจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

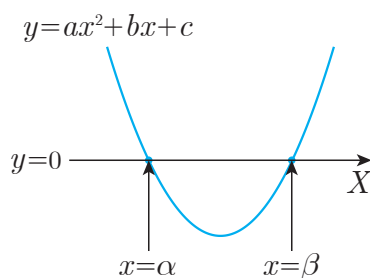
เมื่อเราแทนที่ $y=0$ ในฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ ฟังก์ชันกำลังสองดังกล่าวจะกลายเป็นสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$

โดยการแก้สมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ ซึ่งเราแทนที่ $y=0$ แล้ว คำตอบที่เราพบคือพิกัด x ของจุดตัดบนเส้น $y=0$ บนกราฟของสมการกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ กล่าวโดยเจาะจงก็คือพิกัด x ของจุดตัดบนแกน X

พิกัด x ของจุดตัดบนแกน X
ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง
 $y = ax^2 + bx + c$

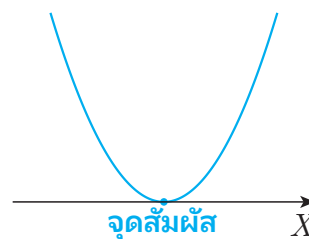


คำตอบของสมการกำลังสอง
คือ $ax^2 + bx + c = 0$



แก้สมการกำลังสอง
 $ax^2 + bx + c = 0$
 $\Downarrow$
 $x = \alpha, \beta$

เมื่อมีจุดตัดเพียง 1 จุดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง เรากล่าวได้ว่ากราฟ และแกน X คือ **เส้นสัมผัส** และในกรณีนี้ เราเรียกจุดตัดว่า **จุดสัมผัส**



EXERCISE

① จงหาพิกัด x ของจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

(1) $y = x^2 + 5x + 6$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x+2)(x+3) = 0$$

$$x = -2, -3$$

(2) $y = x^2 - 2x + 1$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$x = 1$$

-2, -3

1

2 จงหาพิกัด x ของจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

(1) $y = x^2 - 2x - 1$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{2}$$

$$1 + \sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$$

(2) $y = 2x^2 + 3x - 4$

$$2x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$\frac{-3 + \sqrt{41}}{4}, \frac{-3 - \sqrt{41}}{4}$$



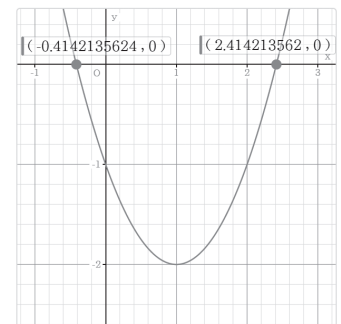
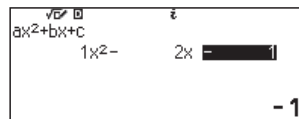
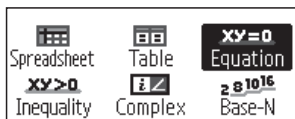
check

ใช้ Equation (สมการ) เพื่อยืนยันคำตอบของสมการกำลังสอง

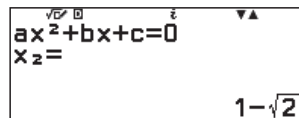
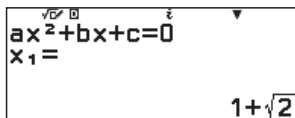
(1)

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

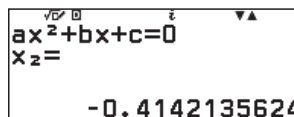
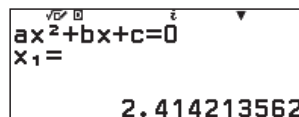
เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด OK ① EXE ② EXE ③ EXE ④ EXE



EXE กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



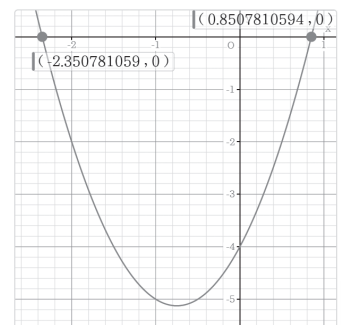
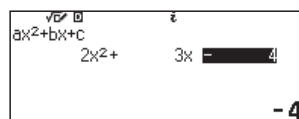
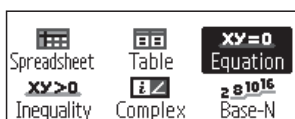
นอกจากนี้ ค่าด้านบนที่มีเครื่องหมาย $\sqrt{}$ สามารถแสดงเป็นเลขฐานสิบได้โดยกด $\odot$ เลือก [Decimal (เลขฐานสิบ)] และกด OK



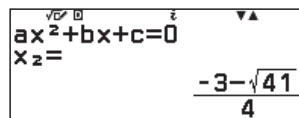
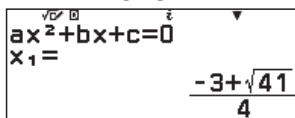
(2)

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

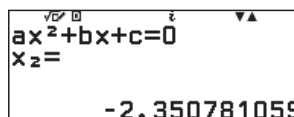
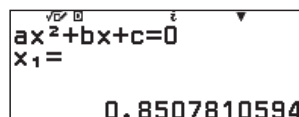
เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด OK ② EXE ③ EXE ④ EXE ⑤ EXE



EXE กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



นอกจากนี้ ค่าด้านบนที่มีเครื่องหมาย $\sqrt{}$ สามารถแสดงเป็นเลขฐานสิบได้โดยกด $\odot$ เลือก [Decimal (เลขฐานสิบ)] และกด OK



PRACTICE

① จงหาพิกัด x ของจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

(1) $y = x^2 - 3x - 4$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x + 1)(x - 4) = 0$$

$$x = -1, 4$$

(2) $y = x^2 + 6x + 9$

$$x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 0$$

$$x = -3$$

$$-1, 4$$

$$-3$$

② จงหาพิกัด x ของจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

(1) $y = 3x^2 + 6x + 2$

$$3x^2 + 6x + 2 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2}}{2 \cdot 3}$$

$$= \frac{-3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{-3 + \sqrt{3}}{3}, \frac{-3 - \sqrt{3}}{3}$$

(2) $y = 2x^2 + 5x - 5$

$$2x^2 + 5x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5)}}{2 \cdot 2}$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{65}}{4}$$

$$\frac{-5 + \sqrt{65}}{4}, \frac{-5 - \sqrt{65}}{4}$$

check

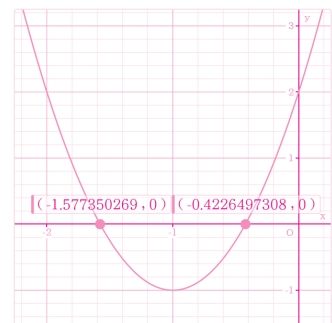
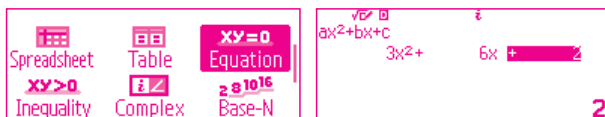
ใช้ Equation (สมการ) เพื่อยืนยันคำตอบของสมการกำลังสอง

(1)

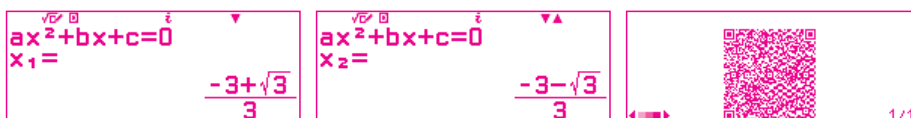
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$

$\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$



$\odot$ กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

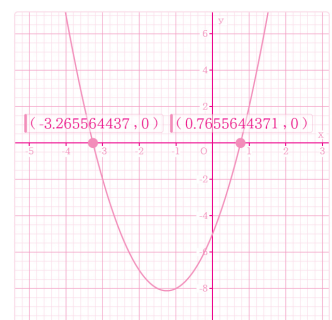
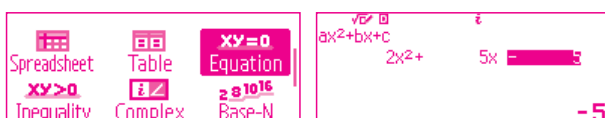


(2)

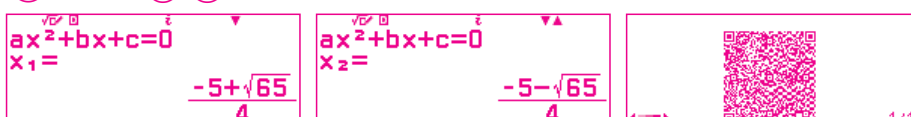
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$

$\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$



$\odot$ กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



จุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง (2)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีหาจำนวนจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

STUDY GUIDE

จำนวนจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

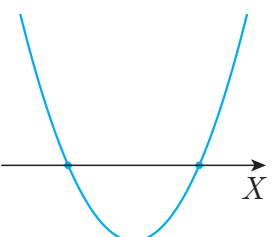
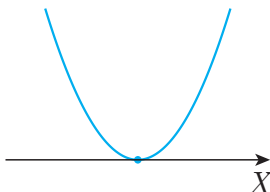
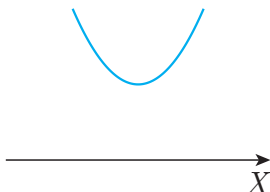
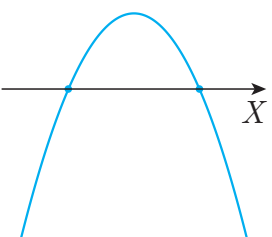
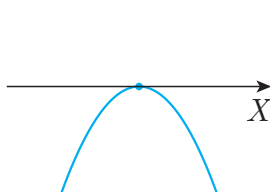
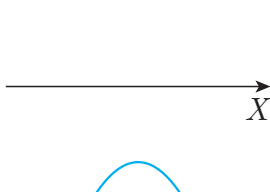
จำนวนรากคำตอบของจำนวนจริงของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ สามารถกำหนดได้โดยใช้ดิสคริมีแนนต์ $D = b^2 - 4ac$

นอกจากนี้ รากคำตอบของจำนวนจริงของสมการกำลังสองคือพิกัด X ของจุดตัดบนแกน x ของกราฟฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$

ดังนั้น เราสามารถหาจำนวนจุดตัดบนแกน X บนกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ ได้โดยใช้ดิสคริมีแนนต์ $D = b^2 - 4ac$ ตามที่แสดงด้านล่าง

 $D > 0 \Rightarrow$ มีจุดตัด 2 จุด $D = 0 \Rightarrow$ มีจุดตัด 1 จุด $D < 0 \Rightarrow$ มีจุดตัด 0 จุด (ไม่มีจุดตัด)ความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งของแกน X และกราฟฟังก์ชันกำลังสอง

ความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งของแกน X และกราฟฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ แสดงอยู่ด้านล่างสำหรับ D ซึ่งก็คือดิสคริมีแนนต์ของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$

เครื่องหมายของดิสคริมีแนนต์ D	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
ความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งของแกน X และกราฟ	ตัดกันที่จุดต่าง 2 จุด	เส้นสัมผัสที่จุด 1 จุด	ไม่มีจุดตัด
จำนวนของจุดตัด	2	1	0
การตัดกันที่แกน X เมื่อ $a > 0$			
การตัดกันที่แกน X เมื่อ $a < 0$			

EXERCISE

- ◆ จงหาจำนวนของจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสองที่ด้านล่าง นอกจากนี้ หากมีจุดตัดบนแกน X ให้หาพิกัด x ของจุดตัดด้วย

(1) $y = x^2 + 3x + 2$

โดยกำหนดให้ดิสคริมีแนนต์ของ $x^2 + 3x + 2 = 0$ คือ D ซึ่งเราจะได้ $D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1 > 0$

ดังนั้นจึงมีจุดตัด 2 จุดบนแกน X

และพิกัด x ของจุดตัดคือ:

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$(x + 1)(x + 2) = 0$$

$$x = -1, -2$$

จำนวนของจุดตัด ...2 พิกัด x ของจุดตัด ...-1, -2

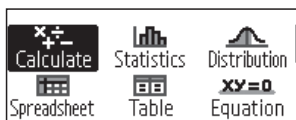


check

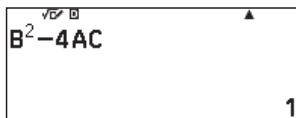
ใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) เพื่อตรวจสอบค่าของดิสคริมีแนนต์ D

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด OK

กด 2nd หลังจากป้อน $[A=1, B=3 \text{ และ } C=2]$ แล้ว ให้กด $\odot$



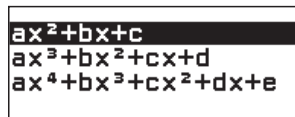
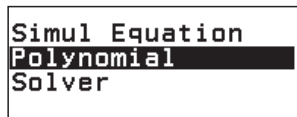
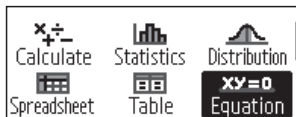
$\uparrow$ $\odot$ 2nd $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\uparrow$ $\odot$ $\uparrow$ $\odot$ $\odot$ EXE



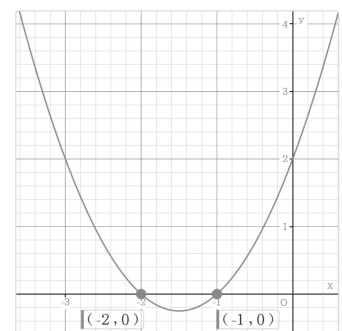
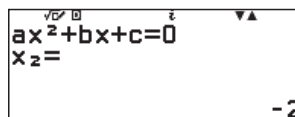
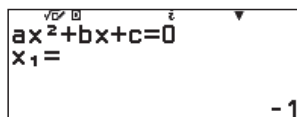
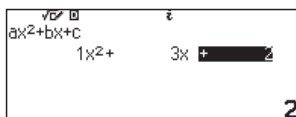
ใช้ Equation (สมการ) และกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน X

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด OK



$\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE EXE EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



PRACTICE

- ◆ จงหาจำนวนของจุดตัดบนแกน X ของกราฟฟังก์ชันกำลังสองที่ด้านล่าง นอกจากนี้ หากมีจุดตัดบนแกน X ให้หาพิกัด x ของจุดตัดด้วย

(1) $y = x^2 + 6x + 8$

โดยกำหนดให้ดิสคริมีแนนต์ของ $x^2 + 6x + 8 = 0$ คือ D ซึ่งเราจะได้

$$D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = 4 > 0$$

ดังนั้นจึงมีจุดตัด 2 จุดบนแกน X

และพิกัด x ของจุดตัดคือ:

$$x^2 + 6x + 8 = 0$$

$$(x + 2)(x + 4) = 0$$

$$x = -2, -4$$

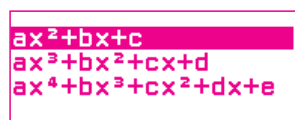
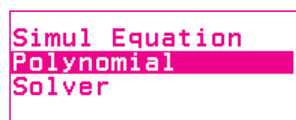
จำนวนของจุดตัด ...2
พิกัด x ของจุดตัด ...-2, -4

check

ใช้ Equation (สมการ) และกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน X

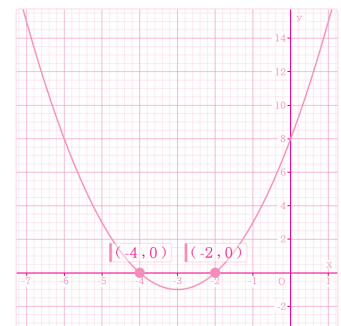
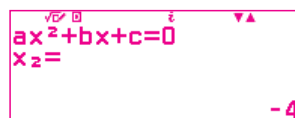
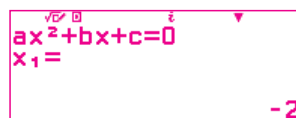
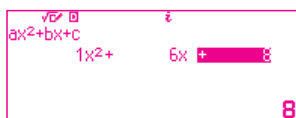
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



1 [EXE] 6 [EXE] 8 [EXE]

[EXE] [EXE]



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



(2) $y = x^2 - 14x + 49$

โดยกำหนดให้ดิสคริมีแนนต์ของ $x^2 - 14x + 49 = 0$ คือ D ซึ่งเราจะได้

$$D = (-14)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 49 = 0$$

ดังนั้นจึงมีจุดตัด 1 จุดบนแกน X

และพิกัด x ของจุดตัดคือ:

$$x^2 - 14x + 49 = 0$$

$$(x - 7)^2 = 0$$

$$x = 7$$

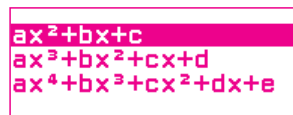
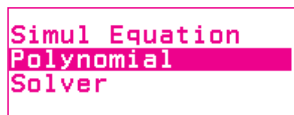
จำนวนของจุดตัด ...1 พิกัด
 x ของจุดตัด ...7

check

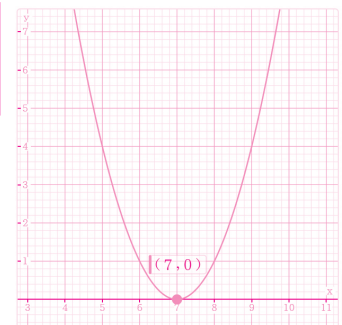
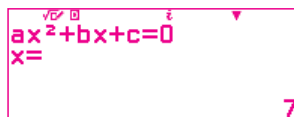
ใช้ Equation (สมการ) และกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน X

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



1 EXE - 1 4 EXE 4 9 EXE EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



(3) $y = 3x^2 - 6x + 4$

โดยกำหนดให้ดิสคริมีแนนต์ของ $3x^2 - 6x + 4 = 0$ คือ D ซึ่งเราจะได้

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = -12 < 0$$

ดังนั้นจึงมีจุดตัด 0 จุดบนแกน X

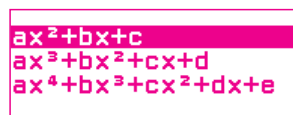
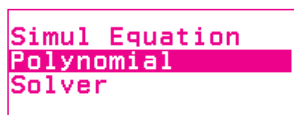
จำนวนของจุดตัด ...0

check

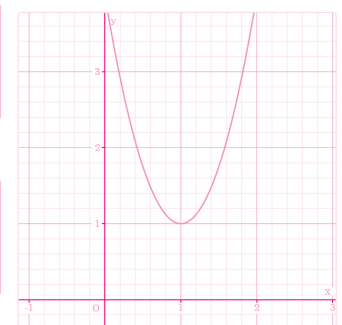
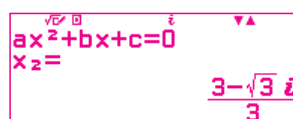
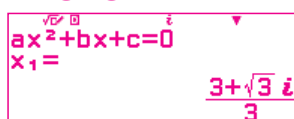
ใช้ Equation (สมการ) และกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน X

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



3 EXE - 6 EXE 4 EXE EXE EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



จุดตัดบนพาราโบลาและเส้น

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีหาจุดตัดของพาราโบลาและเส้น

STUDY GUIDE

จุดตัดบนพาราโบลาและเส้น

สามารถหาจุดตัดบนเส้นและพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ ได้โดยการแก้สมการกำลังสองที่ได้มาจากการแก้ระบบสมการแต่ละข้อด้วยการตัด y ออก

(1) พาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ และแกน X (เส้น $y=0$)

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0$$

(2) พาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ และเส้น $y=k$

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = k \end{cases} \Rightarrow ax^2 + bx + c = k$$

(3) พาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ และเส้น $y=mx+n$

$$\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases} \Rightarrow ax^2 + bx + c = mx + n$$

เมื่อสมการกำลังสองที่ได้จากการตัด y ออกมีรากหลายตัว เราจึงกล่าวได้ว่ามี **เส้นสัมผัส**กับพาราโบลา และเรียกจุดตัดว่า **จุดสัมผัส**

EXERCISE

◆ จงหาพิกัดจุดตัดของเส้นและพาราโบลาด้านล่าง

(1) พาราโบลา $y = x^2 - 3$ และเส้น $y = x - 1$

จงแก้ระบบสมการโดยการตัด y ออก แล้วจึงแก้สมการกำลังสอง

$$x^2 - 3 = x - 1$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x + 1)(x - 2) = 0$$

$$x = -1, 2$$

ดังนั้น เมื่อ $x = -1, y = -2$ และเมื่อ $x = 2, y = 1$

$(-1, -2), (2, 1)$

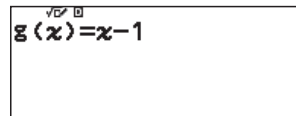
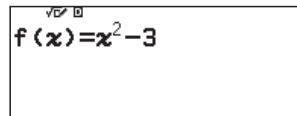
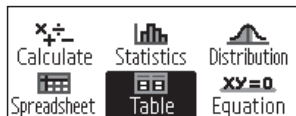


check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = x^2 - 3$ แล้ว ให้กด EXE

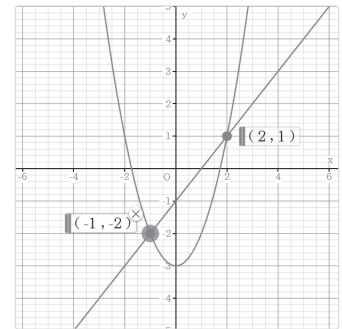
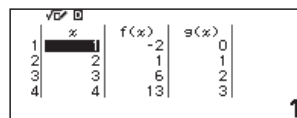
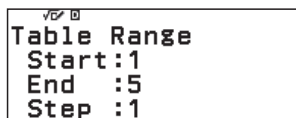
และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = x - 1$



กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):5, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



(2) พาราโบลา $y = x^2 - 3x$ และเส้น $y = x - 4$

จงแก้ระบบสมการโดยการตัด y ออก แล้วจึงแก้สมการกำลังสอง

$$x^2 - 3x = x - 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

ดังนั้น เมื่อ $x = 2, y = -2$

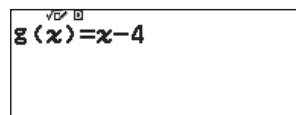
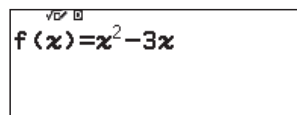
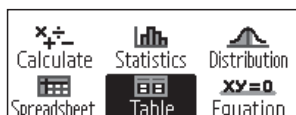
$(2, -2)$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = x^2 - 3x$ แล้ว ให้กด EXE

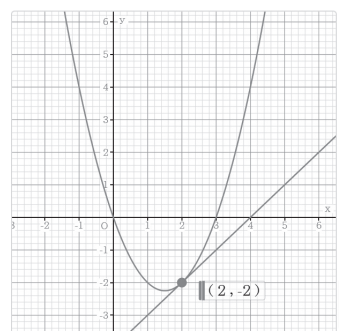
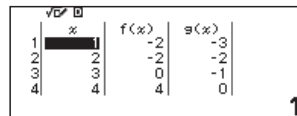
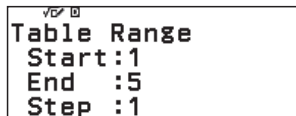
และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = x - 4$



กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):1, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



PRACTICE

◆ จงหาพิกัดจุดตัดของเส้นและพาราโบลาด้านล่าง

(1) พาราโบลา $y = x^2 - 4x + 2$ และเส้น $y = 2x - 3$

จงแก้ระบบสมการโดยการตัด y ออก แล้วจึงแก้สมการกำลังสอง

โดยการแก้ $x^2 - 4x + 2 = 2x - 3$ เราจะได้ $x=1, 5$

ดังนั้น เมื่อ $x=1, y=-1$ และเมื่อ $x=5, y=7$

$(1, -1), (5, 7)$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก

[Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = x^2 - 4x + 2$ แล้ว ให้กด EXE

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = 2x - 3$



$$f(x) = x^2 - 4x + 2$$

$$g(x) = 2x - 3$$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน

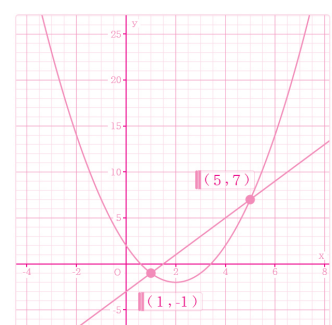
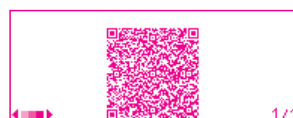
[Start (เริ่มต้น): -1, End (สิ้นสุด): 5, Step (ขั้น): 1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)]

กด EXE

กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

Table Range
Start: 1
End : 5
Step : 1

x	$f(x)$	$g(x)$
-1	-1	-1
0	-2	-3
1	-1	-1
2	2	1
3	5	3
4	10	5
5	17	7



(2) พาราโบลา $y = -3x^2 - 2x + 2$ และเส้น $y = 2x + \frac{10}{3}$

จงแก้ระบบสมการโดยการตัด y ออก แล้วจึงแก้สมการกำลังสอง

โดยการแก้ $-3x^2 - 2x + 2 = 2x + \frac{10}{3}$ เราจะได้ $x = -\frac{2}{3}$

ดังนั้น เมื่อ $x = -\frac{2}{3}$ เราจะได้ $y=2$

$$\left(-\frac{2}{3}, 2\right)$$

check

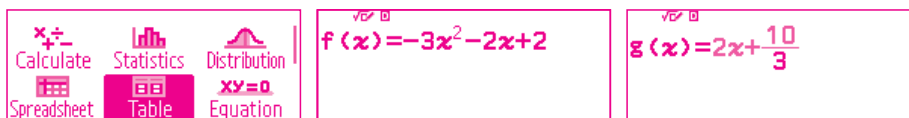
กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด $\odot$ จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด $\odot$ เลือก

[Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด $\odot$ หลังจากป้อน $f(x) = -3x^2 - 2x + 2$

แล้ว ให้กด $\odot$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = 2x + \frac{10}{3}$

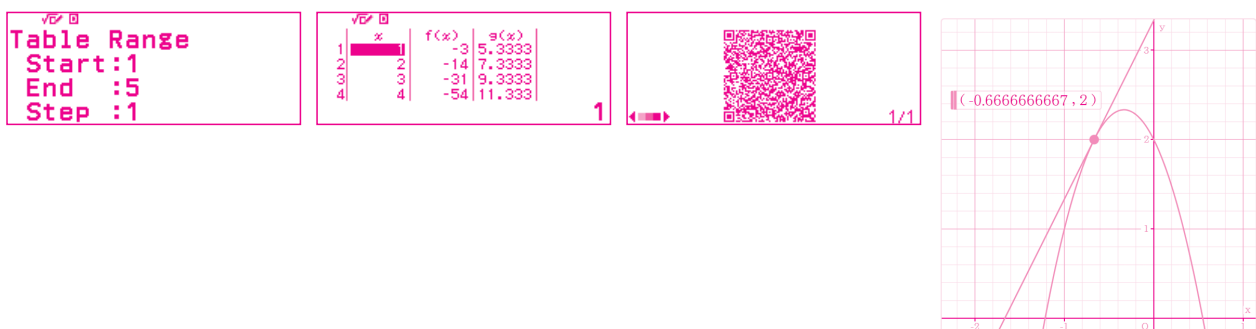


กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด $\odot$ หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):1, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)]

กด $\odot$

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



อสมการกำลังสอง

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีแก้อสมการกำลังสอง

STUDY GUIDE

อสมการกำลังสอง

สำหรับอสมการของ x เมื่อเราเรียงพจน์ทั้งหมดของอสมการโดยย้ายไปทางด้านซ้าย ด้านซ้ายของอสมการจะกลายเป็นสมการกำลังสองสำหรับ x ดังนั้นเราจึงเรียกว่า **อสมการกำลังสอง** อสมการกำลังสองสามารถแก้ได้โดยใช้กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ ตามที่แสดงด้านล่าง โปรดทราบว่าในส่วนนี้เรากำลังพิจารณาว่า $a > 0$ ทั้งหมด แต่หาก $a < 0$ เราจะคูณทั้งสองข้างด้วย -1 เพื่อที่จะได้ $a > 0$ (โปรดทราบว่าทิศทางของเครื่องหมายอสมการจะกลับด้านกัน)

วิธีแก้อสมการกำลังสอง

คำตอบของสมการกำลังสองจำแนกตามดิสคริมีแนนต์ D ของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ และเราจะพิจารณาตำแหน่งของค่า y บนกราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ เพื่อหาเรนจ์บนแกน X จากคำตอบของ $ax^2 + bx + c = 0$ เราจะได้ $x = \alpha, \beta (\alpha < \beta)$

(1) เมื่อ $D > 0$ (กราฟตัดกับแกน X ที่จุดต่าง 2 จุด)

พิจารณาว่ากราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ อยู่ทางด้านบนหรือด้านล่างของแกน X

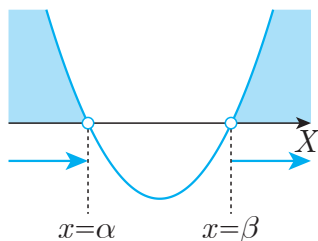
(a) คำตอบของ $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x < \alpha, \beta < x$

(b) คำตอบของ $ax^2 + bx + c \geq 0 \Rightarrow x \leq \alpha, \beta \leq x$

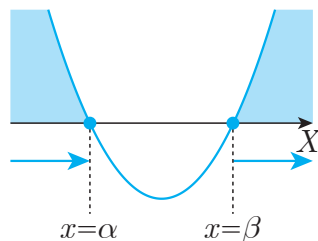
(c) คำตอบของ $ax^2 + bx + c < 0 \Rightarrow \alpha < x < \beta$

(d) คำตอบของ $ax^2 + bx + c \leq 0 \Rightarrow \alpha \leq x \leq \beta$

(a) $ax^2 + bx + c > 0$

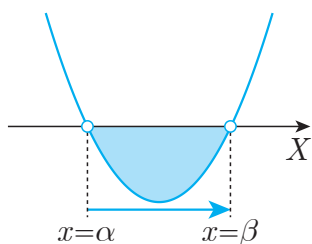


(b) $ax^2 + bx + c \geq 0$

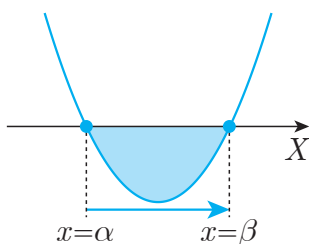


คำตอบคือเรนจ์ของ x ซึ่งค่า y อยู่ทางด้านบนของแกน X

(c) $ax^2 + bx + c < 0$



(d) $ax^2 + bx + c \leq 0$



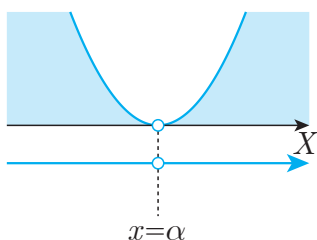
คำตอบคือเรนจ์ของ x ซึ่งค่า y อยู่ด้านล่างของแกน X

(2) เมื่อ $D=0$ (กราฟเป็นเส้นสัมผัสกับแกน X)

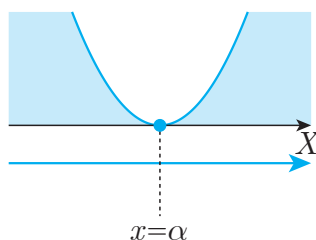
พิจารณาว่ากราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y = ax^2 + bx + c$ และแกน X มีจุดสัมผัส $x=\alpha$ หรือไม่

- (a) คำตอบของ $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow$ จำนวนจริงทั้งหมดนอกเหนือจาก α
- (b) คำตอบของ $ax^2 + bx + c \geq 0 \Rightarrow$ จำนวนจริงทั้งหมด
- (c) คำตอบของ $ax^2 + bx + c < 0 \Rightarrow$ ไม่มีคำตอบ
- (d) คำตอบของ $ax^2 + bx + c \leq 0 \Rightarrow x=\alpha$

(a) $ax^2 + bx + c > 0$

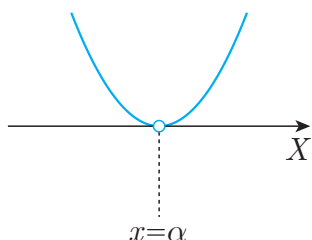


(b) $ax^2 + bx + c \geq 0$

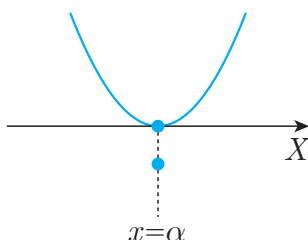


คำตอบคือเรนจ์ของ x ซึ่งค่า y อยู่ด้านบนของแกน X

(c) $ax^2 + bx + c < 0$



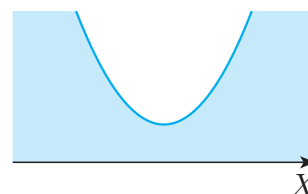
(d) $ax^2 + bx + c \leq 0$



คำตอบคือเรนจ์ของ x ซึ่งค่า y อยู่ด้านล่างของแกน X

(3) เมื่อ $D < 0$ (กราฟไม่มีจุดตัดกับแกน X)

- (a) คำตอบของ $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow$ จำนวนจริงทั้งหมด
- (b) คำตอบของ $ax^2 + bx + c \geq 0 \Rightarrow$ จำนวนจริงทั้งหมด
- (c) คำตอบของ $ax^2 + bx + c < 0 \Rightarrow$ ไม่มีคำตอบ
- (d) คำตอบของ $ax^2 + bx + c \leq 0 \Rightarrow$ ไม่มีคำตอบ



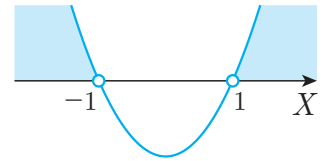
EXERCISE

◆ จงแก้สมการกำลังสองต่อไปนี้

(1) $x^2 - 1 > 0$

โดยการแก้ $x^2 - 1 = 0$ เราจะได้ $x = -1, 1$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เราจะได้ $x < -1, 1 < x$



$x < -1, 1 < x$

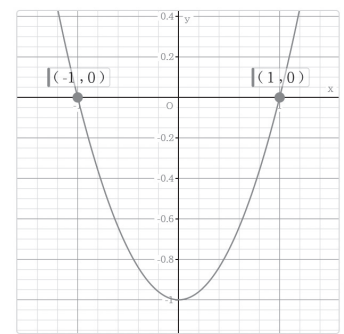
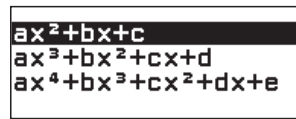
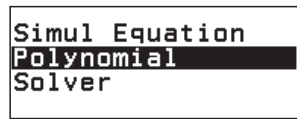
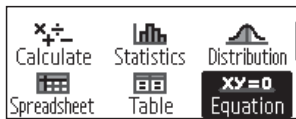


check

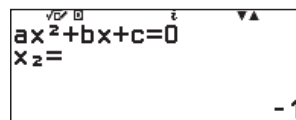
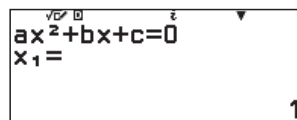
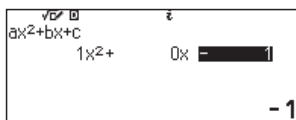
ใช้ Equation (สมการ) ในการวาดกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน x แล้วจึงหาเรนจ์ของคำตอบของสมการ

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด $\odot$



$\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE



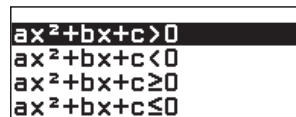
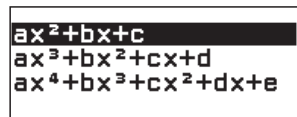
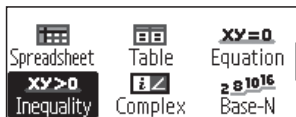
กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



นอกจากนี้ คุณยังสามารถใช้ Inequality (อสมการ) เพื่อแก้สมการกำลังสองโดยตรงและแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพได้

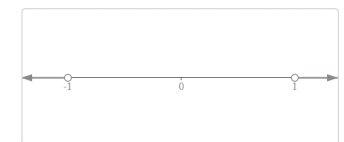
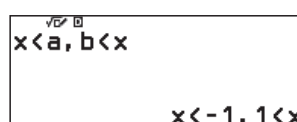
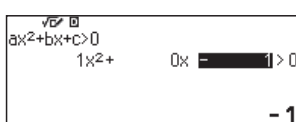
กด $\odot$ เลือก [Inequality (อสมการ)] กด $\odot$

เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด $\odot$ เลือก [$ax^2 + bx + c > 0$] กด $\odot$



$\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE

กด $\uparrow$ $\odot$ แล้วใช้คิวอาร์โค้ด เพื่อแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพ

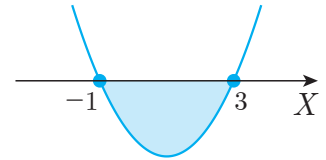


(2) $x^2 - 2x - 3 \leq 0$

โดยการแก้ $x^2 - 2x - 3 = 0$ เราจะได้ $x = -1, 3$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เราจะได้ $-1 \leq x \leq 3$

$-1 \leq x \leq 3$

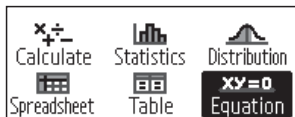


check

ใช้ Equation (สมการ) ในการวาดกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน X แล้วจึงหาเรนจ์ของคำตอบของสมการ

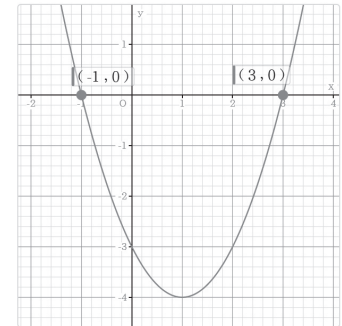
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด OK



Simul Equation
Polynomial
Solver

ax^2+bx+c
 ax^3+bx^2+cx+d
 $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$



① EXE ② EXE ③ EXE EXE EXE

ax^2+bx+c
 $1x^2-2x-3$
-3

$ax^2+bx+c=0$
 $x_1=$
3

$ax^2+bx+c=0$
 $x_2=$
-1

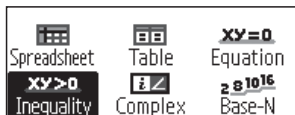
กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



นอกจากนี้ คุณยังสามารถใช้ Inequality (อสมการ) เพื่อแก้สมการกำลังสองโดยตรงและแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพได้

กด $\odot$ เลือก [Inequality (อสมการ)] กด OK

เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด OK เลือก [$ax^2 + bx + c \leq 0$] กด OK



ax^2+bx+c
 ax^3+bx^2+cx+d
 $ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$

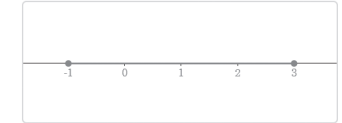
$ax^2+bx+c>0$
 $ax^2+bx+c<0$
 $ax^2+bx+c\geq 0$
 $ax^2+bx+c\leq 0$

① EXE ② EXE ③ EXE EXE

กด $\uparrow$ X แล้วใช้คิวอาร์โค้ด เพื่อแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพ

$ax^2+bx+c\leq 0$
 $1x^2-2x-3\leq 0$
-3

$a\leq x\leq b$
-1 $\leq x\leq 3$



PRACTICE

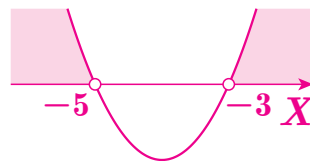
1 จงแก้สมการกำลังสองต่อไปนี้

(1) $x^2 + 8x + 15 > 0$

โดยการแก้ $x^2 + 8x + 15 = 0$ เราจะได้ $x = -3, -5$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เราจะได้ $x < -5, -3 < x$

$$x < -5, -3 < x$$



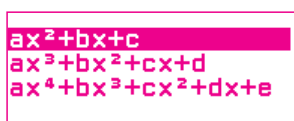
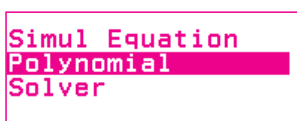
check

ใช้ Equation (สมการ) ในการวาดกราฟเพื่อยืนยันจุดตัด

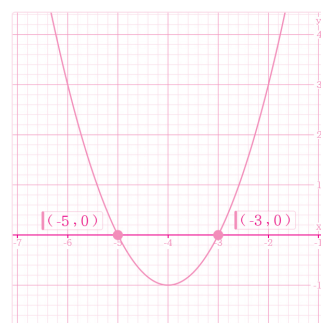
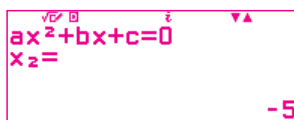
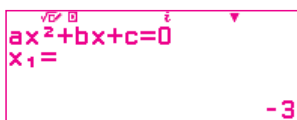
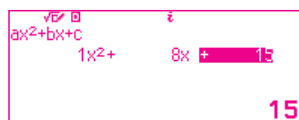
บนแกน X แล้วจึงหาเรนจ์ของคำตอบของสมการ

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



$\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$ $\odot$



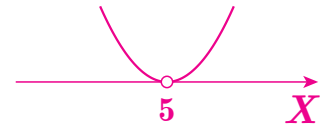
กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



(2) $x^2 - 10x + 25 < 0$

โดยการแก้ $x^2 - 10x + 25 = 0$ เราจะได้ $x=5$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เราจะพบว่าไม่มีคำตอบ
ไม่มีคำตอบ

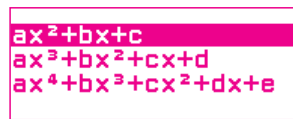
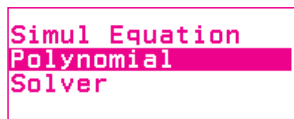


check

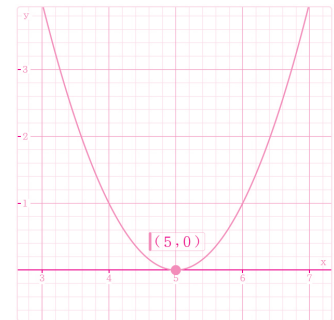
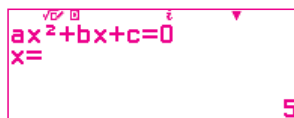
ใช้ Equation (สมการ) ในการวาดกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน X แล้วจึงหาเรนจ์ของคำตอบของอสมการ

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก [$ax^2 + bx + c$] กด $\odot$



$\odot$ EXE $\odot$ 1 $\odot$ 0 $\odot$ EXE $\odot$ 2 $\odot$ 5 $\odot$ EXE $\odot$ EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



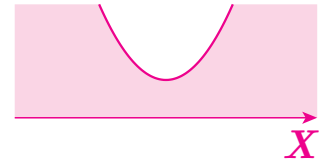
โปรดทราบว่าเมื่อไม่มีคำตอบ หากแก้สมการกำลังสองได้โดยใช้ Inequality (อสมการ) ผลลัพธ์จะปรากฏตามที่แสดงทางด้านขวา



(3) $x^2 - 3x + 6 \geq 0$

โดยกำหนดให้ดิสคริมีแนนต์ของ $x^2 - 3x + 6 = 0$ คือ D
ซึ่งเราจะได้ $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6 = -15 < 0$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา คำตอบคือจำนวนจริงทั้งหมด
จำนวนจริงทั้งหมด

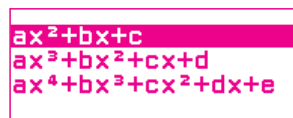
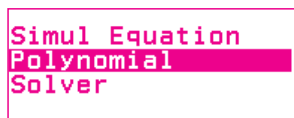


check

ใช้ Equation (สมการ) ในการวาดกราฟเพื่อยืนยันจุดตัดบนแกน X แล้วจึงหาเรนจ์
ของคำตอบของอสมการ

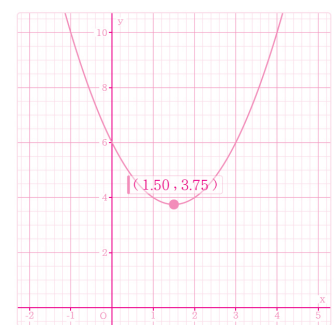
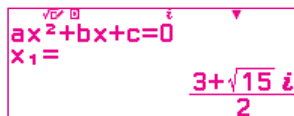
กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



① EXE - ③ EXE ⑥ EXE

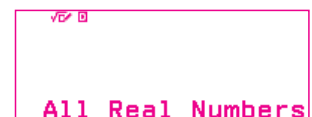
EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



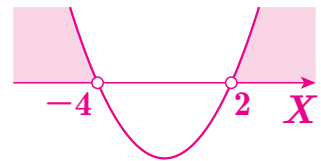
โปรดทราบว่าเมื่อคำตอบคือจำนวนจริงทั้งหมด หากแก้
อสมการกำลังสองได้โดยใช้ Inequality (อสมการ) ผลลัพธ์จะ
ปรากฏตามที่แสดงทางด้านขวา



2 จงแก้ระบบอสมการ
$$\begin{cases} x^2 + 2x - 8 > 0 \\ x^2 - 5x - 6 \leq 0 \end{cases}$$

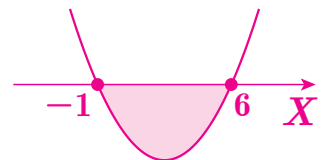
โดยการแก้ $x^2 + 2x - 8 = 0$ เราจะได้ $x=2, -4$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เราจะได้ $x < -4, 2 < x \dots (i)$



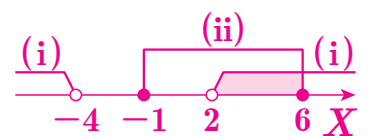
โดยการแก้ $x^2 - 5x - 6 = 0$ เราจะได้ $x=-1, 6$

ดังนั้น จากรูปภาพด้านขวา เราจะได้ $-1 \leq x \leq 6 \dots (ii)$



จากรูปภาพด้านขวา เรนจ์ของ (i) และ (ii) คือ $2 < x \leq 6$

$$2 < x \leq 6$$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด $\odot$ จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define f(x)/g(x) (กำหนดค่า f(x)/g(x))] กด $\odot$ เลือก

[Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด $\odot$ หลังจากป้อน $f(x) = x^2 + 2x - 8$

แล้ว ให้กด $\odot$



$$f(x) = x^2 + 2x - 8$$

และด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = x^2 - 5x - 6$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด $\odot$ หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):-8, End (สิ้นสุด):8, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก

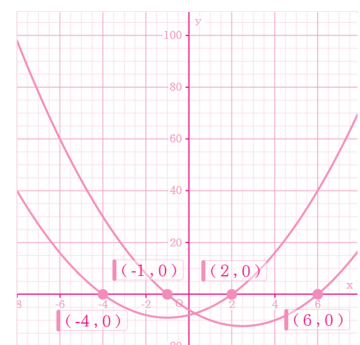
[Execute (ดำเนินการ)] กด $\odot$

$$g(x) = x^2 - 5x - 6$$

Table Range
Start:-8
End:8
Step:1

กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

x	f(x)	g(x)
-8	40	98
-7	27	78
-6	16	60
-5	7	44



- ③ สร้างรูปสี่เหลี่ยมมุมฉากที่มีเส้นรอบรูปขนาด 16 เมตร โดยกำหนดให้ความยาวแนวตั้งน้อยกว่าความยาวแนวนอน หากต้องการให้พื้นที่ภายในเส้นรอบรูปมากกว่า 12m^2 เหน้จ้ที่เหมะสำหรับความยาวแนวตั้งคืออะไร?

มากกว่า 12m^2

โดยกำหนดให้ความยาวแนวตั้งคือ x เมตร เราควรมีความยาวแนวนอน $(8-x)$ เมตร

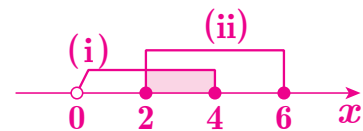
จาก $0 < x$ และ $x \leq 8-x$ เราจะได้ $0 < x \leq 4 \dots (i)$

เนื่องจากพื้นที่ภายในเส้นรอบรูปมากกว่า 12m^2 เราจะได้ $x(8-x) \geq 12$

โดยการแก้ไจทย์นี้ เราจะได้ $2 \leq x \leq 6 \dots (ii)$

จากรูปภาพด้านขวา เหน้จ้ของ (i) และ (ii) คือ $2 \leq x \leq 4$

มากกว่า 2 เมตร และน้อยกว่า 4 เมตร



เงื่อนไขในการหาคำตอบของสมการกำลังสอง

TARGET

การทำความเข้าใจเกี่ยวกับเงื่อนไขในการหาคำตอบของสมการกำลังสอง

STUDY GUIDE

เงื่อนไขในการหาคำตอบของสมการกำลังสอง

พิจารณาเงื่อนไขในการหาคำตอบของสมการกำลังสอง $ax^2 + bx + c = 0$ ดังต่อไปนี้ สำหรับ D ซึ่งก็คือดิสคริมีแนนต์

- | | |
|---|---------------------|
| เงื่อนไขคือมีรากคำตอบของจำนวนจริงที่ต่างกัน 2 ค่า | $\Rightarrow D > 0$ |
| เงื่อนไขคือมีรากคำตอบของจำนวนจริงที่ต่างกัน 1 ค่า | $\Rightarrow D = 0$ |
| เงื่อนไขคือมีไม่มีรากคำตอบของจำนวนจริง | $\Rightarrow D < 0$ |

เงื่อนไขในการหาคำตอบของอสมการกำลังสอง

พิจารณาเงื่อนไขในการหาคำตอบของอสมการกำลังสองดังต่อไปนี้

- (1) สร้างสมการกำลังสองโดยให้ (ด้านซ้ายของอสมการกำลังสอง) = 0
- (2) หาดิสคริมีแนนต์ D ของสมการกำลังสองที่สร้างขึ้นในข้อ (1)
- (3) พิจารณาสัญลักษณ์ของดิสคริมีแนนต์ D ที่สัมพันธ์กับเงื่อนไขที่พบในอสมการกำลังสอง

EXERCISE

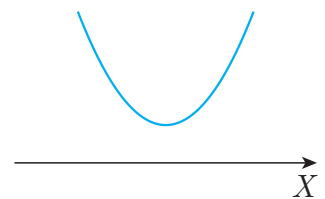
- 1 จงแก้โจทย์อสมการกำลังสอง $x^2 + 6x + 10 < 0$

โดยกำหนดให้ดิสคริมีแนนต์ของ $x^2 + 6x + 10 = 0$ คือ D ซึ่งเราจะได้

$$D = 6^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = -4 < 0$$

ตามที่แสดงบนกราฟในรูปภาพด้านขวา อสมการกำลังสอง

$$x^2 + 6x + 10 < 0 \text{ ไม่มีคำตอบ}$$



ไม่มีคำตอบ

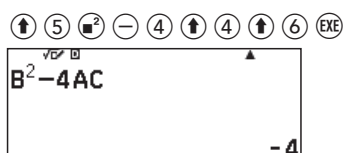
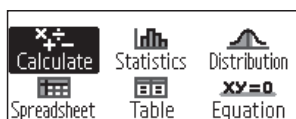


check

ใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) เพื่อตรวจสอบค่าของดิสคริมีแนนต์ D

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน $[A=1, B=6 \text{ และ } C=10]$ แล้ว ให้กด $\odot$



2 จงหาเรนจ์ของค่าคงตัว k ที่ทำให้คำตอบของสมการกำลังสอง

$$x^2 - 2kx + k + 2 > 0 \text{ เป็นจำนวนจริงทั้งหมด}$$

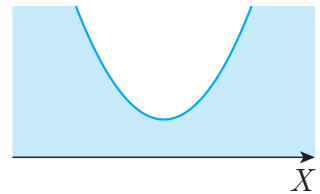
โดยกำหนดให้ D เป็นดิสคริมิแนนต์ของ $x^2 - 2kx + k + 2 = 0$

$$D = (-2k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (k + 2) = 4k^2 - 4k - 8 = 4(k + 1)(k - 2)$$

เมื่อคำตอบของนิพจน์นี้เป็นจำนวนจริงทั้งหมด และเนื่องจาก $D < 0$

$$\text{เราจึงได้ } 4(k + 1)(k - 2) < 0$$

โดยการแก้อย่างนี้ เราจึงได้ $-1 < k < 2$



$$\underline{-1 < k < 2}$$

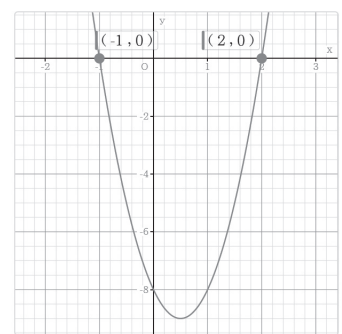
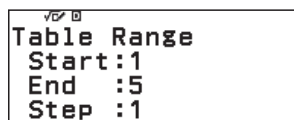
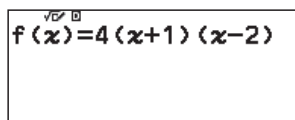
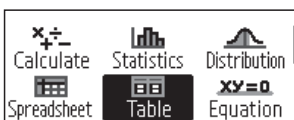


check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด 2nd เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = 4(x + 1)(x - 2)$ แล้วให้กด EXE

กด 2nd เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):1, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้วให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE



กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

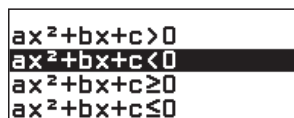
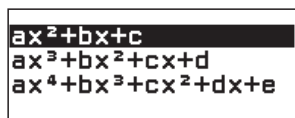
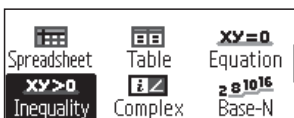
	x	$f(x)$	$g(x)$
1	-8		ERROR
2	0		ERROR
3	16		ERROR
4	40		ERROR



นอกจากนี้ คุณยังสามารถใช้ Inequality (อสมการ) เพื่อแก้สมการกำลังสองโดยตรงและแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพได้

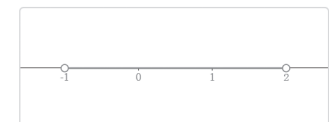
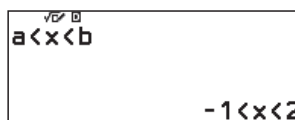
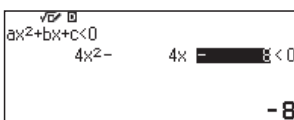
กด $\odot$ เลือก [Inequality (อสมการ)] กด OK

เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด OK เลือก $[ax^2 + bx + c < 0]$ กด OK



4 EXE $-$ 4 EXE $-$ 8 EXE EXE

กด $\uparrow$ X แล้วใช้คิวอาร์โค้ด เพื่อแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพ



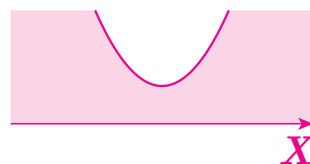
PRACTICE

- ① จงแก้โจทย์สมการกำลังสอง $x^2 + 2x + 5 > 0$

โดยกำหนดให้ดิสคริมีแนนต์ของ $x^2 + 2x + 5 = 0$ คือ D

ซึ่งเราได้ $D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 = -16 < 0$

ตามที่แสดงบนกราฟในรูปภาพด้านขวา คำตอบคือ
จำนวนจริงทั้งหมด



จำนวนจริงทั้งหมด

check

ใช้ฟังก์ชัน VARIABLE (ตัวแปร) เพื่อตรวจสอบค่าของดิสคริมีแนนต์ D

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ หลังจากป้อน [A=1, B=2 และ C=5] แล้ว ให้กด $\odot$



- ② จงหาเรนจ์ของค่าคงตัว k ที่ทำให้คำตอบของอสมการกำลังสอง $x^2 - kx + k > 0$ เป็นจำนวนจริงทั้งหมด

โดยกำหนดให้ D เป็นดิสคริมิแนนต์ของ $x^2 - kx + k = 0$

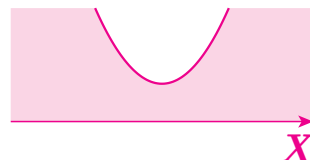
$$D = (-k)^2 - 4 \cdot 1 \cdot k = k^2 - 4k = k(k - 4)$$

เมื่อคำตอบของนิพจน์นี้เป็นจำนวนจริงทั้งหมด และ

เนื่องจาก $D < 0$ เราจึงได้ $k(k - 4) < 0$

โดยการแก้อย่างนี้ เราจึงได้ $0 < k < 4$

$$0 < k < 4$$



check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK จากนั้นจึงล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

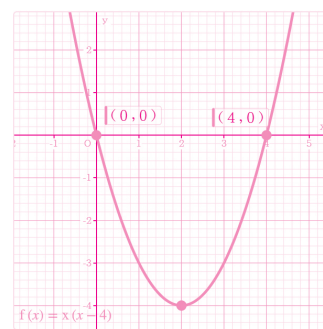
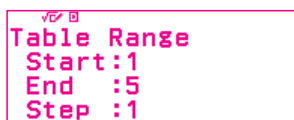
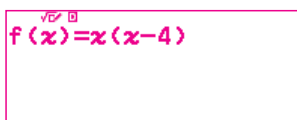
กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)] กด OK เลือก

[Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK หลังจากป้อน $f(x) = x(x - 4)$ แล้ว ให้กด EXE

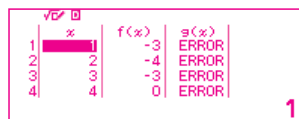
กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):1, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1] แล้ว ให้เลือก [Execute (ดำเนินการ)]

กด EXE



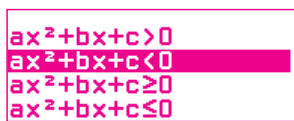
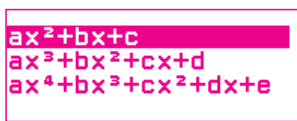
กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



นอกจากนี้ คุณยังสามารถใช้ Inequality (อสมการ) เพื่อแก้สมการกำลังสอง โดยตรงและแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพได้

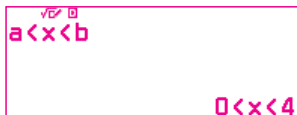
กด $\odot$ เลือก [Inequality (อสมการ)] กด OK

เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด OK เลือก $[ax^2 + bx + c < 0]$ กด OK



$\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE $\odot$ EXE

กด $\uparrow$ $\odot$ แล้วใช้คิวอาร์โค้ด เพื่อแสดงผลลัพธ์ในแผนภาพ



เงื่อนไขสำหรับการแก้สมการกำลังสอง

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีหาค่าคงตัวในสมการกำลังสองจากเงื่อนไขสำหรับการแก้สมการกำลังสอง

STUDY GUIDE

เงื่อนไขสำหรับการแก้สมการกำลังสอง

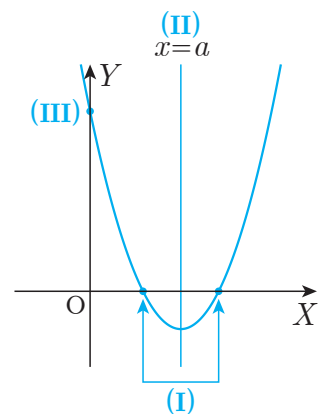
สำหรับการพิจารณาเงื่อนไขที่รากคำตอบของจำนวนจริงของสมการกำลังสอง $f(x)=0$ อยู่ในเรนจ์ที่กำหนด ดังนั้นเราควรพิจารณาเงื่อนไขที่กราฟของฟังก์ชันกำลังสอง $y=f(x)$ นั้นต้องถูกต้อง โดยมีเงื่อนไข 3 ข้อดังต่อไปนี้

- (I) ความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งของกราฟฟังก์ชัน $y=f(x)$ และแกน X
 $\Rightarrow$ ดิสคริมีแนนต์
- (II) ตำแหน่งแกนสมมาตรของกราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$
 $\Rightarrow$ เรนจ์ที่อยู่ในแกนสมมาตร
- (III) เงื่อนไขที่ตรงกับจุดบนกราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$
 $\Rightarrow$ สำหรับ $x=a, f(a)$ เป็นบวก เป็นต้น

EXERCISE

- ◆ จงหาเรนจ์ของค่าคงตัว a ที่ทำให้สมการกำลังสอง $x^2 - 2ax + 2a + 3 = 0$ มีรากคำตอบของจำนวนจริงบวกต่างกันสองตัว

โดยกำหนดให้ $f(x) = x^2 - 2ax + 2a + 3$ พิจารณากราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ สำหรับสมการกำลังสอง $f(x)=0$ เพื่อที่จะได้รากคำตอบของจำนวนจริงบวกที่ต่างกัน 2 ค่า กราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ ต้องตัดกับด้านบวกของแกน x ที่จุดต่าง 2 จุด ตามที่แสดงในรูปภาพด้านขวา



- (I) สำหรับความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งของกราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ และแกน X โดยกำหนดให้ D คือดิสคริมีแนนต์ของสมการกำลังสอง $f(x)=0$ และเนื่องจาก $D>0$ เราจะได้ $D = (-2a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2a + 3) = 4a^2 - 8a - 12 = 4(a+1)(a-3) > 0$ จากข้อนี้ เราจึงได้ $a < -1, 3 < a \dots (i)$

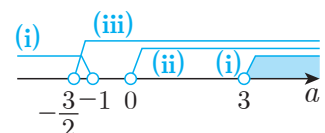
- (II) สำหรับตำแหน่งแกนสมมาตรของกราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ แกนสมมาตรต้องอยู่บนด้านบวกของแกน X

จาก $f(x) = x^2 - 2ax + 2a + 3 = (x-a)^2 - a^2 + 2a + 3$ เราจะได้แกนสมมาตรคือ $x=a$ ดังนั้น $a>0 \dots (ii)$

- (III) สำหรับเงื่อนไขที่ตรงกับจุดบนกราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$

เนื่องจากจำเป็นต้องตัดกันบนส่วนบวกของแกน Y (เส้น $x=0$) จาก $f(0) = 2a + 3 > 0$ เราจะได้ $a > -\frac{3}{2} \dots (iii)$

ดังนั้น เรนจ์ของค่า a ซึ่งตรงกับข้อ (i) ถึง (iii) คือ $a>3$ ตามที่แสดงในรูปภาพด้านขวา



$a>3$

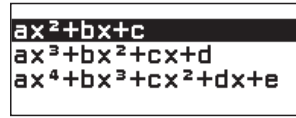
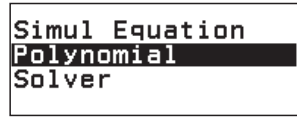
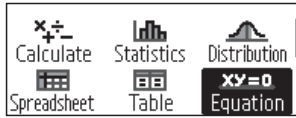


check

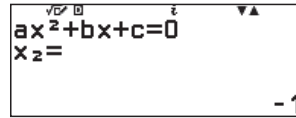
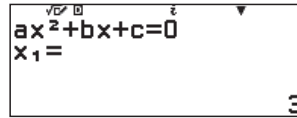
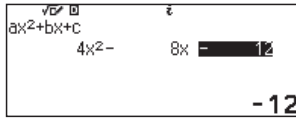
ใช้ Equation (สมการ) เพื่อยืนยันว่าค่า a บนกราฟนั้นตรงกับ $4a^2 - 8a - 12 > 0$

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

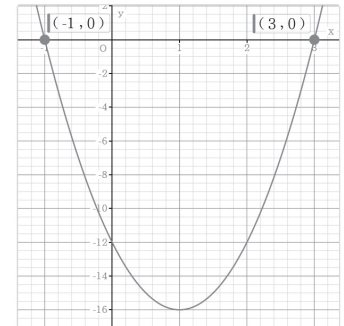
เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



$\odot$ EXE $\ominus$ $\odot$ EXE $\ominus$ $\odot$ $\odot$ EXE



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



PRACTICE

- 1 จงหาเรนจ์ของค่าคงตัว a ที่ทำให้สมการกำลังสอง $x^2 - ax + a + 8 = 0$ มีรากคำตอบของจำนวนจริงบวกต่างกันสองตัว

โดยกำหนดให้ $f(x) = x^2 - ax + a + 8$ พิจารณากราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ สำหรับสมการกำลังสอง $f(x)=0$ เพื่อที่จะได้รากคำตอบของจำนวนจริงบวกที่ต่างกัน 2 ค่า กราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ ต้องตัดกับด้านบวกของแกน X ที่จุดต่าง 2 จุด

(I) โดยกำหนดให้ D คือดิสคริมิแนนต์ของสมการกำลังสอง $f(x)=0$ และเนื่องจาก $D>0$ เราจึงได้ $D = (-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a + 8) = a^2 - 4a - 32 = (a + 4)(a - 8) > 0$

จากข้อนี้ เราจึงได้ $a < -4, 8 < a \dots (i)$

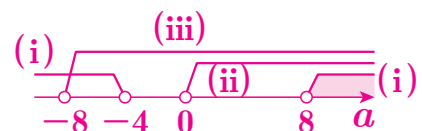
(II) แกนต้องอยู่บนด้านบวกของแกน X

จาก $f(x) = x^2 - ax + a + 8 = \left(x - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + a + 8$ เนื่องจากแกนคือ $x = \frac{a}{2}$ เรา

จึงได้ $a > 0 \dots (ii)$

(III) เนื่องจากจำเป็นต้องตัดกันบนด้านบวกของแกน Y (เส้น $x=0$) จาก $f(0) = a + 8 > 0$ เราจะได้ $a > -8 \dots (iii)$

ดังนั้น เรนจ์ของค่า a ซึ่งตรงกับข้อ (i) ถึง (iii) คือ $a > 8$ ตามที่แสดงในรูปภาพด้านขวา



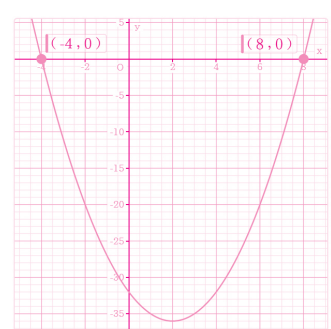
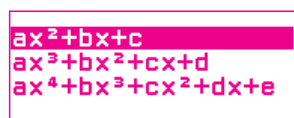
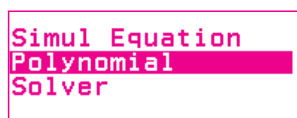
$a > 8$

check

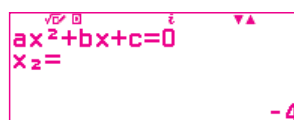
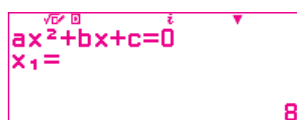
ใช้ Equation (สมการ) เพื่อยืนยันว่าค่า a บนกราฟนั้นตรงกับ $a^2 - 4a - 32 > 0$

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด $\odot$

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด $\odot$ เลือก $[ax^2 + bx + c]$ กด $\odot$



1 $\odot$ $\odot$ 4 $\odot$ 3 $\odot$ 2 $\odot$ $\odot$ $\odot$



กด $\uparrow$ $\odot$ สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ



- ๒ จงหาเรนจ์ของค่าคงตัว a ที่ทำให้สมการกำลังสอง $x^2 - 2ax + 2a^2 - 1 = 0$ มีรากคำตอบของจำนวนจริงบวกต่างกันสองตัว

โดยกำหนดให้ $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 - 1$ พิจารณากราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ สำหรับสมการกำลังสอง $f(x)=0$ เพื่อที่จะได้รากคำตอบของจำนวนจริงบวกที่ต่างกัน 2 ค่า กราฟของฟังก์ชัน $y=f(x)$ ต้องตัดกับด้านบวกของแกน X ที่จุดต่าง 2 จุด

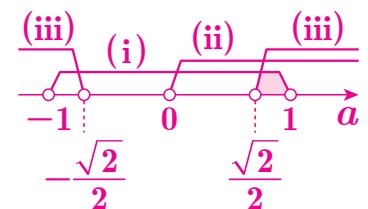
(I) โดยกำหนดให้ D คือดิสคริมีแนนต์ของสมการกำลังสอง $f(x)=0$ และเนื่องจาก $D>0$ เราจึงได้ $D = (-2a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (2a^2 - 1) = -4a^2 + 4 = -4(a+1)(a-1) > 0$ จากจุดนี้ เราจะได้ $-1 < a < 1 \dots(i)$

(II) แกนต้องอยู่บนด้านบวกของแกน X

จาก $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 - 1 = (x-a)^2 + a^2 - 1$ เราจะได้แกนของ $x=a$ ดังนั้น $a>0 \dots(ii)$

(III) เนื่องจากจำเป็นต้องตัดกันบนด้านบวกของแกน Y (เส้น $x=0$) จาก

$$f(0) = 2a^2 - 1 > 0 \text{ เราจะได้ } a < -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} < a \dots(iii)$$



ดังนั้น เรนจ์ของค่า a ซึ่งตรงกับข้อ(i) ถึง (iii) คือ

$$\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1 \text{ ตามที่แสดงในรูปภาพด้านขวา}$$

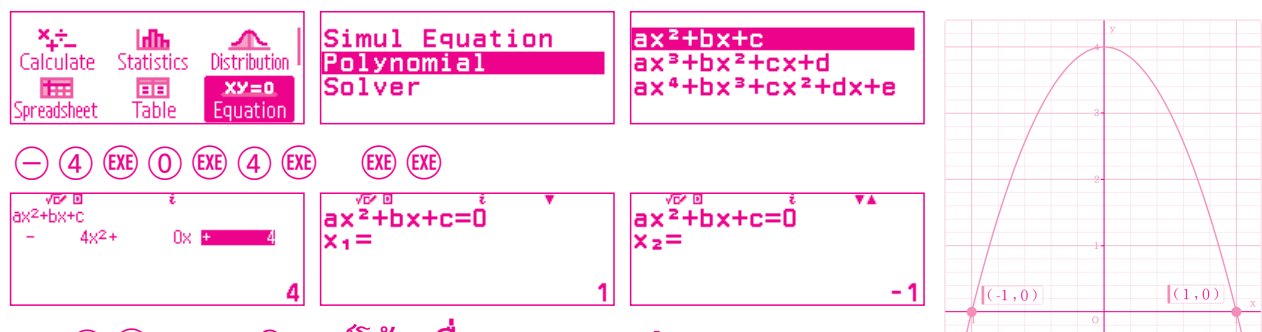
$$\frac{\sqrt{2}}{2} < a < 1$$

check

ใช้ Equation (สมการ) เพื่อยืนยันว่าค่า a บนกราฟนั้นตรงกับ $-4a^2 + 4 > 0$

กด $\odot$ เลือก [Equation (สมการ)] กด OK

เลือก [Polynomial (พหุนาม)] กด OK เลือก $[ax^2+bx+c]$ กด OK



กด $\uparrow$ X สแกนคิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

