**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6  
หน่วยการเรียนรู้ ความน่าจะเป็น  
เรื่อง ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข** **เวลา 50 นาที  
...................................................................................................................................................................**

**ผลการเรียนรู้**หาความน่าจะเป็น และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

**สาระสำคัญ**

1. **บทนิยาม** ให แทนปริภูมิตัวอยางซึ่งเปนเซตจํากัด โดยที่สมาชิกทุกตัวของ มีโอกาสเกิดขึ้นเทากัน และให เปนเหตุการณที่เป็นสับเซตของ

ความนาจะเปนของเหตุการณ เขียนแทนดวย โดยที่

เมื่อ แทนจํานวนสมาชิกของเหตุการณ

แทนจํานวนสมาชิกของปริภูมิตัวอยาง

2. ให เปนปริภูมิตัวอยางของการทดลองสุมหนึ่ง และ เปนเหตุการณ นั่นคือ และ

จะได เปนเหตุการณซึ่งประกอบดวยสมาชิกของเหตุการณ หรือเหตุการณ   
 หรือทั้งสองเหตุการณ นั่นคือ หรือ   
 เปนเหตุการณซึ่งประกอบดวยสมาชิกที่อยูทั้งในเหตุการณ และเหตุการณ   
 นั่นคือ หรือ   
 ถา แลวจะเรียกเหตุการณ และ วา **เหตุการณที่ไมเกิดรวมกัน**  
 และ เปนเหตุการณที่ประกอบดวยสมาชิกที่อยูในปริภูมิตัวอยาง S แตไมอยูในเหตุการณ A

นั่นคือ แต่

3. **ทฤษฎีบท**

ให เปนปริภูมิตัวอยาง ซึ่งเปนเซตจํากัด และ เปนเหตุการณใด ๆ จะไดวา

2. ถ้า แล้ว

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. เข้าใจสมการความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและทราบวิธีใช้สูตร

2. เรียนรู้การคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขในบริบทของสถานการณ์ในชีวิตจริง

**สรุปหัวข้อ**

1. เข้าใจแนวคิดของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและสมการที่ใช้ในการคำนวณ โดยใช้ตัวอย่างที่ฉพาะเจาะจง

2. กิจกรรมที่ 1: คำนวณความน่าจะเป็นที่บุคคลหนึ่งจะติดเชื้อ โดยพิจารณาจากผลการทดสอบ เมื่อกำหนดจำนวนคนที่แน่นอนให้

3. กิจกรรมที่ 2: คำนวณความน่าจะเป็นเดียวกันกับกิจกรรมที่ 1 โดยใช้แนวคิดและสมการของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

**สื่อการเรียนรู้**

เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ และใบกิจกรรม

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

**บทนำ**

* กำหนดจุดประสงค์ของบทเรียนนี้
* เข้าใจสูตรความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและวิธีใช้สมการ
* เรียนรู้การคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขในบริบทของสถานการณ์ในชีวิตจริง

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ใช้แนวคิดเรื่องความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขกับปัญหาต่อไปนี้

◆ กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดงและสีขาวอย่างละสามลูก ลูกบอลแต่ละลูกมี หมายเลขกำกับอยู่ โดยที่ลูกบอลสีแดงมีเลข 1 เขียนไว้สองลูก และเลข 2 เขียนไว้หนึ่งลูก ลูกบอลสีขาวมีเลข 2 เขียนไว้สองลูก และเลข 1 เขียนไว้หนึ่งลูก 図形

自動的に生成された説明

คำถามที่ 1 สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกออกจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงที่มีหมายเลข 1เขียนกำกับไว้เป็นเท่าไร

คำถามที่ 2 ถ้าสุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก แล้วได้ผลลัพธ์เป็นสีแดง ความน่าจะเป็นที่ลูกบอลนี้จะมีเลข 1 เขียนกำกับไว้จะเป็นเท่าใด

図形, 円

自動的に生成された説明

* กำหนดเหตุการณ์ A และ B ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B เมื่อรู้ว่าเหตุการณ์ A จะเกิดขึ้นเรียกว่า **ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข** เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ P(B|A)

P(B|A) =

A diagram of a red circle and black line

Description automatically generated

A red circle with black text

Description automatically generated



คำถามที่ 3 ใช้สูตรแก้โจทย์ในคำถามที่ 2A diagram of a red circle and black rectangle with numbers

Description automatically generated

P(1|สีแดง)

1. โรคติดเชื้อชนิดหนึ่งมีความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อเท่ากับ และใช้**การทดสอบ**ต่อไปนี้เพื่อตรวจหาเชื้อ

**ความแม่นยำของการทดสอบเชื้อ**



จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ที่มีผลตรวจเป็นบวกใน**การทดสอบ**นี้จะเป็นผู้ติดเชื้อจริง ๆ

**กิจกรรมที่ 1**

ตอบคำถามข้อ (1) – (4) ต่อไปนี้ โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน

(1) หาจำนวนผู้ติดเชื้อและจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ

เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ติดเชื้อคือ ดังนั้นจึงมีคนติดเชื้อทั้งหมดเท่ากับ

　 คน

ดังนั้น จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อคือ คน

(2) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก

ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก

i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นบวกคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวกคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องหารหาคือA black numbers and a white background

Description automatically generated

คน

(3) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ

ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ

i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นลบคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นลบคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ　A black and white rectangular object with numbers

Description automatically generated

คน

(4) กรอกตารางด้านล่าง โดยใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) – (3) จากนั้นหาอัตราส่วนของผู้ที่ติดเชื้อจริงต่อทุกคน ที่มีผลตรวจเป็นบวก โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน

|  | ผลบวก | ผลลบ | รวม |
| --- | --- | --- | --- |
| ผู้ติดเชื้อ | 95 | 5 | 100 |
| ผู้ที่ไม่ติดเชื้อ | 19,998 | 979,902 | 999,900 |
| รวมทั้งสิ้น | 20,093 | 979,907 | 1,000,000 |

จากตารางจะเห็นว่า จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลตรวจเป็นบวกคือ 95 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

A white background with black text

Description automatically generatedA white rectangular object with black numbers

Description automatically generated

**กิจกรรมที่ 2**

(5) ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ต่อไปนี้:

A คือเหตุการณ์ที่ได้รับผลตรวจเชื้อเป็นบวก และ

B คือเหตุการณ์ที่ผู้ตรวจเป็นผู้ติดเชื้อ

จะเขียนแสดงความน่าจะเป็นที่คนที่มีผลตรวจเป็นบวกว่าจะเป็น

ผู้ติดเชื้อได้อย่างไร ใช้สูตรการหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ความน่าจะเป็นที่ต้องการหาคือความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข โดยกำหนดเหตุการณ์ที่ผลการทดสอบเป็นบวก (A) และเหตุการณ์ที่บุคคลจะติดเชื้อ (B) ดังนั้น สามารถเขียนแสดงความน่าจะเป็นได้ดังนี้

　　　　P(B|A)=

(6) คำนวณหาความน่าจะเป็นในช่องว่างต่อไปนี้ และเติมค่าในตารางให้สมบูรณ์

|  | ผลบวก | ผลลบ |
| --- | --- | --- |
| ติดเชื้อ | (=0.95) | (=0.05) |
| ไม่ติดเชื้อ | (=0.02) | (=0.98) |

(7) หาความน่าจะเป็นที่คนที่มีผลตรวจเป็นบวกจะเป็นผู้ติดเชื้อ

[ความน่าจะเป็นที่ผู้ทดสอบจะติดเชื้อและมีผลตรวจเป็นบวก]

P(A) [ความน่าจะเป็นที่จะมีผลตรวจเป็นบวก]

[ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก] + [ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก] ダイアグラム

自動的に生成された説明

＝

＝＝

※ ผลลัพธ์นี้ตรงกับความน่าจะเป็นที่คำนวณไว้ในกิจกรรมที่ 1 โดยกำหนดจำนวนคนที่แน่นอน

※ การใช้ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขทำให้สามารถคำนวณค่าได้อย่างง่าย ๆ โดยใช้เพียงค่าความน่าจะเป็นในเงื่อนไขต่างๆ

**การอภิปรายผลลัพธ์**

Q. เขียนสิ่งที่ได้จากผลของการทดสอบโรคติดเชื้อข้างต้น

ความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อของคนที่มีผลตรวจเป็นบวกมีค่าเท่ากับ 0.0047

ดังนั้น จะเห็นว่าในการทดสอบเชื้อนี้ แม้ว่าผู้ตรวจจะมีผลตรวจเป็นบวก ก็อาจไม่จำเป็นจะต้องเป็นผู้ติดเชื้อเสมอไป

(ในบทเรียนนี้ สมมติว่าคนที่เข้ารับการตรวจเชื้อถูกเลือกมาแบบสุ่ม ในขณะที่ในชีวิตจริง ผู้คนมักจะทำการตรวจเชื้อเมื่อมีอาการบางอย่าง ดังนั้นอัตราส่วนที่แท้จริงของผู้ติดเชื้อต่อผู้ที่ได้รับผลตรวจเป็นบวกทุกคน จึงมีค่าสูงกว่า

การใช้ความรู้เรื่องความน่าจะเป็น สามารถหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้หลายประเภท ซึ่งช่วยให้ตีความเหตุการณ์เหล่านั้น รวมถึงใช้เป็นปัจจัยในการตัดสินใจ

**ใบกิจกรรม**

| หน่วย | ความน่าจะเป็น | หัวข้อ | ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข / ทฤษฎีบทของเบย์ |
| --- | --- | --- | --- |
| ชื่อ |  | ชั้นเรียน |  |

◆ กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดงและสีขาวอย่างละสามลูก ลูกบอลแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับอยู่ โดยที่ลูกบอลสีแดงมีเลข 1 เขียนไว้สองลูก และเลข 2 เขียนไว้หนึ่งลูก ลูกบอลสีขาวมีเลข 2 เขียนไว้สองลูก และเลข 1 เขียนไว้หนึ่งลูก図形

自動的に生成された説明

คำถามที่ 1 สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกออกจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงที่มีหมายเลข 1 เขียนกำกับไว้เป็นเท่าไร

คำถามที่ 2 ถ้าสุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก แล้วได้ผลลัพธ์เป็นสีแดง ความน่าจะเป็นที่ลูกบอลนี้จะมีเลข 1 เขียนกำกับไว้จะเป็นเท่าใด図形, 円

自動的に生成された説明

* กำหนดเหตุการณ์ A และ B ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B เมื่อรู้ว่าเหตุการณ์ A จะเกิดขึ้นเรียกว่า (　ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข ) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ( P(B|A) )

P(B|A)=

คำถามที่ 3 ใช้สูตรแก้โจทย์ในคำถามที่ 2

P(1|สีแดง)

**กิจกรรมที่ 1**

โรคติดเชื้อชนิดหนึ่งมีความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อเท่ากับ และใช้**การทดสอบ**ต่อไปนี้เพื่อตรวจหาเชื้อ

**ความแม่นยำของการทดสอบเชื้อ**



จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ที่มีผลตรวจเป็นบวกใน**การทดสอบ**นี้จะเป็นผู้ติดเชื้อจริง ๆ

จงตอบคำถามข้อ (1) – (4) ต่อไปนี้ โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน

(1) หาจำนวนผู้ติดเชื้อและจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ

เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ติดเชื้อคือ

ดังนั้น จึงมีคนติดเชื้อทั้งหมดเท่ากับ คน

ดังนั้น จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อคือ　 คน

(2) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก

ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก

i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นบวกคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวกคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องหารหาคือ

คน

(3) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ

ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ

i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นลบคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นลบคือ

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

คน

(4) กรอกตารางด้านล่างนี้โดยใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) – (3) จากนั้นหาอัตราส่วนของผู้ที่ติดเชื้อจริงต่อทุกคนที่มีผลตรวจเป็นบวก โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน

|  | ผลบวก | ผลลบ | รวม |
| --- | --- | --- | --- |
| ผู้ติดเชื้อ | 95 | 5 | 100 |
| ผู้ที่ไม่ติดเชื้อ | 19,998 | 979,902 | 999,900 |
| รวมทั้งสิ้น | 20,093 | 979,907 | 1,000,000 |

จากตารางจะเห็นว่า จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลตรวจเป็นบวกคือ 95 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

**กิจกรรมที่ 2**

(5) ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ต่อไปนี้: A คือเหตุการณ์ที่ได้รับผลตรวจเชื้อเป็นบวก และ B คือเหตุการณ์ ที่ผู้ตรวจเป็นผู้ติดเชื้อ จะเขียนแสดงความน่าจะเป็นที่คนที่มีผลตรวจเป็นบวกว่าจะเป็นผู้ติดเชื้อได้อย่างไร ให้ใช้สูตรการหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ความน่าจะเป็นที่ต้องการหาคือความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข โดยกำหนดเหตุการณ์ที่ผลการทดสอบเป็นบวก (A) และเหตุการณ์ที่บุคคลจะติดเชื้อ (B) ดังนั้น สามารถเขียนแสดงความน่าจะเป็นได้ดังนี้

　　　　P(B|A)=

(6) คำนวณหาความน่าจะเป็นในช่องว่างต่อไปนี้ และเติมค่าใน**ตาราง**ให้สมบูรณ์

|  | ความน่าจะเป็นที่ผลการทดสอบเป็นบวก | ความน่าจะเป็นที่ผลการทดสอบเป็นลบ |
| --- | --- | --- |
| ผู้ติดเชื้อ ( ) | (＝0.95) | (＝0.05) |
| ผู้ไม่ติดเชื้อ ( ) | (＝0.02) | (＝0.98) |

(7) หาความน่าจะเป็นที่คนที่มีผลตรวจเชื้อเป็นบวกจะเป็นผู้ติดเชื้อ

[ความน่าจะเป็นที่ผู้ทดสอบจะติดเชื้อและมีผลตรวจเป็นบวก]

P(A) [ความน่าจะเป็นที่จะมีผลตรวจเป็นบวก]

[ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก] + [ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก]

＝

＝

※ ผลลัพธ์นี้ตรงกับความน่าจะเป็นที่คำนวณไว้ในกิจกรรมที่ 1 โดยกำหนดจำนวนคนที่แน่นอน

※ การใช้ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขทำให้สามารถคำนวณค่าได้อย่างง่าย ๆ โดยใช้เพียงค่าความน่าจะ  
 เป็นในเงื่อนไขต่าง ๆ

จงเขียนสิ่งที่ได้จากผลของการทดสอบโรคติดเชื้อข้างต้น

ความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อของคนที่มีผลตรวจเป็นบวกมีค่าเท่ากับ 0.0047

ดังนั้น จะเห็นว่าในการทดสอบเชื้อนี้ แม้ว่าผู้ตรวจจะมีผลตรวจเป็นบวก ก็อาจไม่จำเป็นจะต้องเป็นผู้ติดเชื้อเสมอไป

(ในบทเรียนนี้ สมมติว่าคนที่เข้ารับการตรวจเชื้อถูกเลือกมาแบบสุ่ม ในขณะที่ในชีวิตจริง ผู้คนมักจะทำการตรวจเชื้อเมื่อพวกเขามีอาการบางอย่าง ดังนั้นอัตราส่วนที่แท้จริงของผู้ติดเชื้อต่อผู้ที่ได้รับผลตรวจเป็นบวกทุกคนจึงมีค่าสูงกว่า)