

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ เมทริกซ์

เรื่อง การคูณระหว่างเมทริกซ์

เวลา 50 นาที

สาระสำคัญ

ในปัจจุบันการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์นอกจากจะเป็นพื้นฐานของการเพิ่มทักษะกระบวนการคิด แล้วในระดับชั้นอุดมศึกษายังมุ่งเน้นการประยุกต์ใช้และการแก้ปัญหาทางศาสตร์แขนงอื่น ๆ อาจจะเป็นแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ หรือ ตัวแบบเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical model) สำหรับแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ มีหลากหลายรูปแบบ เมทริกซ์เป็นเนื้อหาหนึ่งในวิชาคณิตศาสตร์ที่สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสาขาต่าง ๆ โดยในการเรียนวิชาพีชคณิตเชิงเส้น ได้มีการกล่าวถึงการประยุกต์ใช้ในหลากหลายสาขา ที่มีการนำสมการเชิงเส้นไปใช้ในการอธิบายปรากฏการณ์ และความสัมพันธ์ต่าง ๆ เช่น การประยุกต์ทางธุรกิจ การประยุกต์ทางเศรษฐศาสตร์การประยุกต์ทางฟิสิกส์ (วงจรไฟฟ้า) การวิเคราะห์การเคลื่อนไหลของการจราจร เป็นต้น

สาระการวัดและเรขาคณิต

ใช้นิพจน์ สมการ อสมการและเมทริกซ์ อธิบายความสัมพันธ์ หรือช่วยแก้ปัญหาที่กำหนดให้

ผลการเรียนรู้

เข้าใจความหมาย หาผลลัพธ์ของการบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง การคูณระหว่างเมทริกซ์ และหาเมทริกซ์สลับเปลี่ยน หาคีเทอรัมมีแนนท์ของเมทริกซ์ $n \times n$ เมื่อ n เป็นจำนวนนับที่ไม่เกินสาม

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถนำการคูณระหว่างเมทริกซ์ไปใช้แก้ปัญหาที่กำหนดให้

สาระการเรียนรู้

การบวกเมทริกซ์ การคูณเมทริกซ์กับจำนวนจริง การคูณระหว่างเมทริกซ์

การต่อยอด 1 (40 นาที)

บทนำ

- ครูชี้แจงจุดประสงค์ของบทเรียนนี้

ให้นักเรียนเข้าใจว่า แนวคิดเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์กับเมทริกซ์สามารถใช้แก้ปัญหาในชีวิตประจำวัน และธุรกิจได้ โดยการใช้แบบฝึกหัด

- พิจารณาโจทย์ด้านธุรกิจต่อไปนี้

โจทย์:

มีผู้ผลิตโทรศัพท์มือถืออยู่ 4 บริษัท คือ บริษัท S บริษัท A บริษัท H และบริษัท N มีการสำรวจวิจัยด้านการตลาดเกี่ยวกับโทรศัพท์มือถือของแต่ละบริษัท แบ่งเป็นสี่ด้าน คือ ประสิทธิภาพ ราคา ความง่ายในการใช้ และการออกแบบ ผลลัพธ์เป็นดังตารางข้างล่าง

การสำรวจด้าน บริษัท	ประสิทธิภาพ	ราคา	ความง่าย ในการใช้	การ ออกแบบ
บริษัท S	10	5	3	7
บริษัท A	8	2	9	10
บริษัท H	6	10	4	4
บริษัท N	5	7	10	4

ระหว่างการจัดการเรียนการสอนครูควรสังเกตพฤติกรรมและสนใจแนวคิดของนักเรียนเพื่อตรวจสอบความเข้าใจและการตัดสินใจในการเชื่อมโยงระหว่างการใช้ผลคูณของเมทริกซ์กับการประยุกต์ใช้กับ

จากการสำรวจทั้งสี่บริษัทพบว่า บริษัท S อยู่ในอันดับสาม โดยมีการรวมคะแนนง่าย ๆ โดยไม่มีการถ่วงน้ำหนักของคุณสมบัติแต่ละข้อ สมมติว่าคุณเป็นตัวแทนขายของบริษัท S คุณจะวางแผนกลยุทธ์การประชาสัมพันธ์อย่างไรให้บริษัทขายผลิตภัณฑ์ได้ดีกว่าคู่แข่ง ถ้าดูผ่าน ๆ เหมือนคณิตศาสตร์จะไม่เกี่ยวข้องครูอธิบายให้นักเรียนว่าแนวคิดเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์กับเมทริกซ์มีประโยชน์ในการแก้โจทย์ปัญหาลักษณะนี้

→ โจทย์นี้จะอภิปรายในภายหลังของบทเรียนนี้ ตอนนี้ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหาเกี่ยวกับการคูณเมทริกซ์กับเมทริกซ์โดยใช้แบบฝึกหัด

- พิจารณาโจทย์ด้านธุรกิจต่อไปนี้

ตารางต่อไปนี้แสดงจำนวนผลไม้ที่ขายได้ในหนึ่งวันของร้าน A และ B

ร้าน \ จำนวนผลไม้ที่ขายได้ (ผล)	วันที่ 1			วันที่ 2		
	แอปเปิ้ล	มะม่วง	ทุเรียน	แอปเปิ้ล	มะม่วง	ทุเรียน
ร้าน ก	8	5	3	4	6	1
ร้าน ข	7	5	4	9	7	2

ตารางต่อไปนี้แสดงราคาต่อหน่วยของผลไม้แต่ละชนิด

ผลไม้	ราคาต่อหน่วย (บาท)
แอปเปิ้ล	20
มะม่วง	50
ทุเรียน	100

แบบฝึกหัด 1:

ครูให้นักเรียนคำนวณยอดขายของร้าน A และ B ในวันที่ 1 โดยใช้เมทริกซ์

ข้อมูลในตารางสามารถเขียนเป็นเมทริกซ์ได้ดังนี้

จำนวนผลไม้ที่ขาย: วันที่ 1 $\begin{bmatrix} 8 & 5 & 3 \\ 7 & 5 & 4 \end{bmatrix}$

ราคาขายต่อหน่วย: $\begin{bmatrix} 20 \\ 50 \\ 100 \end{bmatrix}$

ยอดขาย = จำนวนผลไม้ที่ขายได้ $\times$ ราคาต่อหน่วย

เขียนในรูปเมทริกซ์

$$\begin{bmatrix} 8 & 5 & 3 \\ 7 & 5 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 20 \\ 50 \\ 100 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (8 \times 20) + (5 \times 50) + (3 \times 100) \\ (7 \times 20) + (5 \times 50) + (4 \times 100) \end{bmatrix}$$

ครูอธิบายว่าผลคูณของเมทริกซ์สามารถแปลความหมายได้ตามตารางต่อไปนี้

วันที่ 1	แอปเปิ้ล	มะม่วง	ทุเรียน	ยอดขายทั้งหมด (บาท)
ร้าน A	$8 \times 20 = 160$	$5 \times 50 = 250$	$3 \times 100 = 300$	710
ร้าน B	$7 \times 20 = 140$	$5 \times 50 = 250$	$4 \times 100 = 400$	790

- จากนั้น ครูให้นักเรียนตรวจสอบคำตอบของแบบฝึกหัดด้วยเครื่องคำนวณ

<การดำเนินการกับเครื่องคำนวณ>

1. เปลี่ยนเป็นโหมด เมทริกซ์ (Matrix)

$\triangle \checkmark \checkmark \checkmark \text{OK} \circ\circ\circ$



Press [TOOLS]
to define Matrix.

MatA:None
MatB:None
MatC:None
MatD:None

2. ใส่ค่า เมทริกซ์ (Matrix) A (2 แถว 3 หลัก)

$\text{OK} \checkmark > \checkmark \checkmark \text{OK} \text{OK}$

Matrix Size?
Rows :2
Columns :3
Confirm

⑧ EXE ⑤ EXE ③ EXE ⑦ EXE ⑤ EXE ④ EXE

3. ใส่ค่า เมทริกซ์ (Matrix) B (3 แถว 1 หลัก)

OK > V V OK OK OK OK

② ① EXE ⑤ ① EXE ① ① ① EXE

4. เปลี่ยนเป็นโหมดคำนวณเมทริกซ์ (Matrix Calculation)

และคำนวณเมทริกซ์ (Matrix) A x เมทริกซ์ (Matrix) B

OK OK V OK X OK OK V V OK EXE

MatA=
[0 0 0]
0

MatA=
[8 5 3]
7 5 4
4

MatA:2x3
MatB:None
MatC:None
MatD:None

Matrix Size?
Rows :3
Columns :1
Confirm

MatB=
[0]
0
0
0

MatB=
[20]
50
100
100

Matrix
Func Analysis
Probability
Numeric Calc

Matrix Calc
MatA
MatB
MatC

Matrix Calc
MatA
MatB
MatC

MatA x MatB

MatAns=
[710]
710

✖ จะต้องกำหนดเมตริกซ์ในขั้นตอนที่ 2 และ 3 ก่อน จะสามารถคำนวณได้ในขั้นตอนที่ 4

ตรวจสอบว่าผลลัพธ์ตรงกับที่คำนวณผลคูณของเมตริกซ์หรือไม่

- กิจกรรม

ตอนนี้ ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหาด้านธุรกิจต่อไปนี้

โจทย์:

มีผู้ผลิตโทรศัพท์มือถืออยู่ 4 บริษัท คือ บริษัท S บริษัท A บริษัท H และบริษัท N มีการสำรวจวิจัยด้านการตลาดเกี่ยวกับโทรศัพท์มือถือของแต่ละบริษัท แบ่งเป็นสี่ด้าน คือ ประสิทธิภาพ ราคา ความง่ายในการใช้ และการออกแบบ ผลลัพธ์เป็นดังตารางข้างล่าง

การสำรวจด้าน บริษัท	ประสิทธิภาพ	ราคา	ความง่าย ในการใช้	การออกแบบ
บริษัท S	10	5	3	7
บริษัท A	8	2	9	10
บริษัท H	6	10	4	4
บริษัท N	5	7	10	4

จากการสำรวจทั้งสี่บริษัทพบว่า บริษัท S อยู่ในอันดับสาม โดยมีการรวมคะแนนง่าย ๆ โดยไม่มีการถ่วงน้ำหนักของคุณสมบัติแต่ละข้อ สมมติว่าคุณเป็นตัวแทนขายของบริษัท S คุณจะวางแผนกลยุทธ์การประชาสัมพันธ์อย่างไรให้บริษัทขายผลิตภัณฑ์ได้ดีกว่าคู่แข่ง

- * ครูให้นักเรียนคิดคนเดียวหรือเป็นคู่อย่างอิสระเกี่ยวกับวิธีแก้โจทย์ปัญหา
 - * ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและนำเสนอความคิดเห็น จากนั้นครูอธิบายขั้นที่ (1) ถึง (3) เพื่อให้นักเรียนรู้วิธีคิดเป็นขั้นตอน
 - * ครูให้เวลานักเรียน 10 นาที เพื่อหาคำตอบในแต่ละขั้น (1) ถึง (3)
- หลังจากนั้นให้นักเรียนนำเสนอคำตอบ

อาจแบ่งนักเรียนเป็น
กลุ่มเพื่ออภิปราย

- (1) หากน้ำหนักของประสิทธิภาพ ราคา ความง่ายในการใช้ และการออกแบบนั้นเท่ากัน (1:1:1:1) ผู้ผลิตบริษัทใดจะได้คะแนนรวมสูงสุดจากการสำรวจ
- (2) หากน้ำหนักเป็น 1:3:4:2 ผู้ผลิตบริษัทใดจะได้คะแนนรวมสูงสุดจากการสำรวจ
- (3) ถ้าน้ำหนักเป็น 1, 2, 3 และ 4 นักเรียนสามารถตัดสินใจด้วยตนเองว่าจะให้น้ำหนักเป็นเท่าไรกับแต่ละคุณสมบัติในการสำรวจ จาก 1 ถึง 4 (ลักษณะนี้แสดงให้เห็นวิธีประชาสัมพันธ์ผลิตภัณฑ์)

ในฐานะตัวแทนขายของบริษัท S ให้หาวิธีการกำหนดน้ำหนักที่จะทำให้ได้เปรียบมากที่สุด
นอกจากนั้น ครูให้นักเรียนอธิบายเหตุผลว่าทำไมควรกำหนดน้ำหนักเช่นนั้น

อันดับแรก ให้แสดงคำตอบ

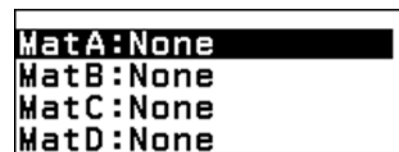
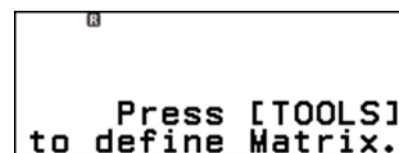
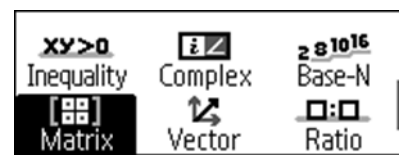
(1) บริษัท A

(2) บริษัท N ($1 \times 5 + 3 \times 7 + 4 \times 10 + 2 \times 4 = 74$ คำนวณแบบเดียวกับผู้ผลิตบริษัทอื่นเพื่อให้เห็นว่า
ค่าของบริษัท N สูงที่สุด)

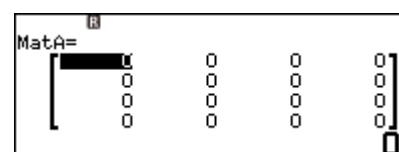
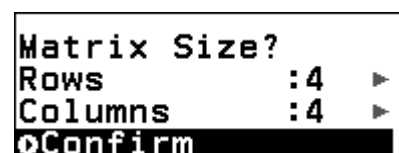
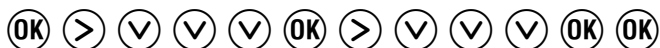
(3) 4:3:2:1 หรือ 4:3:1:2

<การดำเนินการกับเครื่องคำนวณ>

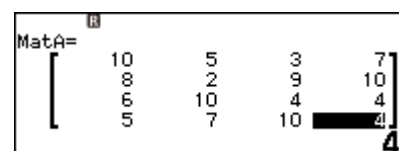
1. เปลี่ยนเป็นโหมดเมทริกซ์ (Matrix)



2. ใส่คะแนนสำรวจให้เมทริกซ์(Matrix) A (4 แถว 4 หลัก)

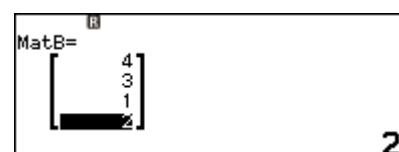


หลังจากนั้น ใส่ค่าสมการด้วยแนวทางเดียวกัน



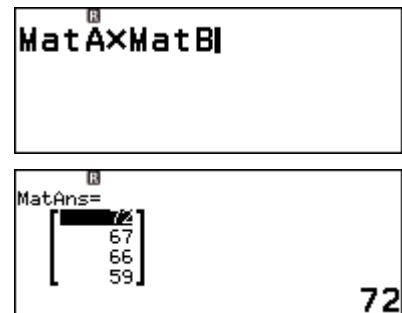
3. ใส่ค่าน้ำหนักให้เมทริกซ์ (Matrix) B (4 แถว 1 หลัก)

(ใส่ค่า 4:3:1:2 ตามตัวอย่าง)



4. เปลี่ยนเป็นโหมด คำนวณเมทริกซ์(Matrix Calculation)

และคำนวณเมทริกซ์(Matrix) A× เมทริกซ์ (Matrix) B



ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายและนำเสนอเหตุผลสำหรับค่าน้ำหนักที่ใช้ในขั้นตอนที่ (3) โดยครูอาจใช้คำถามขั้นสูงเพื่อให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายในเชิงลึกได้มากขึ้น และคำตอบของนักเรียนที่อาจเป็นไปได้ดังนี้
[คำตอบที่อาจเป็นไปได้สำหรับเหตุผล]

- สามารถกำหนดน้ำหนักได้หลายแบบ อาจลองหาคำตอบด้วยการลองผิดลองถูกโดยใส่ค่าในเครื่องคำนวณแบบสุ่ม
- บริษัท S ได้ 10 คะแนนในด้านประสิทธิภาพ ซึ่งถือเป็นจุดแข็ง ดังนั้นต้องกำหนดน้ำหนักให้กับประสิทธิภาพเป็น 4
- บริษัท S ได้คะแนนน้อยที่สุด เพียง 3 คะแนน ในด้านความง่ายในการใช้ ดังนั้นควรกำหนดน้ำหนักให้ ความง่ายในการใช้อยู่ที่ 1
- กำหนดน้ำหนักให้กับบริษัท S โดยให้น้ำหนักมากในคุณสมบัติการสำรวจที่ได้คะแนนมาก (นั่นคือ 4 สำหรับประสิทธิภาพ 3 สำหรับการออกแบบ 2 สำหรับราคา และ 1 สำหรับความง่ายในการใช้) แต่ การคำนวณค่าเหล่านี้ยังแสดงให้เห็นว่า บริษัท A ได้อันดับสูงกว่า ดังนั้นจึงต้องดำเนินการอย่างอื่นอีก
- เมื่อนับคะแนนรวมแบบไม่มีการถ่วงน้ำหนัก บริษัท A ได้คะแนนสูงสุด ดังนั้น คู่แข่งที่มีการแข่งขันกันมากที่สุดคือบริษัท A เนื่องจากบริษัท S มีคะแนนมากกว่าบริษัท A สามคะแนนในเรื่องราคา จึงได้เปรียบมากที่สุดของคุณสมบัติข้อนี้ ดังนั้นควรต้องกำหนดน้ำหนักมากขึ้นให้กับราคา

[ตัวอย่างคำถามที่ทำให้อภิปรายในเชิงลึกได้มากขึ้น]

- สำหรับการลองผิดลองถูก มีรูปแบบการกำหนดน้ำหนักที่ต้องตรวจสอบถึง 24 รูปแบบ มีวิธีใดบ้างที่สามารถจำกัดจำนวนการทดลองลงได้
- มีวิธีใดบ้างในการกำหนดน้ำหนักที่ทำให้บริษัท S อยู่ระดับสูงสุด แม้ว่าคุณสมบัติอื่น ๆ นอกเหนือไปจากประสิทธิภาพของบริษัทอื่นจะเป็น 10 คะแนน
- แม้ว่าจะกำหนดน้ำหนักมากๆ ให้กับคุณสมบัติที่ได้คะแนนมาก แต่บริษัท A ก็ยังได้อันดับสูงกว่า S ควรต้องทำเช่นไรต่อไป

- ถ้านักเรียนเสนอว่าให้กำหนดน้ำหนักที่มากขึ้นให้กับราคา จะเกิดอะไรขึ้นถ้ากำหนดน้ำหนักเป็น 4

<บันทึกย่อสำหรับครู: ตัวอย่างของเหตุผล>

บริษัท S ได้คะแนน 10 คะแนนในด้านประสิทธิภาพ และมีจุดแข็งที่สุดในคุณสมบัติข้อนี้ ให้กำหนดน้ำหนัก 4 ให้กับประสิทธิภาพ เราต้องการให้น้ำหนักการออกแบบอยู่ที่ 3 แต่บริษัท S ก็ยังเอาชนะบริษัท A ไม่ได้ด้วยวิธีนี้ ให้กำหนดน้ำหนักสำหรับราคาไว้ที่ 3 แทน เพราะเมื่อคุณเทียบกันแล้วคะแนนห่างจาก บริษัท A ที่สุด และบริษัท S สามารถแข่งขันได้ในคุณสมบัติข้อนี้ จากนั้น ให้ลองทดลองดูด้วยการคำนวณทั้งสองแบบที่เหลือ โดยกำหนดน้ำหนัก 4:3:2:1 และ 4:3:1:2 ในแต่ละกรณี บริษัท S จะอยู่อันดับสูงสุด แต่ถ้าน้ำหนักเป็น 4:3:1:2 ทำให้คะแนนรวมของบริษัท S ชะงักห่างจากคะแนนรวมของบริษัท A ซึ่งเป็นอันดับสองมากขึ้น จึงพิจารณาว่าเป็นวิธีการให้น้ำหนักที่ได้เปรียบกว่า

✖ ลองคิดวิธีประชาสัมพันธ์ผลิตภัณฑ์ตามผลลัพธ์นี้ กลยุทธ์หนึ่งที่เป็นไปได้คือการเน้นเรื่องประสิทธิภาพ และบอกว่าราคา “เข้าถึงได้” เนื่องจากราคาไม่ได้ต่ำมาก บริษัท A มีข้อได้เปรียบด้านการออกแบบ ดังนั้นจึงไม่สามารถเน้นเรื่องการออกแบบได้ด้วยวิธีนี้ องค์กรประกอบต่าง ๆ อาจดูเหมือนไม่สามารถเปรียบเทียบเชิงตัวเลขได้ในที่แรก แต่จริง ๆ แล้วสามารถแปลงเป็นตัวเลขเพื่อหาทางออกที่ดีที่สุดได้ วิธีการเช่นนี้เรียกว่า การทำแบบจำลอง ซึ่งเป็นสาขาหนึ่งของคณิตศาสตร์ประยุกต์ที่เรียกว่า การวิจัยเชิงปฏิบัติการ

ตรวจสอบความเข้าใจ / แบบทดสอบ (10 นาที)

ทำแบบทดสอบ