

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6

หน่วยการเรียนรู้ ความน่าจะเป็น

เรื่อง ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

เวลา 50 นาที

ผลการเรียนรู้

หาความน่าจะเป็น และนำความรู้เกี่ยวกับความน่าจะเป็นไปใช้

สาระสำคัญ

1. บทนิยาม ให้ S แทนปริภูมิตัวอย่างซึ่งเป็นเซตจำกัด โดยที่สมาชิกทุกตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากัน และให้ E เป็นเหตุการณ์ที่เป็นสับเซตของ S

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E เขียนแทนด้วย $P(E)$ โดยที่

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$$

เมื่อ $n(E)$ แทนจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E

$n(S)$ แทนจำนวนสมาชิกของปริภูมิตัวอย่าง S

2. ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่างของการทดลองสุ่มหนึ่ง และ A, B เป็นเหตุการณ์ นั่นคือ $A \subset S$ และ $B \subset S$

จะได้ $A \cup B$ เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A หรือเหตุการณ์ B

หรือทั้งสองเหตุการณ์ นั่นคือ $A \cup B = \{x | x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$

$A \cap B$ เป็นเหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ทั้งในเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B

นั่นคือ $A \cap B = \{x | x \in A \text{ หรือ } x \in B\}$

ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้วจะเรียกเหตุการณ์ A และ B ว่า เหตุการณ์ที่ไม่เกิดรวมกัน

และ A' เป็นเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในปริภูมิตัวอย่าง S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ A

นั่นคือ $A' = \{x | x \in S \text{ แต่ } x \notin A\}$

3. ทฤษฎีบท

ให้ S เป็นปริภูมิตัวอย่าง ซึ่งเป็นเซตจำกัด และ A, B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ จะได้ว่า

- 1) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- 2) ถ้า $A \cap B = \emptyset$ แล้ว $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
- 3) $P(A') = 1 - P(A)$
- 4) $P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$

จุดประสงค์การเรียนรู้

1. เข้าใจสมการความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและทราบวิธีใช้สูตร
2. เรียนรู้การคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขในบริบทของสถานการณ์ในชีวิตจริง

สรุปหัวข้อ

1. เข้าใจแนวคิดของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและสมการที่ใช้ในการคำนวณ โดยใช้ตัวอย่างที่เฉพาะเจาะจง
2. กิจกรรมที่ 1: คำนวณความน่าจะเป็นที่บุคคลหนึ่งจะติดเชื้อ โดยพิจารณาจากผลการทดสอบ เมื่อกำหนดจำนวนคนที่แน่นอนให้
3. กิจกรรมที่ 2: คำนวณความน่าจะเป็นเดียวกันกับกิจกรรมที่ 1 โดยใช้แนวคิดและสมการของความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

สื่อการเรียนรู้

เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ และใบกิจกรรม

กระบวนการจัดการเรียนรู้

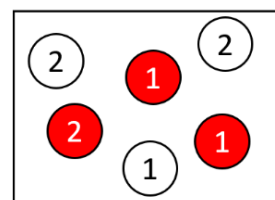
บทนำ

- กำหนดจุดประสงค์ของบทเรียนนี้
- เข้าใจสูตรความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขและวิธีใช้สมการ
- เรียนรู้การคำนวณความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขในบริบทของสถานการณ์ในชีวิตจริง

ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ใช้แนวคิดเรื่องความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขกับปัญหาต่อไปนี้

- ◆ กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดงและสีขาวอย่างละสามลูก ลูกบอลแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับอยู่ โดยที่ลูกบอลสีแดงมีเลข 1 เขียนไว้สองลูก และเลข 2 เขียนไว้หนึ่งลูก ลูกบอลสีขาวมีเลข 2 เขียนไว้สองลูก และเลข 1 เขียนไว้หนึ่งลูก



คำถามที่ 1 สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกออกจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงที่มีหมายเลข 1 เขียนกำกับไว้เป็นเท่าไร

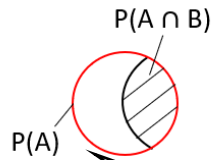
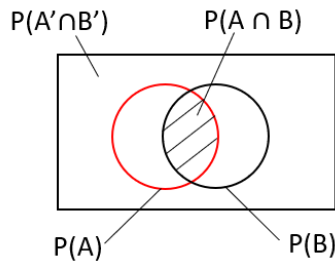
$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

คำถามที่ 2 ถ้าสุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก แล้วได้ผลลัพธ์เป็นสีแดง ความน่าจะเป็นที่ลูกบอลนี้จะมีเลข 1 เขียนกำกับไว้จะเป็นเท่าใด

$$\frac{\text{จำนวน } \textcircled{1}}{\text{จำนวน } \bullet} = \frac{2}{3}$$

※ กำหนดเหตุการณ์ A และ B ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B เมื่อรู้ว่าเหตุการณ์ A จะเกิดขึ้นเรียกว่า **ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข** เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $P(B|A)$

$$P(B|A) = \left(\frac{P(A \cap B)}{P(A)} \right)$$

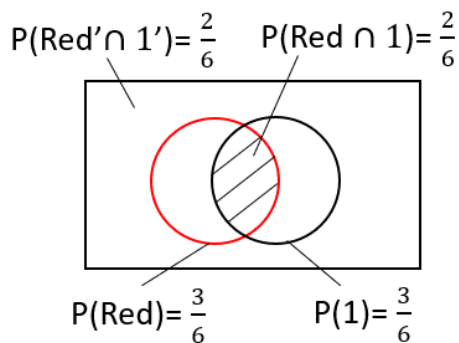


$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

จากแผนภาพ อธิบายว่าความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขคือความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นเมื่อถูกจำกัดด้วยเงื่อนไข

คำถามที่ 3 ใช้สูตรแก้โจทย์ในคำถามที่ 2

$$P(1|\text{สีแดง}) = \frac{P(\text{สีแดง} \cap 1)}{P(\text{สีแดง})} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}$$



1. โรคติดเชื้อชนิดหนึ่งมีความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อเท่ากับ $\frac{1}{10,000}$ และใช้การทดสอบต่อไปนี้เพื่อตรวจหาเชื้อ

ความแม่นยำของการทดสอบเชื้อ

- เมื่อผู้ติดเชื้อทำการทดสอบ จะมีความน่าจะเป็นที่ผลตรวจจะเป็นบวกเท่ากับ $\frac{95}{100}$
- เมื่อผู้ไม่ติดเชื้อทำการทดสอบ จะมีความน่าจะเป็นที่ผลตรวจจะเป็นผลลบถูกต้องเท่ากับ $\frac{2}{100}$

จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ที่มีผลตรวจเป็นบวกในการทดสอบนี้จะเป็นผู้ติดเชื้อจริง ๆ

กิจกรรมที่ 1

ตอบคำถามข้อ (1) – (4) ต่อไปนี้ โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน

(1) หาจำนวนผู้ติดเชื้อและจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ

เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ติดเชื้อคือ $\frac{1}{10,000}$ ดังนั้นจึงมีคนติดเชื้อทั้งหมดเท่ากับ

$$1,000,000 \times \frac{1}{10,000} = 100 \text{ คน}$$

ดังนั้น จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อคือ $1,000,000 - 100 = 999,900$ คน

(2) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

- i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก
- ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก

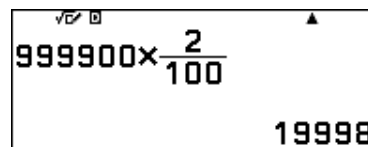
i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นบวกคือ $\frac{95}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ $100 \times \frac{95}{100} = 95$ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวกคือ $\frac{2}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

$$999,900 \times \frac{2}{100} = 19,998 \text{ คน}$$



(3) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

- i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ
- ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ

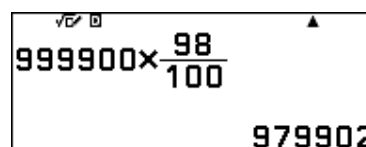
i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นลบคือ $1 - \frac{95}{100} = \frac{5}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ $100 \times \frac{5}{100} = 5$ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นลบคือ $1 - \frac{2}{100} = \frac{98}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

$$999,900 \times \frac{98}{100} = 979,902 \text{ คน}$$



ในการหาความน่าจะเป็นให้เริ่มโดยสมมติว่ามีผู้ทดสอบเชื้อ 1,000,000 คน (ในขั้นตอนนี้จะไม่ใช่สูตรความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข)

- (4) กรอกรตารางด้านล่าง โดยใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) – (3) จากนั้นหาอัตราส่วนของผู้ที่ติดเชื่อจริงต่อทุกคน ที่มีผลตรวจเป็นบวก โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื่อในคน 1,000,000 คน

	ผลบวก	ผลลบ	รวม
ผู้ติดเชื่อ	95	5	100
ผู้ที่ไม่ติดเชื่อ	19,998	979,902	999,900
รวมทั้งสิ้น	20,093	979,907	1,000,000

จากตารางจะเห็นว่า จำนวนผู้ติดเชื่อที่มีผลตรวจเป็นบวกคือ 95 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

$$\frac{95}{19,998+95} \approx 0.00473$$

$\frac{95}{20093}$	$\frac{95}{20093}$
--------------------	--------------------

$\frac{95}{20093}$	$4.728014731 \times 10^{-3}$
--------------------	------------------------------

กิจกรรมที่ 2

- (5) ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ต่อไปนี้:

A คือเหตุการณ์ที่ได้รับผลตรวจเชื่อเป็นบวก และ

B คือเหตุการณ์ที่ผู้ตรวจเป็นผู้ติดเชื่อ

จะเขียนแสดงความน่าจะเป็นที่คนที่ผลตรวจเป็นบวกว่าจะเป็นผู้ติดเชื่อได้อย่างไร ใช้สูตรการหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ใช้สูตรความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขในการแก้ปัญหาเดียวกับกิจกรรมที่ 1

ความน่าจะเป็นที่ต้องการหาคือความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข โดยกำหนดเหตุการณ์ที่ผลการทดสอบเป็นบวก (A) และเหตุการณ์ที่บุคคลจะติดเชื่อ (B) ดังนั้น สามารถเขียนแสดงความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- (6) คำนวณหาความน่าจะเป็นในช่องว่างต่อไปนี้ และเติมค่าในตารางให้สมบูรณ์

	ผลบวก	ผลลบ
ติดเชื่อ $\frac{1}{10,000}$	$\frac{95}{100}(=0.95)$	$\frac{5}{100}(=0.05)$
ไม่ติดเชื่อ $\frac{9,999}{10,000}$	$\frac{2}{100}(=0.02)$	$\frac{98}{100}(=0.98)$

ทุกคนที่ทดสอบเชื่อจะต้องมีผลลัพธ์อยู่ในช่องใดช่องหนึ่งของตารางนี้

(7) หากความน่าจะเป็นที่คนที่มีผลตรวจเป็นบวกจะเป็นผู้ติดเชื้อ

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = [\text{ความน่าจะเป็นที่ผู้ทดสอบจะติดเชื้อและมีผลตรวจเป็นบวก}] = \frac{1}{10,000} \times \frac{95}{100}$$

$$P(A) = [\text{ความน่าจะเป็นที่จะมีผลตรวจเป็นบวก}]$$

$$= [\text{ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก}] + [\text{ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก}]$$

$$= \frac{1}{10,000} \times \frac{95}{100} + \frac{9,999}{10,000} \times \frac{2}{100}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{95}{100} \times \frac{1}{10,000}}{\frac{95}{100} \times \frac{1}{10,000} + \frac{2}{100} \times \frac{9,999}{10,000}} \approx 0.00473$$

※ ผลลัพธ์นี้ตรงกับความน่าจะเป็นที่คำนวณไว้ในกิจกรรมที่ 1 โดยกำหนดจำนวนคนที่แน่นอน

※ การใช้ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขทำให้สามารถคำนวณค่าได้อย่างง่าย ๆ โดยใช้เพียงค่าความน่าจะเป็นในเงื่อนไขต่างๆ

การอภิปรายผลลัพธ์

Q. เขียนสิ่งที่ได้จากผลของการทดสอบโรคติดเชื้อข้างต้น

ความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อของคนที่มีผลตรวจเป็นบวกมีค่าเท่ากับ 0.0047

ดังนั้น จะเห็นว่าในการทดสอบเชืื่อนี้ แม้ว่าผู้ตรวจจะมีผลตรวจเป็นบวก ก็อาจไม่จำเป็นจะต้องเป็นผู้ติดเชื้อเสมอไป

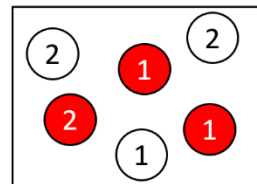
(ในบทเรียนนี้ สมมติว่าคนที่เข้ารับการตรวจเชื่อถูกเลือกมาแบบสุ่ม ในขณะที่ในชีวิตจริง ผู้คนมักจะทำการตรวจเชื่อเมื่อมีอาการบางอย่าง ดังนั้นอัตราส่วนที่แท้จริงของผู้ติดเชื้อต่อผู้ที่ได้รับผลตรวจเป็นบวกทุกคน จึงมีค่าสูงกว่า

การใช้ความรู้เรื่องความน่าจะเป็น สามารถหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้หลายประเภท ซึ่งช่วยให้ตีความเหตุการณ์เหล่านั้น รวมถึงใช้เป็นปัจจัยในการตัดสินใจ

ใบกิจกรรม

หน่วย	ความน่าจะเป็น	หัวข้อ	ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข / ทฤษฎีบทของเบย์
ชื่อ		ชั้นเรียน	

- ◆ กล่องใบหนึ่งบรรจุลูกบอลสีแดงและสีขาวอย่างละสามลูก ลูกบอลแต่ละลูกมีหมายเลขกำกับอยู่ โดยที่ลูกบอลสีแดงมีเลข 1 เขียนไว้สองลูก และเลข 2 เขียนไว้หนึ่งลูก ลูกบอลสีขาวมีเลข 2 เขียนไว้สองลูก และเลข 1 เขียนไว้หนึ่งลูก



คำถามที่ 1 สุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูกออกจากกล่อง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงที่มีหมายเลข 1 เขียนกำกับไว้เป็นเท่าไร

$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

คำถามที่ 2 ถ้าสุ่มหยิบลูกบอล 1 ลูก แล้วได้ผลลัพธ์เป็นสีแดง ความน่าจะเป็นที่ลูกบอลนี้จะมีเลข 1 เขียนกำกับไว้จะเป็นเท่าใด

$$\frac{\text{จำนวน } \textcircled{1}}{\text{จำนวน } \bullet} = \frac{2}{3}$$

※ กำหนดเหตุการณ์ A และ B ความน่าจะเป็นที่จะเกิดเหตุการณ์ B เมื่อรู้ว่าเหตุการณ์ A จะเกิดขึ้นเรียกว่า (ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ($P(B|A)$)

$$P(B|A) = \left(\frac{P(A \cap B)}{P(A)} \right)$$

คำถามที่ 3 ใช้สูตรแก้โจทย์ในคำถามที่ 2

$$P(1|\text{สีแดง}) = \frac{P(\text{สีแดง} \cap 1)}{P(\text{สีแดง})} = \frac{\frac{2}{6}}{\frac{3}{6}} = \frac{2}{3}$$

กิจกรรมที่ 1

โรคติดเชื้อชนิดหนึ่งมีความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อเท่ากับ $\frac{1}{10,000}$ และใช้การทดสอบต่อไปนี้เพื่อตรวจหาเชื้อ

ความแม่นยำของการทดสอบเชื้อ

- เมื่อผู้ติดเชื้อทำการทดสอบ จะมีความน่าจะเป็นที่ผลตรวจจะเป็นบวกเท่ากับ $\frac{95}{100}$
- เมื่อผู้ไม่ติดเชื้อทำการทดสอบ จะมีความน่าจะเป็นที่ผลตรวจจะเป็นผลลบกลวงเท่ากับ $\frac{2}{100}$

จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ที่มีผลตรวจเป็นบวกในการทดสอบนี้จะเป็นผู้ติดเชื้อจริง ๆ

จงตอบคำถามข้อ (1) – (4) ต่อไปนี้ โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน

(1) หาจำนวนผู้ติดเชื้อและจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ

เนื่องจากความน่าจะเป็นที่จะมีผู้ติดเชื้อคือ $\frac{1}{10,000}$

ดังนั้น จึงมีคนติดเชื้อทั้งหมดเท่ากับ $1,000,000 \times \frac{1}{10,000} = 100$ คน

ดังนั้น จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อคือ $1,000,000 - 100 = 999,900$ คน

(2) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก

ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นบวก

i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นบวกคือ $\frac{95}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ $100 \times \frac{95}{100} = 95$ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวกคือ $\frac{2}{100} = \frac{2}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

$$999,900 \times \frac{2}{100} = 19,998 \text{ คน}$$

(3) สมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน จงหาจำนวนคนที่สอดคล้องกับเงื่อนไขต่อไปนี้

- i. จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ
- ii. จำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อที่มีผลการตรวจเป็นลบ

i. ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะได้รับผลตรวจเป็นลบคือ $1 - \frac{95}{100} = \frac{5}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ติดเชื้อ 100 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ $100 \times \frac{5}{100} = 5$ คน

ii. ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นลบคือ $1 - \frac{2}{100} = \frac{98}{100}$

จาก (1) ทราบว่ามีจำนวนผู้ที่ไม่ติดเชื้อ 999,900 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

$$999,900 \times \frac{98}{100} = 979,902 \text{ คน}$$

(4) กรอกรายทางด้านล่างนี้โดยใช้ผลลัพธ์ที่ได้จากข้อ (1) – (3) จากนั้นหาอัตราส่วนของผู้ที่ติดเชื้อจริงต่อทุกคนที่มีผลตรวจเป็นบวก โดยสมมติว่ามีการตรวจเชื้อในคน 1,000,000 คน

	ผลบวก	ผลลบ	รวม
ผู้ติดเชื้อ	95	5	100
ผู้ที่ไม่ติดเชื้อ	19,998	979,902	999,900
รวมทั้งสิ้น	20,093	979,907	1,000,000

จากตารางจะเห็นว่า จำนวนผู้ติดเชื้อที่มีผลตรวจเป็นบวกคือ 95 คน ดังนั้นค่าที่ต้องการหาคือ

$$\frac{95}{19,998+95} \approx 0.00473$$

กิจกรรมที่ 2

(5) ให้ A และ B เป็นเหตุการณ์ต่อไปนี้: A คือเหตุการณ์ที่ได้รับผลตรวจเชื้อเป็นบวก และ B คือเหตุการณ์ที่ผู้ตรวจเป็นผู้ติดเชื้อ จะเขียนแสดงความน่าจะเป็นที่คนที่มีผลตรวจเป็นบวกว่าจะเป็นผู้ติดเชื้อได้อย่างไร ให้ใช้สูตรการหาความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข

ความน่าจะเป็นที่ต้องการหาคือความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไข โดยกำหนดเหตุการณ์ที่ผลการทดสอบเป็นบวก (A) และเหตุการณ์ที่บุคคลจะติดเชื้อ (B) ดังนั้น สามารถเขียนแสดงความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

(6) คำนวณหาความน่าจะเป็นในช่องว่างต่อไปนี้ และเติมค่าในตารางให้สมบูรณ์

	ความน่าจะเป็นที่ผลการทดสอบ เป็นบวก	ความน่าจะเป็นที่ผลการทดสอบ เป็นลบ
ผู้ติดเชื้อ ($\frac{1}{10,000}$)	$\frac{95}{100} (= 0.95)$	$\frac{5}{100} (= 0.05)$
ผู้ไม่ติดเชื้อ ($\frac{9,999}{10,000}$)	$\frac{2}{100} (= 0.02)$	$\frac{98}{100} (= 0.98)$

(7) หาความน่าจะเป็นที่คนที่ผลตรวจเชื้อเป็นบวกจะเป็นผู้ติดเชื้อ

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) = [\text{ความน่าจะเป็นที่ผู้ทดสอบจะติดเชื้อและมีผลตรวจเป็นบวก}]$$

$$= \frac{1}{10,000} \times \frac{95}{100}$$

$$P(A) = [\text{ความน่าจะเป็นที่จะมีผลตรวจเป็นบวก}]$$

$$= [\text{ความน่าจะเป็นที่ผู้ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก}] + [\text{ความน่าจะเป็นที่ผู้ที่ไม่ติดเชื้อจะมีผลตรวจเป็นบวก}]$$

$$= \frac{1}{10,000} \times \frac{95}{100} + \frac{9,999}{10,000} \times \frac{2}{100}$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{95}{100} \times \frac{1}{10,000}}{\frac{95}{100} \times \frac{1}{10,000} + \frac{2}{100} \times \frac{9,999}{10,000}} \approx 0.00473$$

※ ผลลัพธ์นี้ตรงกับความน่าจะเป็นที่คำนวณไว้ในกิจกรรมที่ 1 โดยกำหนดจำนวนคนที่แน่นอน

※ การใช้ความน่าจะเป็นแบบมีเงื่อนไขทำให้สามารถคำนวณค่าได้อย่างง่าย ๆ โดยใช้เพียงค่าความน่าจะเป็นในเงื่อนไขต่าง ๆ

จงเขียนสิ่งที่ได้จากผลของการทดสอบโรคติดเชื้อข้างต้น

ความน่าจะเป็นที่จะติดเชื้อของคนที่มีผลตรวจเป็นบวกมีค่าเท่ากับ 0.0047

ดังนั้น จะเห็นว่าในการทดสอบเชืื่อนี้ แม้ว่าผู้ตรวจจะมีผลตรวจเป็นบวก ก็อาจไม่จำเป็นจะต้องเป็นผู้ติดเชื้อเสมอไป

(ในบทเรียนนี้ สมมติว่าคนที่เข้ารับการตรวจเชื่อถูกเลือกมาแบบสุ่ม ในขณะที่ในชีวิตจริง ผู้คนมักจะทำการตรวจเชื้อเมื่อพวกเขามีอาการบางอย่าง ดังนั้นอัตราส่วนที่แท้จริงของผู้ติดเชื้อต่อผู้ที่ได้รับผลตรวจเป็นบวกทุกคนจึงมีค่าสูงกว่า)