

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5

หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันตรีโกณมิติ

เรื่อง การใช้ฟังก์ชันตรีโกณมิติ (การประยุกต์)

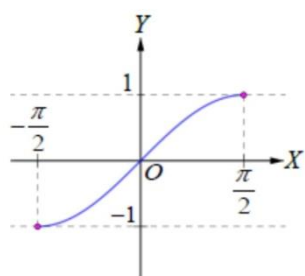
เวลา 50 นาที

ผลการเรียนรู้

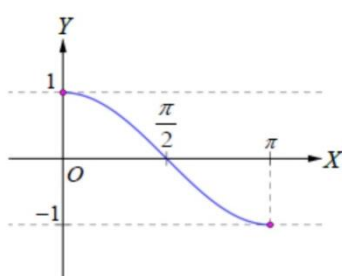
- เข้าใจฟังก์ชันตรีโกณมิติและลักษณะกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
- แก้สมการตรีโกณมิติ และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

สาระสำคัญ

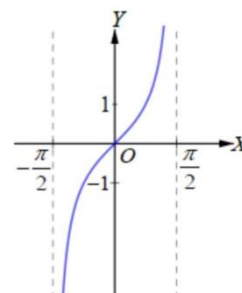
กราฟของฟังก์ชัน sine, cosine และ tangent เป็นดังนี้



$$y = \sin x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$$



$$y = \cos x, 0 \leq x \leq \pi$$



$$y = \tan x, -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$$

วัตถุประสงค์การเรียนรู้

1. ทบทวนวิธีการเขียนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ
2. ใช้ฟังก์ชันการสั่นแบบหมุน เพื่อศึกษาวิธีเขียนกราฟและเรียนรู้ว่ารูปร่างทั่วไปมีลักษณะอย่างไร

สรุปหัวข้อ

1. ทบทวนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ – ใบกิจกรรม
2. สร้างกราฟการสั่นแบบหมุน (ต้องใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์)
3. การตีความรูปร่างทั่วไปของกราฟการสั่นแบบหมุน
4. แบบฝึกหัด

สื่อการเรียนรู้

เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์, แอปพลิเคชัน CLASSWIZ, ใบกิจกรรม

กระบวนการจัดการเรียนรู้

บทนำ

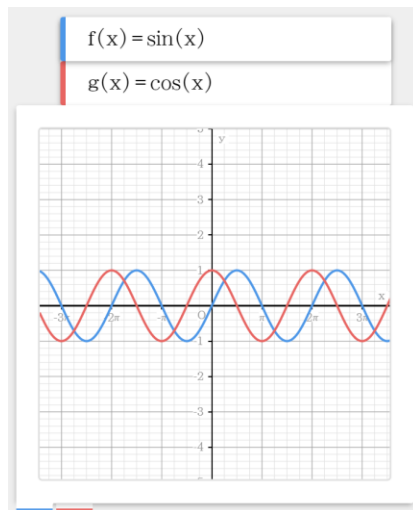
ในบทเรียนนี้ เราจะใช้กราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติที่ผู้เรียนได้เรียนรู้ไปแล้ว ในการสอนเกี่ยวกับตัวอย่างของบทประยุกต์ที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ

บททวน

ผู้สอนให้ผู้เรียนเขียนกราฟสองกราฟต่อไปนี้ เพื่อทบทวนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติ (ให้ผู้เรียนตั้งค่าแกน)

$$y = \sin x, y = \cos x$$

x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$									
$\cos x$									



- หากมีผู้เรียนที่เขียนกราฟไม่ได้ ผู้สอนชี้แนะผู้เรียนให้กำหนดช่วงของค่า x เป็น $\frac{\pi}{2}$ แล้วแทนค่า $\sin x$ และ $\cos x$
- ผู้สอนตรวจสอบความคืบหน้าของผู้เรียน และอธิบายว่าแกนนอนมีหน่วยเป็นเรเดียน

- กราฟของผู้เรียนอาจมีลักษณะไม่เหมือนกราฟในภาพตัวอย่าง
- เมื่อตรวจสอบโดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ ผู้สอนควรเตือนผู้เรียนให้ตั้งค่าหน่วยเป็นเรเดียน [หากยังไม่ได้ตั้งค่าเป็นเรเดียน สามารถเปลี่ยนหน่วยได้โดยไปที่ [การตั้งค่า (Settings)], [หน่วยมุม (Angle Unit)], [เรเดียน (Radian)]]

เพื่อเป็นการแนะนำกิจกรรมที่ 1 ผู้สอนอาจใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการเขียนกราฟทีละจุด

กิจกรรมที่ 1 – การเขียนกราฟ

เพื่อเป็นตัวอย่างการใช้งานจริงของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ให้ผู้เรียนพิจารณากราฟต่อไปนี้

$$y = \left(\frac{9}{10}\right)^x \cos x$$

เป้าหมายคือเพื่อให้ผู้เรียนเขียนกราฟของฟังก์ชันนี้โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ โดยกำหนดช่วงของ x เป็น $\frac{\pi}{2}$ ในช่วงแรก ผู้สอนห้ามให้ค่าไปใด ๆ เพื่อให้ผู้เรียนได้ทดลองเขียนกราฟด้วยตนเองก่อน

ใช้เครื่องคำนวณเพื่อหาค่าแต่ละค่าและเติมลงในตาราง จะได้ผลลัพธ์ดังนี้

x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \left(\frac{9}{10}\right)^x \cos x$									

ต่อไป ให้ผู้เรียนเขียนกราฟโดยใช้เครื่องคำนวณทางวิทยาศาสตร์เพื่อยืนยันว่ากราฟที่เขียนนั้นถูกต้องหรือไม่ อธิบายวิธีการใช้เครื่องคำนวณดังนี้

ตัวอย่าง การคำนวณโดยใช้ฟังก์ชันตาราง

กดปุ่ม $\odot$, เลือก [ตาราง (Table)], OK

[กำหนดค่า $f(x)$] ป้อนค่า $\left(\frac{9}{10}\right)^x \times \cos x$ สำหรับ $f(x)$

$\odot \odot \odot \checkmark \text{OK} \text{OK} ((9 \div 10) \times \cos (x) > \odot \odot \odot \text{EXE}$

$f(x)$	
$g(x)$	
Define $f(x)$	
Define $g(x)$	

$$f(x) = \left(\frac{9}{10}\right)^x \times \cos(x)$$

$\odot \odot \odot$, เลือก [ช่วงตาราง (Table Range)], ตั้งค่าจาก -4π ถึง 4π ในขั้นของ $\frac{1}{2}\pi$

$\odot \odot \odot \text{OK} - 4 \uparrow 7 \text{EXE} 4 \uparrow 7 \text{EXE} 1 \div 2 \uparrow 7 \text{EXE} \text{EXE}$

Table Range
Start: -12.56
End : 12.566
Step : 1.5707

- ผู้สอนตรวจสอบผู้เรียน หากผู้เรียนแสดงที่ท้าวาทัดขัดในการแก้ปัญหา ผู้สอนแนะนำให้ผู้เรียนหาค่า y โดยใช้เครื่องคำนวณทางวิทยาศาสตร์
- อ้างอิงถึงกราฟของ $\cos x$ ที่ผู้เรียนเขียนขึ้นในระหว่างการทบทวน โดยให้ผู้เรียนพิจารณาว่ากราฟประเภทใดจะปรากฏขึ้นหากลากเส้นเชื่อมต่อจุดที่ได้เขียนเอาไว้
- กราฟของผู้เรียนอาจมีลักษณะไม่เหมือนกราฟในภาพตัวอย่าง

ค่าของฟังก์ชันในช่วงของ $\frac{1}{2}\pi$ จะแสดงขึ้นมา

	x	$f(x)$	$g(x)$
1	-12.56	3.7584	ERROR
2	-10.99	0	ERROR
3	-9.424	-2.699	ERROR
4	-7.853	0	ERROR

-12.5637061

	x	$f(x)$	$g(x)$
9	0	1	ERROR
10	1.5707	0	ERROR
11	3.1415	-0.718	ERROR
12	4.7123	0	ERROR

0

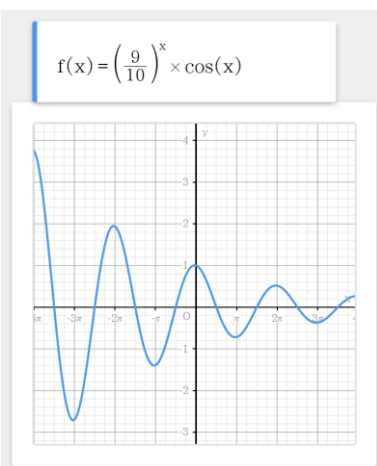
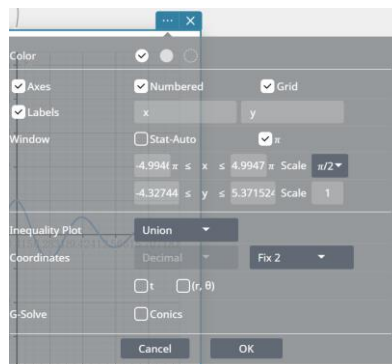
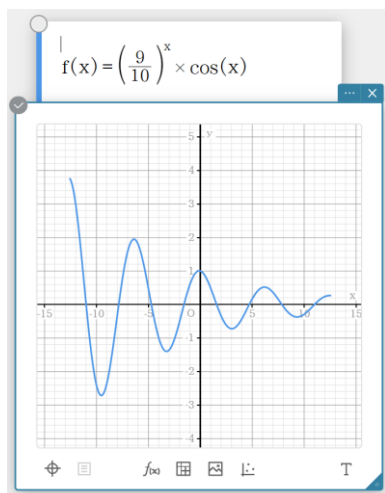
	x	$f(x)$	$g(x)$
14	7.8538	0	ERROR
15	9.4247	-0.37	ERROR
16	10.995	0	ERROR
17	12.566	0.266	ERROR

7.853981634

⬆ (X), อ่าน QR Code เพื่อแสดงผลกราฟ



ในการแสดงผลกราฟโดยใช้ π สำหรับแกน x ให้กด



จะได้กราฟดังภาพข้างต้น

บทสรุป

$y = \left(\frac{9}{10}\right)^x \cos x$ เป็นการสั่นระหว่าง $y = \left(\frac{9}{10}\right)^x$ และ $y = -\left(\frac{9}{10}\right)^x$ ดังนั้น เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าของฟังก์ชันจะค่อย ๆ ลดลง เนื่องจากค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันตรีโกณมิติจะลดลง (แบบเอกซ์โพเนนเชียล) เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากฟังก์ชันนี้เป็นการคูณ $\left(\frac{9}{10}\right)^x$ ด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันแบบนี้จะเรียกว่า การสั่นแบบหน่วง

ตัวอย่างของการสั่นแบบหน่วง

- คลื่นแผ่นดินไหว
- คลื่นเสียง
- การสั่นของสปริง “ในชีวิตจริง” (หน่วงด้วยแรงต้านอากาศ)

ผู้สอนอาจให้ผู้เรียนนึกถึงปรากฏการณ์ประเภทต่าง ๆ ที่สามารถเห็นการสั่นแบบหน่วงได้

แบบฝึกทักษะ

เขียนกราฟของฟังก์ชันต่อไปนี้โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^x \sin x$

(2) $2^x \cos x$

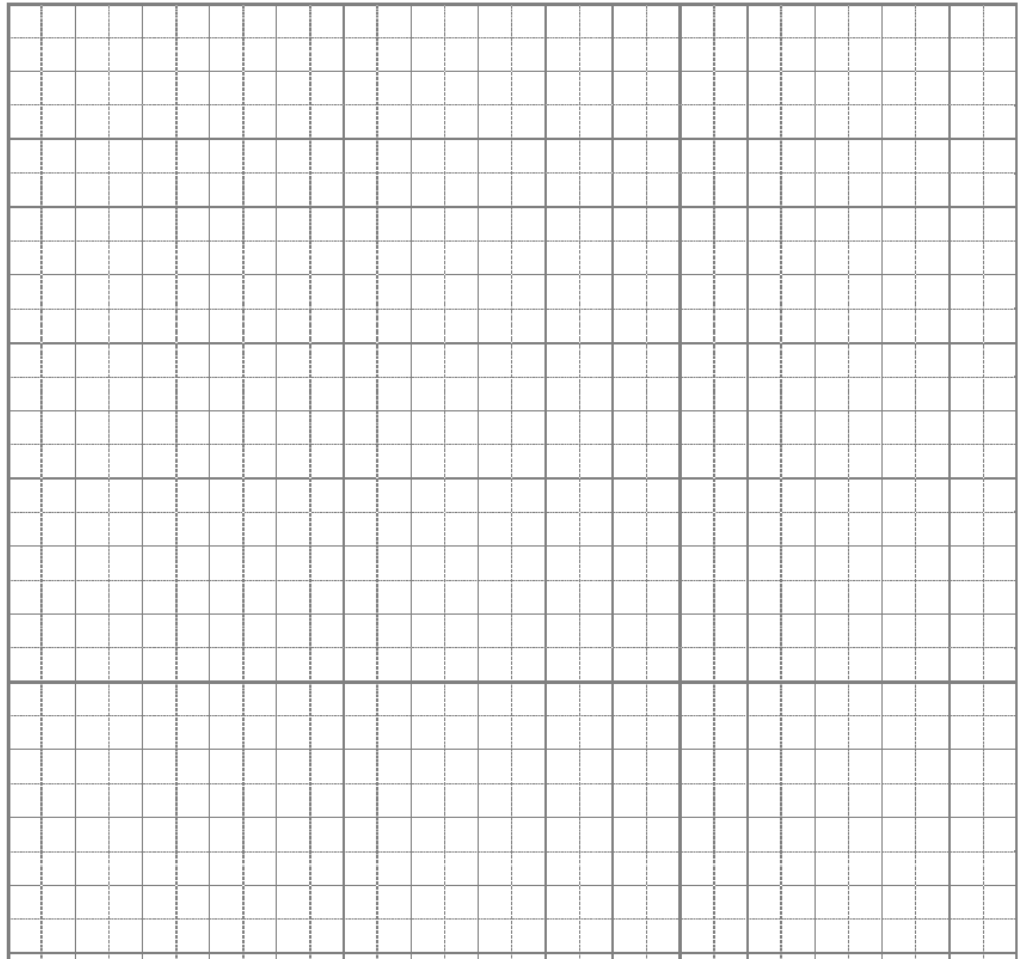
- ให้ผู้สอนอธิบายตามความจำเป็น โดยเฉพาะอย่างยิ่ง อธิบายว่ากราฟในข้อ (2) ลู่ออกได้อย่างไร
- ในตอนแรก ให้ฝึกโดยการเขียนจุดโดยไม่ใช้ฟังก์ชันตาราง ในตอนท้าย ให้ตรวจสอบคำตอบโดยใช้ฟังก์ชันตาราง

ใบกิจกรรม

หน่วย	ฟังก์ชันตรีโกณมิติ	หัวข้อ	การเขียนกราฟของฟังก์ชันตรีโกณมิติและ กราฟการสั่นแบบหน่วง
ชื่อ		ชั้นเรียน	

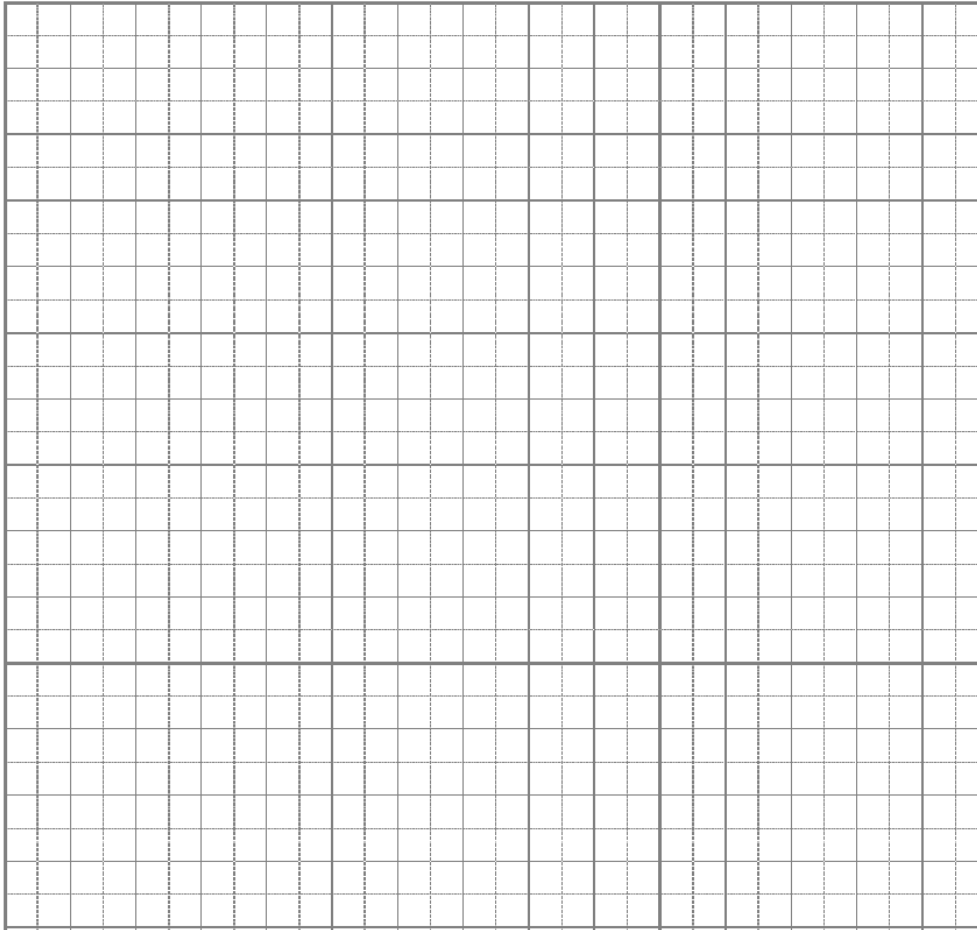
ทบทวน กราฟของ $y = \sin x, y = \cos x$

x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin x$									
$\cos x$									



กราฟของ $y = \left(\frac{9}{10}\right)^x \cos x$

x	-2π	$-\frac{3\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$y = \left(\frac{9}{10}\right)^x \cos x$									

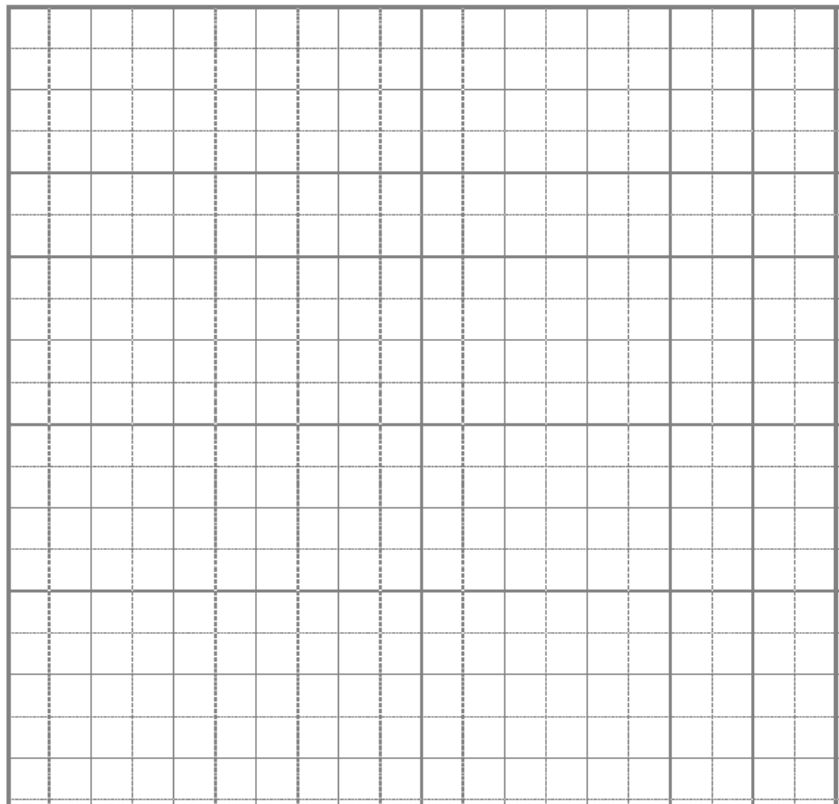


สรุปผลการเรียนรู้

$y = \left(\frac{9}{10}\right)^x \cos x$ เป็นการสั่นระหว่าง $y = \left(\frac{9}{10}\right)^x$ และ $y = -\left(\frac{9}{10}\right)^x$ ดังนั้น เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าของฟังก์ชันจะค่อย ๆ (ลดลง) เนื่องจากค่าสูงสุดและค่าต่ำสุดของฟังก์ชันตรีโกณมิติจะ(ลดลงแบบเอกซ์โพเนนเชียล) เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น เนื่องจากฟังก์ชันนี้เป็นการคูณ $\left(\frac{9}{10}\right)^x$ ด้วยฟังก์ชันตรีโกณมิติ ฟังก์ชันแบบนี้จะเรียกว่า (การสั่นแบบหน่วง)

แบบฝึกหัด

(1) กราฟของ $y = \sin x, y = \cos x$



(2) กราฟของ $y = \left(\frac{9}{10}\right)^x \cos x$

