

# อัตราส่วนตรีโกณมิติ

การประยุกต์ใช้ในสถานการณ์ชีวิตจริง

# สารบัญ

01

ชั้นนำ

สังคมที่มีความเสมอภาคและเท่าเทียมกัน

02

การพัฒนาขั้นที่ 1

03

การพัฒนาขั้นที่ 2

04

สรุปบทเรียน

การวัดผลและประเมินผล

# แนะนำบทเรียน

สังคมที่มีความเสมอภาคและเท่าเทียมกัน



# 01

## ชั้นนำ

สังคมที่มีความเสมอภาคและเท่าเทียมกัน

CASIO



วิศวกรโยธาต้องการออกแบบทางลาดสำหรับรถเข็นในการสร้างทางขึ้นลงตามอาคารต่าง ๆ จึงจำเป็นอย่างยิ่งที่ต้องตรวจสอบให้แน่ชัดว่าทางลาดนั้นปลอดภัย และสามารถเข้าถึงผู้ใช้ได้ทุกคน พิจารณาภาพที่ 1 แสดงตัวอย่างทางลาดสำหรับรถเข็น



ภาพที่ 1 แสดงตัวอย่างทางลาดสำหรับรถเข็น





# Checkpoint: ปัจจัยที่ควรพิจารณาในการสร้างทางลาด



แสดงบทบาทสมมติ





Checkpoint: ปัจจัยที่ควรพิจารณาในการสร้างทางลาด

## การอภิปรายกลุ่ม

- แบ่งกลุ่ม 4-5 คน
- เสนอความคิดเห็น พร้อมอภิปราย
- เลือกคำตอบที่ได้จากการอภิปรายกลุ่ม
- เขียนคำตอบที่ได้ลงในกระดาษ
- นักเรียนแต่ละคน สามารถเสนอคำตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ



เวลา: 10 นาที





## Checkpoint: ปัจจัยที่ควรพิจารณาในการสร้างทางลาด



### ความกว้าง

เพื่อรองรับผู้ใช้งานได้อย่างสะดวกสบาย



### ความยาว

เพื่อให้เพียงพอสำหรับการเอียง  
ของทางลาด (ความชัน)



### พื้นที่ผิว

มีวัสดุกันลื่น



### ข้อมูลจำเพาะ

รองรับน้ำหนักของผู้ใช้งานและรถเข็นได้



### ความสูง

มีช่องทางในการหยุดพักและหลบหลีก



### ความชัน

ระดับความลาดเอียงของทางลาด





02

การพัฒนาขั้นที่ 1

# FOCUS



## ความสูง

มีช่องทางในการหยุดพัก  
และการหลบหลีก



## ความชัน

ระดับความลาดเอียง  
ของทางลาด



# FOCUS

ให้นักเรียนวาดแผนภาพมุมมองด้านข้างของทางลาดให้กับวิศวกร



ภาพที่ 1 แสดงตัวอย่างทางลาดสำหรับรถเข็น



เวลา: 5 นาที



ความสูง

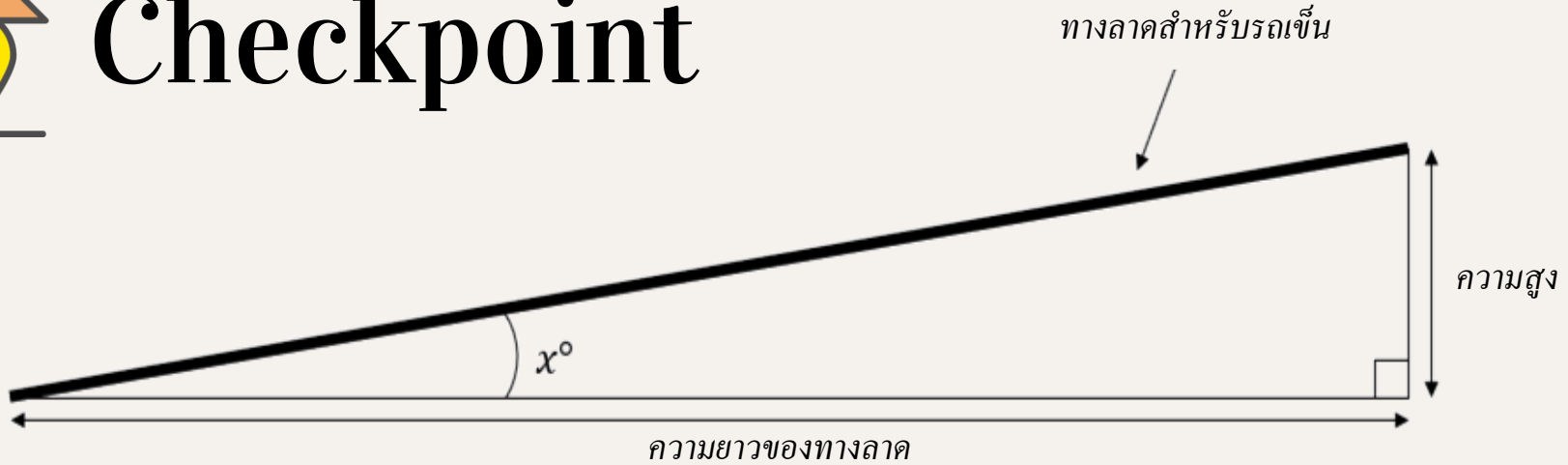


ความชัน

CASIO



# Checkpoint

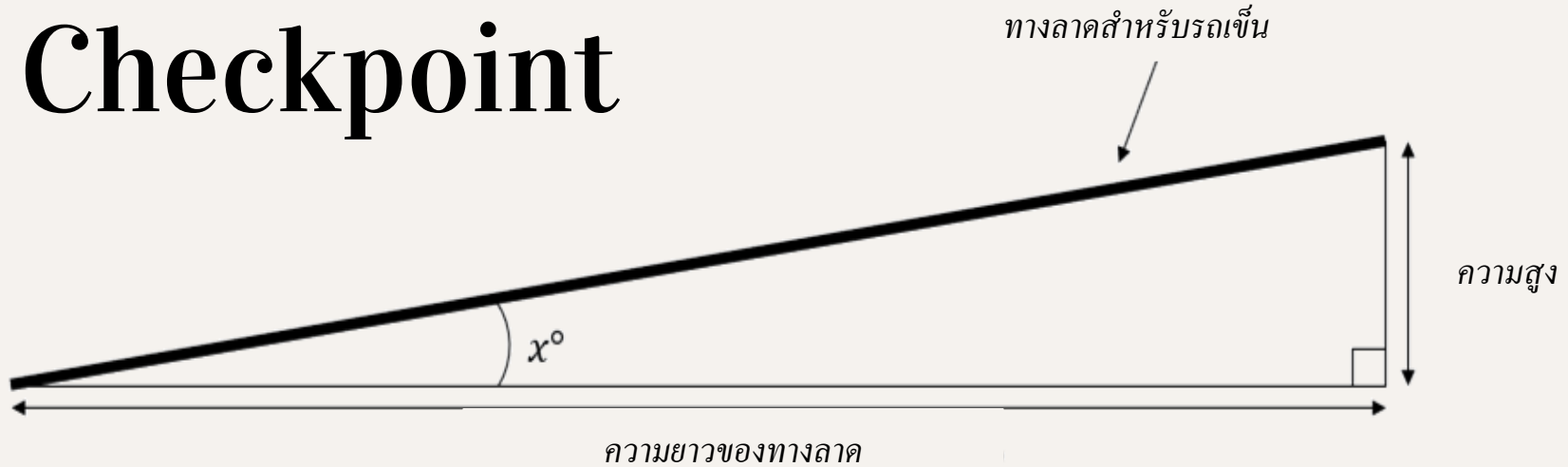


ภาพที่ 2 แสดงมุมมองด้านข้างของทางลาด

- จากภาพ เป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดใด
- มีข้อมูลใดบ้างที่ระบุว่าเป็นรูปสามเหลี่ยมชนิดนั้น



# Checkpoint



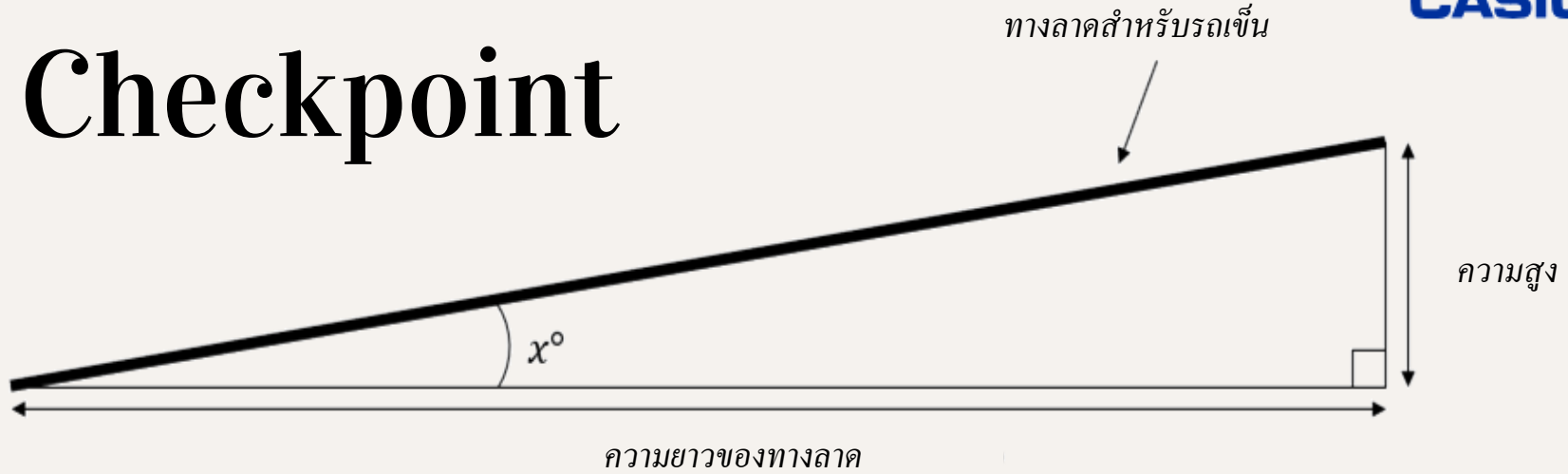
ภาพที่ 2 แสดงมุมมองด้านข้างของทางลาด



→ นักเรียนคิดว่าควรใช้แนวคิดทางใดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ไขปัญหานี้



# Checkpoint



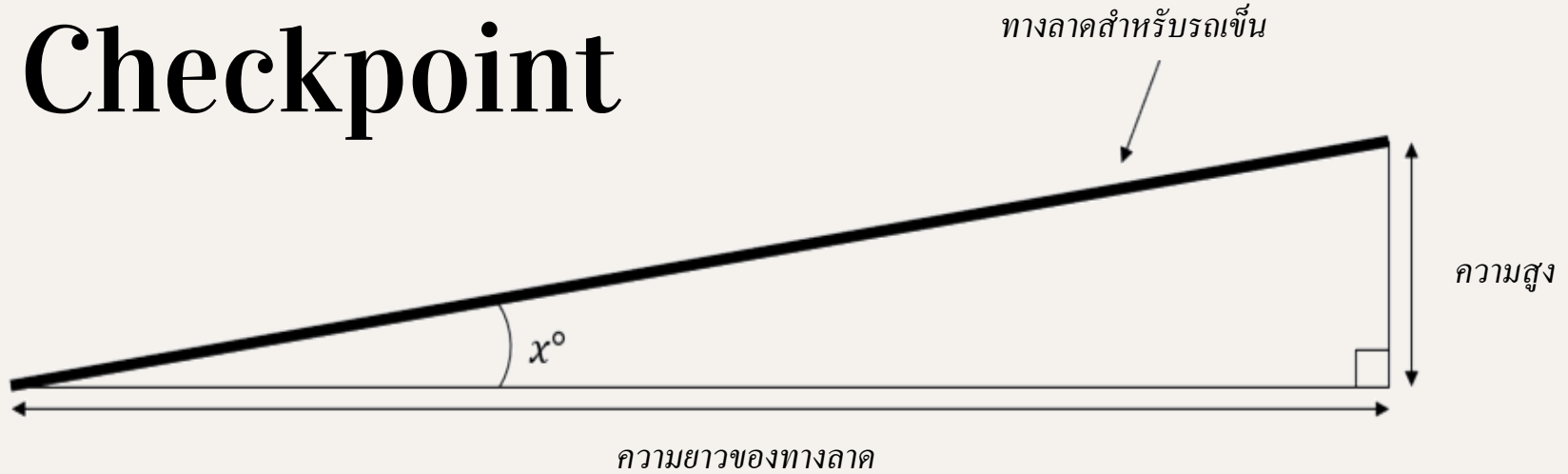
ภาพที่ 2 แสดงมุมมองด้านข้างของทางลาด

→ นักเรียนคิดว่าควรใช้แนวคิดทางใดทางคณิตศาสตร์ในการแก้ไขปัญหานี้

- 1) ทฤษฎีบทพีทาโกรัส
- 2) อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- 3) การหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม



# Checkpoint



ภาพที่ 2 แสดงมุมมองด้านข้างของทางลาด

## อัตราส่วนตรีโกณมิติ

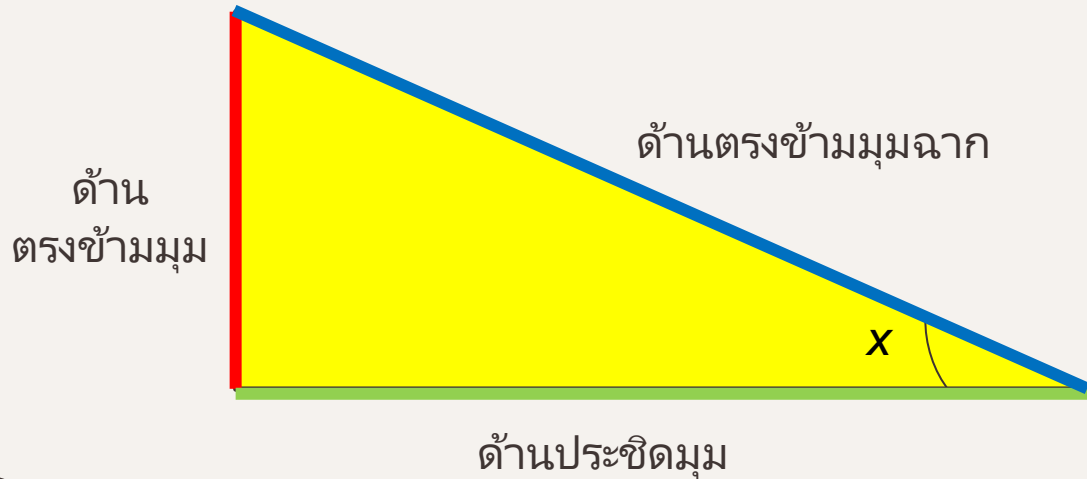
# วัตถุประสงค์การเรียนรู้

- เมื่อเรียนจบบทเรียนแล้ว นักเรียนควรมีความสามารถดังนี้
  - ประยุกต์ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติกับสถานการณ์ในชีวิตจริง
  - ให้เหตุผลและอธิบายวิธีการแก้ปัญหอย่างชัดเจน





# ทบทวน อัตราส่วนตรีโกณมิติ



$$\tan x = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านประชิดมุม}}$$

$$\cos x = \frac{\text{ด้านประชิดมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$

$$\sin x = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$$



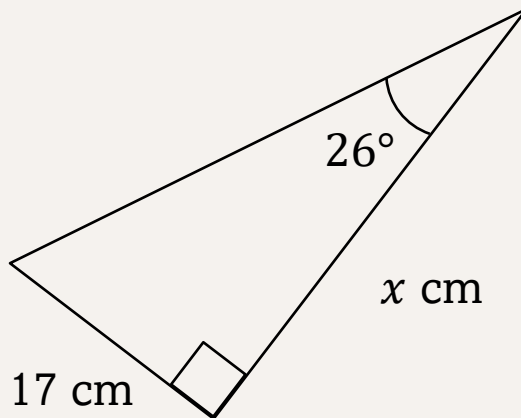
# ทบทวน อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากภาพ ณหาค่าของ  $x$

$$\tan 26^\circ = \frac{17}{x}$$

$$x = \frac{17}{\tan 26^\circ}$$

$$= 34.86 \text{ เซนติเมตร}$$



CASIO

CASIO FX-991CW





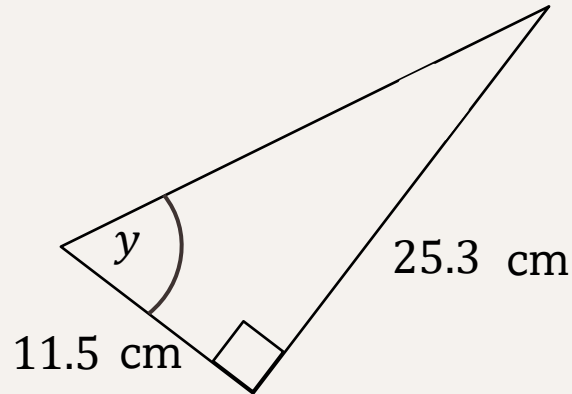
# ทบทวน อัตราส่วนตรีโกณมิติ

จากภาพ ลงหาค่าของ  $y$

$$\tan y = \frac{25.3}{11.5}$$

$$y = \tan^{-1} \frac{25.3}{11.5}$$

$$= 65.56 \text{ องศา}$$



# 03 การพัฒนาขั้นที่ 2



จากตารางแสดงคำแนะนำในการออกแบบความชันของทางลาดสำหรับรถเข็น โดยแสดงองศาของมุมที่มากที่สุดในการออกแบบทางลาดสำหรับรถเข็น เมื่อพิจารณาเทียบกับความสูงของทางลาดในแนวตั้ง

ความสูงเพิ่มขึ้น (เซนติเมตร)	$x^\circ$ ไม่มากกว่า
0 ถึง 15	26.6°
มากกว่า 15 ถึง 50	11.3°
มากกว่า 50 ถึง 200	5.7°
เกิน 200	4.8°

ตารางที่กำหนดให้ แสดงคำแนะนำของความชันในการออกแบบทางลาดสำหรับรถเข็น โดยแสดงองศาของมุมที่สูงที่สุดในการออกแบบทางลาดสำหรับรถเข็น เมื่อพิจารณาเทียบกับความสูงของทางลาดในแนวดิ่ง

ความสูงเพิ่มขึ้น (เซนติเมตร)	$x^\circ$ ไม่มากกว่า
0 ถึง 15	26.6°
มากกว่า 15 ถึง 50	11.3°
มากกว่า 50 ถึง 200	5.7°
เกิน 200	4.8°

คำถามที่ 1 หากความสูงของทางลาดคือ 58 เซนติเมตร ความยาวของทางลาดที่เป็นไปได้ตรงตามข้อใด (ตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ)

(ก) 682 เซนติเมตร

(ข) 3.25 เมตร

(ค) 5.6 เมตร

คำถามที่ 2 ความยาวของทางลาดที่เหมาะสมที่สุดควรเป็นใด

(ความยาวไม่จำเป็นต้องมาจากคำตอบในข้อที่ 1) จงอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

- สแกน QR code เพื่อดูวิธีการหาคำตอบในข้อที่ 1 (ก)
- ตรวจสอบขั้นตอนการแก้ไขปัญหาละเอียด
- ดูรายละเอียดของการแสดงวิธีทำ เพื่อตรวจสอบความถูกต้อง และใช้เพื่อปรับปรุงและพัฒนาความเข้าใจในหัวข้ออัตราส่วนตรีโกณมิติ



ตารางที่กำหนดให้ แสดงคำแนะนำของความชันในการออกแบบทางลาดสำหรับรถเข็น โดยแสดงองศาของมุมที่สูงที่สุดในการออกแบบทางลาดสำหรับรถเข็น เมื่อพิจารณาเทียบกับความสูงของทางลาดในแนวตั้ง

ความสูงเพิ่มขึ้น (เซนติเมตร)	$x^\circ$ ไม่มากกว่า
0 ถึง 15	26.6°
มากกว่า 15 ถึง 50	11.3°
มากกว่า 50 ถึง 200	5.7°
เกิน 200	4.8°



หากวิศวกรต้องการสร้างทางลาด โดยความสูงของทางลาดคือ 58 เซนติเมตร  
คำถามที่ 1 ความยาวของทางลาดที่เป็นไปได้ตรงตามข้อใด (ตอบได้มากกว่า 1 คำตอบ)

(ก) 682 เซนติเมตร

(ข) 3.25 เมตร

(ค) 5.6 เมตร

คำถามที่ 2 ความยาวของทางลาดที่เหมาะสมที่สุดควรเป็นใด

(ความยาวไม่จำเป็นต้องมาจากคำตอบในข้อที่ 1) จงอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

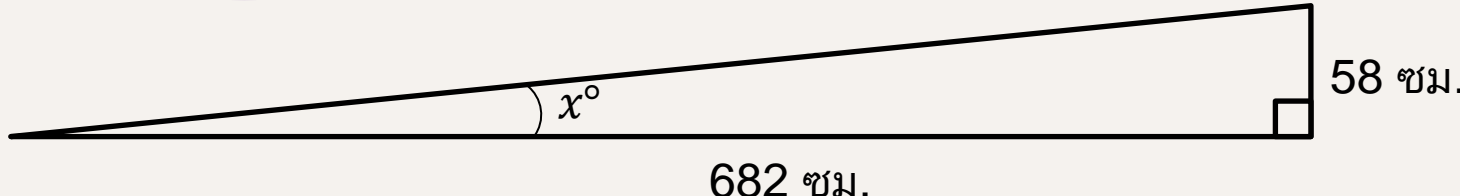


เวลา: 15 นาที



เมื่อความสูงของทางลาดคือ 58 เซนติเมตร ความยาวของทางลาดควรเป็นเท่าใด

(ก) 682 เซนติเมตร                      (ข) 3.25 เมตร                      (ค) 5.6 เมตร



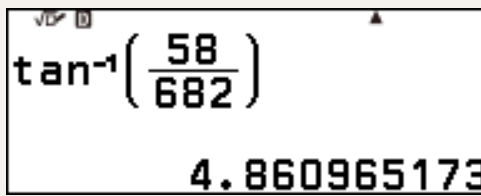
58 ซม.

682 ซม.

$\tan x^\circ = \frac{58}{682}$


$x^\circ = 4.86^\circ$

CASIO FX-991CW



$\tan^{-1}\left(\frac{58}{682}\right)$

4.860965173

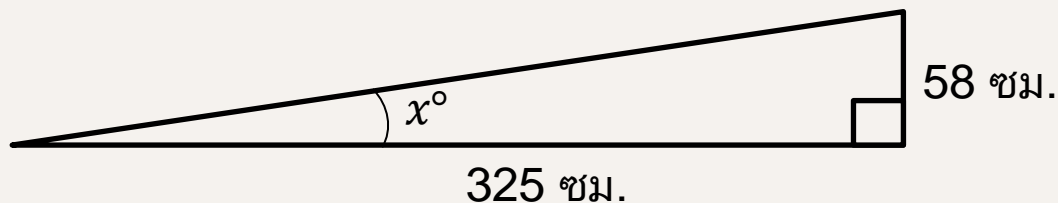
ถ้าความยาวของทางลาดคือ 682 เซนติเมตร จากเงื่อนไขจะได้ว่า มุมที่เกิดขึ้นมีขนาดน้อยกว่า  $5.7^\circ$  ซึ่งตรงตามเงื่อนไข จะได้ว่าความยาวของทางลาดตรงตามเงื่อนไข 

เมื่อความสูงของทางลาดคือ 58 เซนติเมตร ความยาวของทางลาดควรเป็นเท่าใด

(ก) 682 เซนติเมตร

(ข) 3.25 เมตร

(ค) 5.6 เมตร



$$\tan x^\circ = \frac{58}{325}$$

$$x^\circ = 10.12^\circ$$

ถ้าความยาวของทางลาดคือ 3.25 เมตร จากเงื่อนไขจะได้ว่ามุมที่เกิดขึ้นมีขนาดมากกว่า  $5.7^\circ$  ซึ่งไม่ตรงตามเงื่อนไข จะได้ว่าความยาวดังกล่าวไม่ตรงตามเงื่อนไขของทางลาด



CASIO FX-991CW

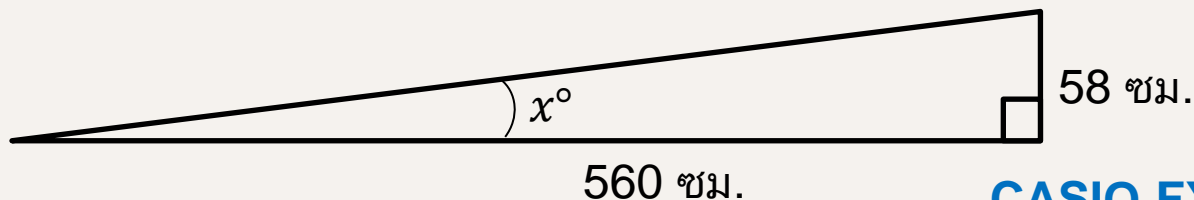
```
tan-1( 58 / 325 )  
10.11856987
```

เมื่อความสูงของทางลาดคือ 58 เซนติเมตร ความยาวต่ำสุดของทางลาดควรเป็นเท่าใด

(ก) 682 เซนติเมตร

(ข) 3.25 เมตร

(ค) 5.6 เมตร



$$\tan x^\circ = \frac{58}{560}$$

$$x^\circ = 5.91^\circ$$

ถ้าความยาวของทางลาดคือ 5.6 เมตร จากเงื่อนไขจะได้ว่า มุมที่เกิดขึ้นมีขนาดมากกว่า  $5.7^\circ$  ซึ่งไม่ตรงตามเงื่อนไข จะได้ว่าความยาวดังกล่าวไม่ตรงตามเงื่อนไขของทางลาด



CASIO FX-991CW

$$\tan^{-1}\left(\frac{58}{560}\right)$$

5.913122444

เมื่อความสูงของทางลาดคือ 58 เซนติเมตร ความยาวของทางลาดควรเป็นเท่าใด  
จงอธิบายเหตุผลประกอบคำตอบ

ความสูงเพิ่มขึ้น (เซนติเมตร)	$x^\circ$ ไม่มากกว่า
0 ถึง 15	26.6°
มากกว่า 15 ถึง 50	11.3°
มากกว่า 50 ถึง 200	5.7°
เกิน 200	4.8°

จากตาราง หากต้องการสร้างทางลาดที่มีความยาวน้อย  
มุมเอียงของทางลาดควรมีขนาด  $5.7^\circ$   
จะได้ว่า ความยาวของทางลาดคือ 581.09 เซนติเมตร

$$\tan(5.7^\circ) = \frac{58}{y}$$
$$y = \frac{58}{\tan(5.7^\circ)}$$
$$= 581.09$$

**CASIO FX-991CW**

58  
tan(5.7)  
581.0850632



04

# สรุปบทเรียน

การวัดและประเมินผล



# งานมอบหมาย

ให้ความยาวของทางลาดคือ 1.84 เมตร และความสูงของทางลาดคือ 32 เซนติเมตร

ให้นักเรียนคำนวณปริมาตรของปูนซีเมนต์ที่ต้องใช้ในการสร้างทางลาด

โดยกำหนดให้ทางลาดมีความกว้างที่เหมาะสมสำหรับการใช้งานจริง

จงอธิบายความยาวและความสูงของการสร้างทางลาดดังกล่าว พร้อมทั้งอธิบายว่า

ส่งผลต่อการคำนวณปริมาตรของปูนซีเมนต์อย่างไร



# เกณฑ์การวัดและประเมินผล

	0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน
ความเข้าใจ	ไม่มีความเข้าใจ	มีความเข้าใจในพื้นฐาน	มีความเข้าใจที่ถูกต้อง
การประยุกต์	ไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้	มีพื้นฐานของทักษะการแก้ปัญหา	มีทักษะในการแก้ไขปัญหาได้อย่างถูกต้อง
การให้เหตุผล	ไม่สามารถให้เหตุผลได้	มีพื้นฐานของการให้เหตุผล	มีการให้เหตุผลที่ชัดเจนและครอบคลุม
การคำนวณ	ไม่สามารถคำนวณได้	มีพื้นฐานทางด้านการคำนวณ	สามารถคำนวณได้อย่างถูกต้อง



อัตราส่วนตรีโกณมิติช่วยวิศวกรโยธา  
ในการสร้างทางลาดสำหรับรถเข็นได้  
โดยใช้ความรู้ทางคณิตศาสตร์และ  
เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์  
เพื่อหามุมและความยาวต่าง ๆ  
ในการสร้างทางลาดที่ใช้งานได้ง่าย  
และปลอดภัย



# สำหรับคุณครู

แนวทางการแก้ปัญหาที่เป็นไปได้ + Rubrics

## วิธีทำที่อาจเกิดขึ้นได้

จากแหล่งข้อมูลหลายแหล่ง เช่น ความกว้างขั้นต่ำของทางลาดสำหรับรถเข็นควรมีที่ 0.9 เมตร (อาจแตกต่างกันไปขึ้นอยู่กับแต่ละประเทศ)

$$\text{ปริมาตรของปูนซีเมนต์} = \text{พื้นที่หน้าตัด} \times \text{ความสูง} = \frac{1}{2} \times 32 \times 184 \times 90 = 264,960 \text{ ลูกบาศก์เซนติเมตร}$$

## แนวทางเกณฑ์การวัดและประเมินผล

รายการ	0 คะแนน	1 คะแนน	2 คะแนน
ความเข้าใจทางเรขาคณิต	นักเรียนไม่ได้แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจเกี่ยวกับทรงเรขาคณิตของทางลาด หรือสูตรการหาปริมาตร	นักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับรูปเรขาคณิตของทางลาด หรือสูตรการหาปริมาตร แต่มีข้อผิดพลาดบ้าง	นักเรียนระบุทรงเรขาคณิตได้อย่างถูกต้อง และใช้สูตรการหาปริมาตรได้อย่างแม่นยำ
การประยุกต์ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติ	นักเรียนไม่สามารถประยุกต์ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างถูกต้อง และไม่สามารถแสดงทักษะในการแก้ปัญหาได้	นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้บางส่วนและแสดงทักษะในการแก้ปัญหาพื้นฐานได้	นักเรียนสามารถประยุกต์ใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติได้อย่างถูกต้องและแสดงทักษะในการแก้ปัญหาได้อย่างเชี่ยวชาญ
การให้เหตุผลในการวัด	นักเรียนไม่สามารถให้เหตุผลในการวัดได้	นักเรียนสามารถให้เหตุผลพื้นฐานในการวัดได้	นักเรียนให้เหตุผลที่สมเหตุสมผลและครอบคลุม
การคำนวณปริมาตร	นักเรียนไม่มีความพยายามในการคิดคำนวณ หรือคำนวณไม่ถูกต้อง	นักเรียนมีความพยายามในการคำนวณในการคำนวณปริมาตร หรือมีการคำนวณถูกต้องในบางส่วน	นักเรียนคำนวณปริมาตรได้อย่างถูกต้องแม่นยำ