

จำนวนเชิงซ้อน

วิศวกรต้องการออกแบบสัญญาณเครือข่ายไร้สาย 5G ให้มีความเสถียร สามารถถ่ายทอดสด (livestreams) และการสนทนาทางวิดีโอ (video call) ได้อย่างไม่สะดุด โดยการสื่อสารโดยใช้เทคโนโลยี 5G สัญญาณที่โทรศัพท์ได้รับสามารถจำแนกได้เป็น 2 ส่วนคือ

- I (in-phase) คือ ปริมาณที่สอดคล้องกับคลื่นพาหะ (carrier wave)
- Q (quadrature) คือ ปริมาณที่มีการหน่วงเฟสไป 90 องศา

สามารถแสดงความสัมพันธ์ให้อยู่ในรูปสมการของจำนวนเชิงซ้อนได้ดังนี้ $z = I + Qi$

และกำหนดให้ ความแรงของสัญญาณ คือ $|z|$

เมื่อสัญญาณจากเสาสองเสามาถึงจุดเดียวกัน สัญญาณอาจจะหักล้างกันหรือเสริมกันบางส่วนขึ้นอยู่กับการจัดเรียงของสัญญาณนั้น เมื่อวิศวกรได้ทำการวัดสัญญาณที่จุด A โดยมีข้อมูลแสดงข้างล่าง ดังนี้

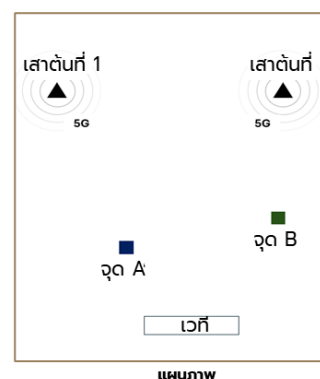
เสาต้นที่	I (in-phase)	Q (quadrature)
1	3	4
2	-2	2

จงตอบคำถามต่อไปนี้

1. ณ จุด A ให้แปลงสัญญาณทั้งสองในรูปจำนวนเชิงซ้อน จากนั้นให้หาผลรวมของสัญญาณ และความแรงของสัญญาณจากเสาทั้งสองต้น
2. พิจารณาจุด B วิศวกรได้ทำการวัดสัญญาณในรูปพิกัดเชิงขั้ว $z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$ โดยเริ่มจากการแปลงสัญญาณจากเสาให้เป็นรูปแบบพิกัดฉาก จากนั้นคำนวณผลรวมของสัญญาณ และความแรงของสัญญาณรวมที่มาจากเสาทั้งสอง ณ จุด B ซึ่งแสดงตามตารางด้านล่าง ดังนี้

เสาต้นที่	ขนาด (r)	มุม (θ)
1	5	0°
2	3	120°

3. จากผลการคำนวณ ณ จุดใด A หรือจุด B นักเรียนคิดว่าวิศวกรจะแนะนำการติดตั้ง ณ จุดใด เพื่อการถ่ายทอดสด (livestreaming) ที่ชัดเจนและมีเสถียรภาพ พร้อมแสดงเหตุผลประกอบ



จำนวนเชิงซ้อน

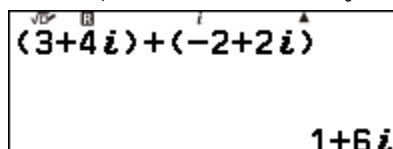
เฉลยข้อที่ 1

เสาค้นที่ 1 : $Z_1 = 3 + 4i$

เสาค้นที่ 2 : $Z_2 = -2 + 2i$

ผลรวมสัญญาณ: $Z_1 + Z_2 = (3 + 4i) + (-2 + 2i) = 1 + 6i$

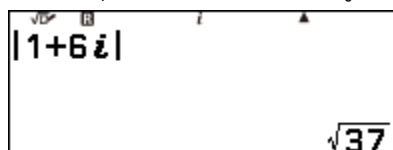
สามารถกดเครื่องคำนวณได้โดยเข้าไปที่เมนู Complex จากนั้นป้อนค่าจำนวนเชิงซ้อน แล้วกดปุ่ม EXE หรือ OK เพื่อดูคำตอบ



$(3+4i) + (-2+2i)$
 $1+6i$

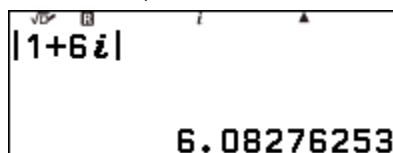
ความแรงของสัญญาณ: $|1 + 6i| = \sqrt{37} \approx 6.083$

สามารถกดเครื่องคำนวณได้โดยเข้าไปที่เมนู Complex แล้วกดปุ่ม CATALOG แล้วเลือก Numeric Calc แล้วเลือก Absolute Value จากนั้นป้อนค่าจำนวนเชิงซ้อนแล้วกดปุ่ม แล้วกดปุ่ม EXE หรือ OK เพื่อดูคำตอบ



$|1+6i|$
 $\sqrt{37}$

สามารถกดปุ่ม FORMAT แล้วเลือก Decimal เพื่อแปลงคำตอบให้อยู่ในรูปทศนิยม



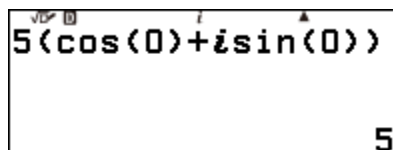
$|1+6i|$
 6.08276253

เฉลยข้อที่ 2

จาก $z = r (\cos \theta + i \sin \theta)$

เสาค้นที่ 1 : $Z_1 = 5 (\cos 0 + i \sin 0) = 5(1 + 0i) = 5 + 0i$

ทำการแปลงพิกัดเชิงขั้วเป็นพิกัดฉาก สามารถทำได้โดยเข้าเมนู Complex แล้วป้อนค่าของ พิกัดเชิงขั้ว แล้วกดปุ่ม EXE หรือ OK เพื่อดูคำตอบในรูปพิกัดฉาก



$5(\cos(0) + i \sin(0))$
 5

จำนวนเชิงซ้อน

เสาต้นที่ 2 : $Z_2 = 3 (\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) = 3 \left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right) = \left(-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right)$

ทำการแปลงพิกัดเชิงขั้วเป็นพิกัดฉาก สามารถทำได้โดยเข้าเมนู Complex แล้วป้อนค่าของพิกัดเชิงขั้ว แล้วกดปุ่ม EXE หรือ OK เพื่อดูคำตอบในรูปพิกัดฉาก

$$3(\cos(120) + i \sin(120)) = -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

ผลรวมสัญญาณ: $Z_1 + Z_2 = (5 + 0i) + \left(-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right) = \left(-\frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right)$

$$(5) + \left(-\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right) = -\frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i$$

ความแรงของสัญญาณ: $\left| -\frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right| = \sqrt{19} \approx 4.359$

$$\left| -\frac{7}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right| = \sqrt{19}$$

$$4.358898944$$

เฉลยข้อที่ 3

$$|Z_A| = \sqrt{37} \approx 6.083$$

$$|Z_B| = \sqrt{19} \approx 4.359$$

$$\sqrt{37} \approx 6.083 > \sqrt{19} \approx 4.359$$

จากการคำนวณพบว่า จุด A มีสัญญาณรวมที่แรงกว่าจึงเหมาะสมสำหรับการถ่ายทอดสด (livestreaming) ที่ชัดเจนและมีเสถียรภาพ