

การบวกและการลบนิพจน์

TARGET เพื่อทำความเข้าใจวิธีการบวกและลบนิพจน์

STUDY GUIDE

เอกนามและพหุนาม

เอกนาม

นิพจน์ที่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปการคูณของค่าคงตัวกับตัวแปรตั้งแต่หนึ่งตัวขึ้นไป โดยที่เลขชี้กำลังของตัวแปรแต่ละตัวเป็นศูนย์หรือจำนวนเต็มบวกเรียกว่า **เอกนาม**

ผลรวมเลขชี้กำลังของตัวแปรทั้งหมดในเอกนามเรียกว่า **ดีกรี** ของเอกนาม

ส่วนที่เป็นจำนวนหรือค่าคงตัวเรียกว่า **สัมประสิทธิ์** ของเอกนาม

Ex. ในเอกนาม $-4x^3y^2z$ ดีกรีคือ 6 ดังนั้นจึงเป็นเอกนามดีกรี 6 และสัมประสิทธิ์คือ -4

นอกจากนี้ จำนวนทั้งหมดคือสัมประสิทธิ์

พหุนาม

นิพจน์ที่แสดงในรูปผลรวมของเอกนามเรียกว่า **พหุนาม**

ในพหุนาม เอกนามแต่ละตัวเรียกว่า **พจน์**

เลขชี้กำลังมากที่สุดของพจน์ใด ๆ เรียกว่า **เลขชี้กำลัง** ของพหุนาม

พจน์ที่เป็นเพียงจำนวนเรียกว่า **ค่าคงตัว** (เลขชี้กำลังเป็น 0)

Ex. ในพหุนาม $5x^2 - 3x + 2$ มีแต่ละพจน์คือ $5x^2, -3x, 2$ จะได้ว่า 2 คือค่าคงตัวและดีกรีสูงสุดคือ 2 ดังนั้นจึงเป็นพหุนามดีกรี 2

พหุนามที่เป็นจำนวนเต็มและวิธีเรียงพหุนาม

ทั้งเอกนามและพหุนามนั้นเรียกว่า **พหุนามที่เป็นจำนวนเต็ม**

ด้วยพหุนามที่เป็นจำนวนเต็ม พจน์ที่มีตัวแปรเหมือนกันจะเรียกว่า **พจน์ที่คล้ายกัน** และพจน์ที่คล้ายกันสามารถรวมกันเป็น 1 พจน์ได้ โดยการคำนวณผลรวมของค่าสัมประสิทธิ์ของพจน์นั้น ๆ

เมื่อเราเรียงพหุนามที่เป็นจำนวนเต็มตามลำดับ จากเลขชี้กำลังสูงสุดของตัวแปรแต่ละตัวแล้ว เราเรียกว่าการเรียงพหุนามตามลำดับ **เลขชี้กำลังจากมากไปน้อย**

นอกจากนี้ การเรียงลำดับจากเลขชี้กำลังต่ำสุดจะเรียกว่าการเรียงพหุนามตาม **เลขชี้กำลังจากน้อยไปมาก**

การบวกและการลบนิพจน์

เราสามารถบวกและลบนิพจน์ตามที่แสดงด้านล่างได้

- (1) เรียงนิพจน์เพื่อคำนวณและแทนที่ในนิพจน์ที่กำหนด
- (2) วางพจน์ที่คล้ายกันไว้ด้วยกัน
- (3) เรียงลำดับเลขชี้กำลังจากมากไปน้อย (หรือจากน้อยไปมาก)

หากไม่ได้ระบุลำดับของพจน์แล้ว ดังนั้นตัวแปรมักจะเรียงตามลำดับเลขชี้กำลังจากมากไปน้อย

EXERCISE

◆ เมื่อ $A = 3x^2 - 4x + 1, B = -2x^2 + 5x - 3$ จงคำนวณนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $A - B$

แทนที่นิพจน์ที่กำหนดไว้ลงในนิพจน์เพื่อคำนวณ นำพจน์ที่คล้ายกันมาไว้ด้วยกัน และเรียงตามลำดับเลขชี้กำลังจากมากไปน้อย

เมื่อแทนที่นิพจน์ ให้ใช้วงเล็บ () และจากนั้นจึงแทนที่

$$\begin{aligned} A - B &= (3x^2 - 4x + 1) - (-2x^2 + 5x - 3) = 3x^2 - 4x + 1 + 2x^2 - 5x + 3 \\ &= (3 + 2)x^2 + (-4 - 5)x + (1 + 3) = 5x^2 - 9x + 4 \end{aligned}$$

$$\underline{5x^2 - 9x + 4}$$

(2) $4A + 2B - (6A + 7B)$

ก่อนอื่น ให้เรียงนิพจน์เพื่อคำนวณ

$$4A + 2B - (6A + 7B) = 4A + 2B - 6A - 7B = -2A - 5B$$

แทนที่นิพจน์ที่กำหนดไว้ลงในนิพจน์นี้ นำพจน์ที่คล้ายกันมาไว้ด้วยกัน และเรียงตามลำดับเลขชี้กำลังจากมากไปน้อย

$$\begin{aligned} -2A - 5B &= -2(3x^2 - 4x + 1) - 5(-2x^2 + 5x - 3) = -6x^2 + 8x - 2 + 10x^2 - 25x + 15 \\ &= (-6 + 10)x^2 + (8 - 25)x + (-2 + 15) = 4x^2 - 17x + 13 \end{aligned}$$

$$\underline{4x^2 - 17x + 13}$$

PRACTICE

◆ เมื่อ $A = -x^2 + 3x - 2, B = 2x^2 + x + 3$ จงคำนวณนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $2A - 3B$

$$\begin{aligned} 2A - 3B &= 2(-x^2 + 3x - 2) - 3(2x^2 + x + 3) = -2x^2 + 6x - 4 - 6x^2 - 3x - 9 \\ &= (-2 - 6)x^2 + (6 - 3)x + (-4 - 9) = -8x^2 + 3x - 13 \end{aligned}$$

$$\underline{-8x^2 + 3x - 13}$$

(2) $-3A + 4B - (A + 5B)$

$$\begin{aligned} -3A + 4B - (A + 5B) &= -3A + 4B - A - 5B = -4A - B \\ &= -4(-x^2 + 3x - 2) - (2x^2 + x + 3) \\ &= 4x^2 - 12x + 8 - 2x^2 - x - 3 \\ &= (4 - 2)x^2 + (-12 - 1)x + (8 - 3) \\ &= 2x^2 - 13x + 5 \end{aligned}$$

$$\underline{2x^2 - 13x + 5}$$

การแจกแจงนิพจน์ (1)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีใช้สมบัติการแจกแจง

STUDY GUIDE

การแจกแจงนิพจน์

การคูณนิพจน์จำนวนเต็มเข้าด้วยกันโดยการเรียงเป็นนิพจน์จำนวนเต็ม 1 นิพจน์จะเรียกว่า **การแจกแจงนิพจน์**

$$(1) \quad A(B + C) = AB + AC$$

$$(2) \quad (A + B)C = AC + BC$$

หากต้องการแจกแจงนิพจน์ ให้ใช้สมบัติการแจกแจงเพื่อสร้างนิพจน์การคูณและนำวงเล็บ () ออก จากนั้นใช้สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ และกฎของเลขยกกำลังเพื่อแก้โจทย์

Ex. $x(2x + 3) = x \cdot 2x + x \cdot 3 = 2x^2 + 3x$

เครื่องหมาย "." หมายถึงเครื่องหมายคูณ " $\times$ "

EXTRA Info.

โดยกำหนดให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก ดังนั้นสมบัติของเลขยกกำลังต่อไปนี้จึงถูกต้อง

$$(i) \quad a^m a^n = a^{m+n}$$

$$(ii) \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$(iii) \quad (ab)^m = a^m b^m$$

EXERCISE

◆ แจกแจงนิพจน์ต่อไปนี้

$$(1) \quad 2x(3x^2 - x + 4)$$

ใช้สมบัติการแจกแจงเพื่อนำวงเล็บ () ออก และจากนั้นใช้สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ และกฎของเลขยกกำลังเพื่อคำนวณ

$$2x(3x^2 - x + 4) = 2x \cdot 3x^2 + 2x \cdot (-x) + 2x \cdot 4 = 6x^3 - 2x^2 + 8x$$

$$\underline{6x^3 - 2x^2 + 8x}$$

$$(2) \quad (4x^3 + 2x - 1)(3x^2 + 5)$$

โดยกำหนดให้ $3x^2 + 5 = A$ เพื่อนำวงเล็บ () ออก แล้วจึงวางพจน์ที่คล้ายกันได้ด้วยกัน และเรียงลำดับเลขชี้กำลังจากมากไปน้อย

$$\begin{aligned} (4x^3 + 2x - 1)(3x^2 + 5) &= (4x^3 + 2x - 1)A = 4x^3 A + 2x A - A = 4x^3(3x^2 + 5) + 2x(3x^2 + 5) - (3x^2 + 5) \\ &= 4x^3 \cdot 3x^2 + 4x^3 \cdot 5 + 2x \cdot 3x^2 + 2x \cdot 5 - 3x^2 - 5 = 12x^5 + 20x^3 + 6x^3 + 10x - 3x^2 - 5 \\ &= 12x^5 + 26x^3 - 3x^2 + 10x - 5 \end{aligned}$$

$$\underline{12x^5 + 26x^3 - 3x^2 + 10x - 5}$$

PRACTICE

◆ แจกแจงนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $5x^3(2x^2 - 3x + 4)$

ใช้สมบัติการแจกแจงเพื่อนำวงเล็บ () ออก และจากนั้นใช้สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ และกฎของเลขยกกำลังเพื่อคำนวณ

$$\begin{aligned} 5x^3(2x^2 - 3x + 4) &= 5x^3 \cdot 2x^2 + 5x^3 \cdot (-3x) + 5x^3 \cdot 4 \\ &= 10x^5 - 15x^4 + 20x^3 \end{aligned}$$

$$10x^5 - 15x^4 + 20x^3$$

(2) $(3x^3 - 4x - 1)(5x^2 + 2)$

โดยกำหนดให้ $5x^2 + 2 = A$ เพื่อนำวงเล็บ () ออก แล้วจึงวางพจน์ที่คล้ายกันได้ด้วยกัน และเรียงลำดับเลขชี้กำลังจากมากไปน้อย

$$\begin{aligned} (3x^3 - 4x - 1)(5x^2 + 2) &= (3x^3 - 4x - 1)A = 3x^3A - 4xA - A \\ &= 3x^3(5x^2 + 2) - 4x(5x^2 + 2) - (5x^2 + 2) \\ &= 3x^3 \cdot 5x^2 + 3x^3 \cdot 2 - 4x \cdot 5x^2 - 4x \cdot 2 - 5x^2 - 2 \\ &= 15x^5 + 6x^3 - 20x^3 - 8x - 5x^2 - 2 \\ &= 15x^5 - 14x^3 - 5x^2 - 8x - 2 \end{aligned}$$

$$15x^5 - 14x^3 - 5x^2 - 8x - 2$$

การแจกแจงนิพจน์ (2)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีแจกแจงนิพจน์โดยใช้สูตรต่าง ๆ

STUDY GUIDE

สูตรการคูณ

สูตรการคูณ เช่น สูตรกำลังสองสมบูรณ์ (i) และ (ii) หรือสูตรผลต่างของกำลังสอง (iii) นั้นสามารถใช้เพื่อแจกแจงนิพจน์ได้

$$(i) \quad (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(ii) \quad (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(iii) \quad (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$(iv) \quad (x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(v) \quad (ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

การทำความเข้าใจว่า เพราะเหตุใดสูตรที่ถูกต้อง จึงมีความสำคัญต่อการจดจำสูตรที่ง่ายดาย

explanation

$$(i) \quad (a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a(a + b) + b(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(ii) \quad (a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a(a - b) - b(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(iii) \quad (a + b)(a - b) = a(a - b) + b(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$$

$$(iv) \quad (x + a)(x + b) = x(x + b) + a(x + b) = x^2 + bx + ax + ab = x^2 + (a + b)x + ab$$

$$(v) \quad (ax + b)(cx + d) = ax(cx + d) + b(cx + d) = acx^2 + adx + bcx + bd = acx^2 + (ad + bc)x + bd$$

EXERCISE

◆ แจกแจงนิพจน์ต่อไปนี้

$$(1) \quad (x + 2y)^2$$

ใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ (i)

$$(x + 2y)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 2y + (2y)^2 = x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$\underline{x^2 + 4xy + 4y^2}$$

$$(2) \quad (x - 3y)^2$$

ใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ (ii)

$$(x - 3y)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2 = x^2 - 6xy + 9y^2$$

$$\underline{x^2 - 6xy + 9y^2}$$

$$(3) \quad (x + 5y)(x - 5y)$$

ใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii)

$$(x + 5y)(x - 5y) = x^2 - (5y)^2 = x^2 - 25y^2$$

$$\underline{x^2 - 25y^2}$$

(4) $(x+6)(x+7)$

ใช้สูตรการคูณ (iv)

$$(x+6)(x+7) = x^2 + (6+7)x + 6 \cdot 7 = x^2 + 13x + 42$$

$$\underline{x^2 + 13x + 42}$$

(5) $(2x+3)(4x+5)$

ใช้สูตรการคูณ (v)

$$(2x+3)(4x+5) = 2 \cdot 4 \cdot x^2 + (2 \cdot 5 + 3 \cdot 4)x + 3 \cdot 5 = 8x^2 + 22x + 15$$

$$\underline{8x^2 + 22x + 15}$$

PRACTICE

◆ แจกแจงนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $(3x+y)^2$

ใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ (i)

$$(3x+y)^2 = (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + y^2 = 9x^2 + 6xy + y^2$$

$$9x^2 + 6xy + y^2$$

(2) $(5x-4y)^2$

ใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ (ii)

$$(5x-4y)^2 = (5x)^2 - 2 \cdot 5x \cdot 4y + (4y)^2 = 25x^2 - 40xy + 16y^2$$

$$25x^2 - 40xy + 16y^2$$

(3) $(2x+7y)(2x-7y)$

ใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii)

$$(2x+7y)(2x-7y) = (2x)^2 - (7y)^2 = 4x^2 - 49y^2$$

$$4x^2 - 49y^2$$

(4) $(x-8)(x-9)$

ใช้สูตรการคูณ (iv)

$$(x-8)(x-9) = x^2 + (-8-9)x + (-8) \cdot (-9) = x^2 - 17x + 72$$

$$x^2 - 17x + 72$$

(5) $(4x-5)(3x-7)$

ใช้สูตรการคูณ (v)

$$(4x-5)(3x-7) = 4 \cdot 3 \cdot x^2 + \{4 \cdot (-7) + (-5) \cdot 3\}x + (-5) \cdot (-7) = 12x^2 - 43x + 35$$

$$12x^2 - 43x + 35$$

การแจกแจงนิพจน์ (3)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีแก้ปัญหานิพจน์อย่างง่ายด้วยการเรียนรู้เทคนิคต่าง ๆ

STUDY GUIDE

เทคนิคสำหรับการแจกแจงนิพจน์

เทคนิคสำหรับการสลับที่และการเปลี่ยนหมู่

สำหรับการคูณ กฎการสลับที่ $a \times b = b \times a$ และสมบัติการเปลี่ยนหมู่ $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$ นั้นสามารถใช้ได้กับจำนวนใด ๆ หากการคำนวณมีความซับซ้อนให้คุณนิพจน์เป็นลำดับจากด้านซ้ายไปขวา

เทคนิคการแทนที่

โดยการแทนที่ตัวแปรต่าง ๆ ในนิพจน์ เราสามารถใช้สูตรการคูณเพื่อทำให้การคำนวณนั้นง่ายขึ้นได้

EXERCISE

◆ แจกแจงนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

เปลี่ยนลำดับการคูณ แล้วใช้สูตรการคูณ (iii) และ (iv)

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3)(x-2)(x-3) &= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+3)(x-3)\} = (x^2 - 2^2)(x^2 - 3^2) = (x^2 - 4)(x^2 - 9) \\ &= (x^2)^2 + (-4 - 9)x^2 + (-4) \cdot (-9) = x^4 - 13x^2 + 36\end{aligned}$$

$$\underline{x^4 - 13x^2 + 36}$$

(2) $(x^2 + 9)(x+3)(x-3)$

เปลี่ยนลำดับการคูณ แล้วใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii)

$$\begin{aligned}(x^2 + 9)(x+3)(x-3) &= (x^2 + 9)\{(x+3)(x-3)\} = (x^2 + 9)(x^2 - 3^2) = (x^2 + 9)(x^2 - 9) \\ &= (x^2)^2 - 9^2 = x^4 - 81\end{aligned}$$

$$\underline{x^4 - 81}$$

(3) $(x+5)^2(x-5)^2$

ใช้สมบัติของเลขยกกำลัง $a^m b^m = (ab)^m$ แล้วใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii) และกำลังสองสมบูรณ์ (ii)

$$\begin{aligned}(x+5)^2(x-5)^2 &= \{(x+5)(x-5)\}^2 = (x^2 - 5^2)^2 = (x^2 - 25)^2 \\ &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 25 + 25^2 = x^4 - 50x^2 + 625\end{aligned}$$

$$\underline{x^4 - 50x^2 + 625}$$

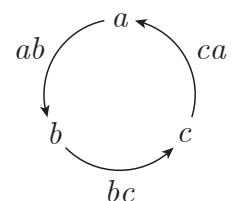
(4) $(a+b+c)^2$

เพื่อใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ (i) ให้แทนที่ส่วนหนึ่งของสมการเป็น $a+b=A$

แจกแจงนิพจน์ที่แทนที่ด้วย A แล้ว จากนั้นให้แทนที่ส่วนหนึ่งของนิพจน์ที่แทนที่ด้วย A แล้ว

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= (A+c)^2 = A^2 + 2Ac + c^2 = (a+b)^2 + 2(a+b)c + c^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca\end{aligned}$$

เมื่อเรียงนิพจน์จำนวนเต็ม มักจะเรียงตามลำดับวงกลมที่แสดงในแผนภาพทางด้านขวา



$$\underline{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca}$$

คุณควรจดจำสูตรในผลลัพธ์ของข้อที่ (4)

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

PRACTICE

◆ แจกแจงนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $(x + 1)(x + 4)(x - 1)(x - 4)$

เปลี่ยนลำดับการคูณ แล้วใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii) และสูตรการคูณ (iv)

$$\begin{aligned}(x + 1)(x + 4)(x - 1)(x - 4) &= \{(x + 1)(x - 1)\}\{(x + 4)(x - 4)\} \\ &= (x^2 - 1^2)(x^2 - 4^2) = (x^2 - 1)(x^2 - 16) \\ &= (x^2)^2 + (-1 - 16)x^2 + (-1) \cdot (-16) = x^4 - 17x^2 + 16 \\ & \qquad \qquad \qquad x^4 - 17x^2 + 16\end{aligned}$$

(2) $(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2)$

เปลี่ยนลำดับการคูณ แล้วใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii)

$$\begin{aligned}(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2) &= (x^2 + 4)\{(x + 2)(x - 2)\} = (x^2 + 4)(x^2 - 2^2) \\ &= (x^2 + 4)(x^2 - 4) = (x^2)^2 - 4^2 = x^4 - 16 \\ & \qquad \qquad \qquad x^4 - 16\end{aligned}$$

(3) $(x + 3)^2(x - 3)^2$

ใช้สมบัติของเลขยกกำลัง $a^m b^m = (ab)^m$ แล้วใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii) และกำลังสองสมบูรณ์ (ii)

$$\begin{aligned}(x + 3)^2(x - 3)^2 &= \{(x + 3)(x - 3)\}^2 = (x^2 - 3^2)^2 = (x^2 - 9)^2 \\ &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 9 + 9^2 = x^4 - 18x^2 + 81 \\ & \qquad \qquad \qquad x^4 - 18x^2 + 81\end{aligned}$$

(4) $(x + y + z)(x + y - z)$

เพื่อใช้สูตรผลต่างของกำลังสอง (iii) ให้แทนที่ส่วนหนึ่งของสมการเป็น $x + y = A$ แจกแจงนิพจน์ที่แทนที่ด้วย A แล้ว จากนั้นให้แทนที่ส่วนหนึ่งของนิพจน์ที่แทนที่ด้วย A แล้ว

$$\begin{aligned}(x + y + z)(x + y - z) &= (A + z)(A - z) = A^2 - z^2 = (x + y)^2 - z^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - z^2 = x^2 + y^2 - z^2 + 2xy \\ & \qquad \qquad \qquad x^2 + y^2 - z^2 + 2xy\end{aligned}$$

(5) $(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$

เปลี่ยนลำดับการคูณ แล้วใช้สูตรการคูณ (iv)

$$\begin{aligned}(x-2)(x-3)(x-4)(x-5) &= \{(x-2)(x-5)\}\{(x-3)(x-4)\} \\ &= \{x^2 + (-2-5)x + (-2) \cdot (-5)\}\{x^2 + (-3-4)x + (-3) \cdot (-4)\} \\ &= (x^2 - 7x + 10)(x^2 - 7x + 12)\end{aligned}$$

แทนที่ $x^2 - 7x = A$ แล้วใช้สูตรการคูณ (iv)

$$\begin{aligned}(x^2 - 7x + 10)(x^2 - 7x + 12) &= (A + 10)(A + 12) \\ &= A^2 + (10 + 12)A + 10 \cdot 12 = A^2 + 22A + 120\end{aligned}$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม แล้วใช้สูตรกำลังสองสมบูรณ์ (ii)

$$\begin{aligned}A^2 + 22A + 120 &= (x^2 - 7x)^2 + 22(x^2 - 7x) + 120 \\ &= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 7x + (7x)^2 + 22x^2 - 154x + 120 \\ &= x^4 - 14x^3 + 49x^2 + 22x^2 - 154x + 120 \\ &= x^4 - 14x^3 + 71x^2 - 154x + 120\end{aligned}$$

$$x^4 - 14x^3 + 71x^2 - 154x + 120$$

การแยกตัวประกอบ (1)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบของนิพจน์

STUDY GUIDE

การแยกตัวประกอบ

การแสดงนิพจน์ในรูปผลคูณของนิพจน์หลายนิพจน์เรียกว่า **การแยกตัวประกอบ** เมื่อนิพจน์ P แสดงเป็นผลคูณของนิพจน์ $A, B, C, \dots$ เราจึงกล่าวได้ว่า $A, B, C, \dots$ เป็น **ตัวประกอบ** ของนิพจน์ P

EXTRA Info.

การเขียนในรูปการคูณของตัวประกอบเฉพาะของจำนวนนับนั้น ๆ จะเรียกว่าการแยกตัวประกอบเฉพาะ

ตัวอย่างเช่น $x+1$ และ $x+2$ เป็นตัวประกอบของ $x^2 + 3x + 2$ และสามารถแสดงได้เป็น $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$

การแยกตัวประกอบโดยตัวประกอบร่วม

เมื่อมีตัวประกอบร่วมอยู่ในพจน์ของนิพจน์จำนวนเต็ม เราสามารถแยกตัวประกอบได้โดยการดึงตัวประกอบร่วมออกจากวงเล็บ การดึงตัวประกอบออกจากตัวประกอบร่วมคือ **บทผกผันของสมบัติการแจกแจง**

$$AB + AC = A(B + C)$$

EXERCISE

◆ แยกตัวประกอบของนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $2xy + 3xz$

ตัวประกอบร่วมคือ x

$$2xy + 3xz = x \cdot 2y + x \cdot 3z = x(2y + 3z)$$

$$\underline{x(2y + 3z)}$$

(2) $2x^2y + 6xy^2 - 10xy$

ตัวประกอบร่วมคือ $2xy$

$$2x^2y + 6xy^2 - 10xy = 2xy \cdot x + 2xy \cdot 3y - 2xy \cdot 5 = 2xy(x + 3y - 5)$$

$$\underline{2xy(x + 3y - 5)}$$

(3) $x(a + b) - (a + b)y$

ตัวประกอบร่วมคือ $a + b$

$$x(a + b) - (a + b)y = (a + b)x - (a + b)y = (a + b)(x - y)$$

$$\underline{(a + b)(x - y)}$$

(4) $(3a - 2b)x + (2b - 3a)y$

จาก $(3a - 2b)x + (2b - 3a)y = (3a - 2b)x - (3a - 2b)y$ เราจะได้ตัวประกอบร่วมของ $3a - 2b$

$$(3a - 2b)x + (2b - 3a)y = (3a - 2b)x - (3a - 2b)y = (3a - 2b)(x - y)$$

$$\underline{(3a - 2b)(x - y)}$$

PRACTICE

◆ แยกตัวประกอบของนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $18ab - 24ac$

ตัวประกอบร่วมคือ $6a$

$$18ab - 24ac = 6a \cdot 3b - 6a \cdot 4c = 6a(3b - 4c)$$

$$6a(3b - 4c)$$

(2) $3x^2y + 12xy^2 - 18xy$

ตัวประกอบร่วมคือ $3xy$

$$3x^2y + 12xy^2 - 18xy = 3xy \cdot x + 3xy \cdot 4y - 3xy \cdot 6 = 3xy(x + 4y - 6)$$

$$3xy(x + 4y - 6)$$

(3) $y(a - b) + (a - b)z$

ตัวประกอบร่วมคือ $a - b$

$$y(a - b) + (a - b)z = (a - b)y + (a - b)z = (a - b)(y + z)$$

$$(a - b)(y + z)$$

(4) $(5a - 7b)x + (7b - 5a)y$

จาก $(5a - 7b)x + (7b - 5a)y = (5a - 7b)x - (5a - 7b)y$ เราจะได้ตัวประกอบร่วมของ $5a - 7b$

$$(5a - 7b)x + (7b - 5a)y = (5a - 7b)x - (5a - 7b)y = (5a - 7b)(x - y)$$

$$(5a - 7b)(x - y)$$

การแยกตัวประกอบ (2)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบของนิพจน์โดยใช้สูตรการคูณ

STUDY GUIDE

ใช้สูตรการคูณสำหรับการแยกตัวประกอบ

เราสามารถใช้นิพจน์ที่ได้จากการกลับด้านซ้ายและขวาของสูตรการคูณเป็นสูตรการแยกตัวประกอบ

$$(i) \quad a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$(ii) \quad a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$(iii) \quad a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$(iv) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

EXERCISE

1 แยกตัวประกอบของนิพจน์ต่อไปนี้

$$(1) \quad x^2 + 6xy + 9y^2$$

จาก $9y^2 = (3y)^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (i)

$$x^2 + 6xy + 9y^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 3y + (3y)^2 = (x + 3y)^2$$

$$(x + 3y)^2$$

$$(2) \quad 16x^2 - 40xy + 25y^2$$

จาก $16x^2 = (4x)^2$, $25y^2 = (5y)^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (ii)

$$16x^2 - 40xy + 25y^2 = (4x)^2 - 2 \cdot 4x \cdot 5y + (5y)^2 = (4x - 5y)^2$$

$$(4x - 5y)^2$$

$$(3) \quad 36x^2 - 49y^2$$

จาก $36x^2 = (6x)^2$, $49y^2 = (7y)^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (iii)

$$36x^2 - 49y^2 = (6x)^2 - (7y)^2 = (6x + 7y)(6x - 7y)$$

$$(6x + 7y)(6x - 7y)$$

$$(4) \quad x^2 + 5xy + 6y^2$$

จาก $2y$ และ $3y$ เราจึงได้ผลรวมเป็น $5y$ และผลคูณเป็น $6y^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (iv)

$$x^2 + 5xy + 6y^2 = x^2 + (2y + 3y)x + (2y) \cdot (3y) = (x + 2y)(x + 3y)$$

$$(x + 2y)(x + 3y)$$

PRACTICE

1 แยกตัวประกอบของนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $4x^2 + 4xy + y^2$

จาก $4x^2 = (2x)^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (i)

$$4x^2 + 4xy + y^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = (2x + y)^2$$

$$(2x + y)^2$$

(2) $9x^2 - 12xy + 4y^2$

จาก $9x^2 = (3x)^2$, $4y^2 = (2y)^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (ii)

$$9x^2 - 12xy + 4y^2 = (3x)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 2y + (2y)^2 = (3x - 2y)^2$$

$$(3x - 2y)^2$$

(3) $25x^2 - 36y^2$

จาก $25x^2 = (5x)^2$, $36y^2 = (6y)^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (iii)

$$25x^2 - 36y^2 = (5x)^2 - (6y)^2 = (5x + 6y)(5x - 6y)$$

$$(5x + 6y)(5x - 6y)$$

(4) $x^2 - 5xy - 14y^2$

จาก $2y$ และ $-7y$ เราจึงได้ผลรวมเป็น $-5y$ และผลคูณเป็น $-14y^2$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (iv)

$$x^2 - 5xy - 14y^2 = x^2 + (2y - 7y)x + (2y) \cdot (-7y) = (x + 2y)(x - 7y)$$

$$(x + 2y)(x - 7y)$$

ADVANCED

EXERCISE

- 2) แยกตัวประกอบ $x^2 + xy + x + 2y - 2$

สำหรับการแยกตัวประกอบที่มีตัวแปร 2 ตัวขึ้นไป วิธีที่ดีคือการเริ่มต้นด้วยการเรียงตัวแปรตามลำดับโดยเรียงเลขชี้กำลังจากมากไปน้อย

เนื่องจากตัวแปร x มีเลขชี้กำลังสูงสุดเท่ากับ 2 และตัวแปร y มีเลขชี้กำลังสูงสุดเท่ากับ 1

เราจึงต้องเรียงพจน์ที่คล้ายกัน สำหรับพจน์ที่มีเลขชี้กำลังของ y เป็น 1

จากนั้น แยกตัวประกอบของนิพจน์ที่ไม่มีตัวแปร y

$$\begin{aligned}x^2 + xy + x + 2y - 2 &= (xy + 2y) + (x^2 + x - 2) = (x + 2)y + (x + 2)(x - 1) = (x + 2)\{y + (x - 1)\} \\ &= (x + 2)(x + y - 1)\end{aligned}$$

$$(x + 2)(x + y - 1)$$

PRACTICE

- 2) แยกตัวประกอบ $a^2b + a^2c - ab^2 - b^2c$

เนื่องจากตัวแปร a และ b มีเลขชี้กำลังสูงสุดเท่ากับ 2 และตัวแปร c มีเลขชี้กำลังสูงสุดเท่ากับ 1

เราจึงต้องเรียงพจน์ที่คล้ายกัน สำหรับพจน์ที่มีเลขชี้กำลังของ c เป็น 1

จากนั้น แยกตัวประกอบของนิพจน์ที่ไม่มีตัวแปร c เพื่อหาตัวประกอบร่วม

$$\begin{aligned}a^2b + a^2c - ab^2 - b^2c &= (a^2c - b^2c) + (a^2b - ab^2) = (a^2 - b^2)c + ab(a - b) \\ &= (a + b)(a - b)c + ab(a - b) = (a - b)\{(a + b)c + ab\} \\ &= (a - b)(ab + bc + ca)\end{aligned}$$

$$(a - b)(ab + bc + ca)$$

การแยกตัวประกอบ (3)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีแยกตัวประกอบโดยใช้สูตรการคูณด้วยวิธีการคูณไขว้

STUDY GUIDE

การแยกตัวประกอบโดยวิธีการคูณไขว้

นอกจากนี้ เรายังสามารถใช้นิพจน์ที่ได้จากการกลับด้านซ้ายและขวาของสูตรการคูณ (v) เป็นสูตรการแยกตัวประกอบได้

$$(v) \quad acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$$

Ex. แยกตัวประกอบ $3x^2 + 11x + 10$

สมมติว่าสามารถแยกตัวประกอบได้เป็น $3x^2 + 11x + 10 = (ax + b)(cx + d)$ ให้แจกแจงด้านขวา

จาก $3x^2 + 11x + 10 = acx^2 + (ad + bc)x + bd$ หากเรา

สามารถหาจำนวน 4 จำนวน a, b, c และ d ที่ตรงกับ $ac = 3$,

$ad + bc = 11$ และ $bd = 10$ ได้ เรายังจะสามารถใช้การแยก

ตัวประกอบได้ วิธีการที่สะดวกในการหาจำนวน 4 จำนวนเหล่านี้

a, b, c และ d คือการคูณไขว้จำนวนดังกล่าวตามที่แสดงด้านขวา

เราต้องพิจารณาการจัดหมู่ที่ตรงกับ $ac = 3$ และ $bd = 10$ จากนั้นจึงหาต่อไปจนกว่าจะได้การจัดหมู่ที่ตรงกับ

$ad + bc = 11$

$\begin{array}{ccc} 3 & \times & 2 \rightarrow 2 \\ 1 & \times & 5 \rightarrow 15 \\ \hline 3 & 10 & 17 \\ ad+bc=17 & \text{ไม่ถูกต้อง} & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 3 & \times & 10 \rightarrow 10 \\ 1 & \times & 1 \rightarrow 3 \\ \hline 3 & 10 & 13 \\ ad+bc=13 & \text{ไม่ถูกต้อง} & \end{array}$	$\begin{array}{ccc} 3 & \times & 5 \rightarrow 5 \\ 1 & \times & 2 \rightarrow 6 \\ \hline 3 & 10 & 11 \\ ad+bc=11 & \text{ถูกต้อง} & \end{array}$
--	---	--

ดังนั้น เรายังได้ $3x^2 + 11x + 10 = (3x + 5)(x + 2)$

วิธีนี้เรียกว่าวิธีการคูณไขว้

EXERCISE

① แยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1) $2x^2 + 7x + 3$

หาจำนวน 4 จำนวน a, b, c และ d ที่ตรงกับ $ac=2$, $ad+bc=7$ และ $bd=3$

$\begin{array}{ccc} 2 & \times & 1 \rightarrow 1 \\ 1 & \times & 3 \rightarrow 6 \\ \hline 2 & 3 & 7 \end{array}$

ดังนั้น เรายังได้ $2x^2 + 7x + 3 = (2x + 1)(x + 3)$

$$(2x + 1)(x + 3)$$

(2) $3x^2 + 4x - 4$

หาจำนวน 4 จำนวน a, b, c และ d ที่ตรงกับ $ac=3, ad+bc=4$ และ $bd=-4$

$$\begin{array}{rcl} 3 & \times & -2 \rightarrow -2 \\ 1 & \times & 2 \rightarrow 6 \\ \hline 3 & -4 & 4 \end{array}$$

ดังนั้น เราจึงได้ $3x^2 + 4x - 4 = (3x - 2)(x + 2)$

$(3x - 2)(x + 2)$

(3) $2x^2 - 11xy + 12y^2$

หาจำนวน 4 จำนวน a, b, c และ d ที่ตรงกับ $ac=2, ad+bc=-11y$ และ $bd=12y^2$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & -3y \rightarrow -3y \\ 1 & \times & -4y \rightarrow -8y \\ \hline 2 & 12y^2 & -11y \end{array}$$

ดังนั้น เราจึงได้ $2x^2 - 11xy + 12y^2 = (2x - 3y)(x - 4y)$

$(2x - 3y)(x - 4y)$

PRACTICE

1 แยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1) $2x^2 + 9x + 10$

หาจำนวน 4 จำนวน a, b, c และ d ที่ตรงกับ $ac = 2, ad + bc = 9, bd = 10$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & 5 \rightarrow 5 \\ 1 & \times & 2 \rightarrow 4 \\ \hline 2 & 10 & 9 \end{array}$$

ดังนั้น เราจึงได้ $2x^2 + 9x + 10 = (2x + 5)(x + 2)$

$(2x + 5)(x + 2)$

(2) $3x^2 - 2x - 8$

หาจำนวน 4 จำนวน a, b, c และ d ที่ตรงกับ $ac = 3, ad + bc = -2, bd = -8$

$$\begin{array}{rcl} 3 & \times & 4 \rightarrow 4 \\ 1 & \times & -2 \rightarrow -6 \\ \hline 3 & -8 & -2 \end{array}$$

ดังนั้น เราจึงได้ $3x^2 - 2x - 8 = (3x + 4)(x - 2)$

$(3x + 4)(x - 2)$

(3) $18x^2 - 39xy + 20y^2$

หาจำนวน 4 จำนวน a, b, c และ d ที่ตรงกับ $ac = 18, ad + bc = -39y, bd = 20y^2$

$$\begin{array}{rcl} 6 & \times & -5y \rightarrow -15y \\ 3 & \times & -4y \rightarrow -12y \\ \hline 18 & 20y^2 & -39y \end{array}$$

ดังนั้น เราจึงได้ $18x^2 - 39xy + 20y^2 = (6x - 5y)(3x - 4y)$
 $(6x - 5y)(3x - 4y)$

ADVANCED

EXERCISE

2 แยกตัวประกอบ $2x^2 - xy - y^2 - 5x - y + 2$

เนื่องจากทั้ง x และ y มีเลขชี้กำลังสูงสุดคือ 2 เราจึงสามารถดูตัวแปรทั้งสองตัวได้ ในส่วนนี้ เราจะเน้นที่ x เนื่องจากเราเรียงตัวอักษรนี้สำหรับวิธีการคูณไขว้

$$2x^2 - xy - y^2 - 5x - y + 2 = 2x^2 + (-y - 5)x - (y^2 + y - 2) = 2x^2 + (-y - 5)x - (y - 1)(y + 2)$$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & y-1 \rightarrow y-1 \\ 1 & \times & -(y+2) \rightarrow -2y-4 \\ \hline 2 & -(y-1)(y+2) & -y-5 \end{array}$$

$$\text{ดังนั้น } 2x^2 + (-y - 5)x - (y - 1)(y + 2) = \{2x + (y - 1)\}\{x - (y + 2)\} = (2x + y - 1)(x - y - 2)$$

$$(2x + y - 1)(x - y - 2)$$

PRACTICE

2 แยกตัวประกอบ $2x^2 - 5xy - 3y^2 + x + 11y - 6$

เนื่องจากทั้ง x และ y มีเลขชี้กำลังสูงสุดคือ 2 เราจึงสามารถดูตัวแปรทั้งสองตัวได้ ในส่วนนี้ เราจะเน้นที่ x เนื่องจากเราเรียงตัวอักษรนี้สำหรับวิธีการคูณไขว้

$$\begin{aligned} 2x^2 - 5xy - 3y^2 + x + 11y - 6 &= 2x^2 + (-5y + 1)x - (3y^2 - 11y + 6) \\ &= 2x^2 + (-5y + 1)x - (3y - 2)(y - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl} 2 & \times & y-3 \rightarrow y-3 \\ 1 & \times & -(3y-2) \rightarrow -6y+4 \\ \hline 2 & -(3y-2)(y-3) & -5y+1 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } 2x^2 + (-5y + 1)x - (3y - 2)(y - 3) &= \{2x + (y - 3)\}\{x - (3y - 2)\} \\ &= (2x + y - 3)(x - 3y + 2) \end{aligned}$$

$$(2x + y - 3)(x - 3y + 2)$$

การแยกตัวประกอบ (4)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการแยกตัวประกอบโดยการแทนที่ส่วนหนึ่งของนิพจน์

STUDY GUIDE

การแยกตัวประกอบโดยการแทนที่

บางครั้งเราสามารถแยกตัวประกอบได้โดยการแทนที่ตัวแปรต่าง ๆ หนึ่งตัวเพื่อจัดกลุ่มส่วนหนึ่งของนิพจน์

- (1) หากมีตัวประกอบร่วมในนิพจน์ จากนั้นให้แทนที่ตัวประกอบร่วมนั้นด้วยตัวแปรแยกต่างหากหนึ่งตัว
การแปลงนิพจน์เป็นเทคนิคสำหรับการหาตัวประกอบร่วม
- (2) แยกตัวประกอบร่วมออกจากนิพจน์ที่แทนที่ด้วยตัวแปร และใช้สูตรการแยกตัวประกอบเพื่อแก้โจทย์
- (3) เปลี่ยนตัวแปรที่ถูกแทนที่ไว้ให้กลับเป็นนิพจน์เดิม

Ex. แยกตัวประกอบ $(x + y)^2 - z^2$

โดยกำหนดให้ $x + y = A$ ให้ใช้สูตรการแยกตัวประกอบ (iii)

$$\begin{aligned}(x + y)^2 - z^2 &= A^2 - z^2 = (A + z)(A - z) = \{(x + y) + z\}\{(x + y) - z\} \\ &= (x + y + z)(x + y - z)\end{aligned}$$

EXERCISE

◆ แยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1) $(x^2 + 5x)^2 + 10(x^2 + 5x) + 24$

โดยให้ $x^2 + 5x = A$

$$(x^2 + 5x)^2 + 10(x^2 + 5x) + 24 = A^2 + 10A + 24 = (A + 4)(A + 6)$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$\begin{aligned}(A + 4)(A + 6) &= \{(x^2 + 5x) + 4\}\{(x^2 + 5x) + 6\} = (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6) \\ &= (x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3)\end{aligned}$$

$$\underline{(x + 1)(x + 4)(x + 2)(x + 3)}$$

(2) $16x^4 - 81y^4$

แปลงเป็น $16x^4 - 81y^4 = (4x^2)^2 - (9y^2)^2$ และ $4x^2 = A, 9y^2 = B$

$$(4x^2)^2 - (9y^2)^2 = A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

เปลี่ยน A และ B กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$\begin{aligned}(A + B)(A - B) &= (4x^2 + 9y^2)(4x^2 - 9y^2) = (4x^2 + 9y^2)\{(2x)^2 - (3y)^2\} \\ &= (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)\end{aligned}$$

$$\underline{(4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)}$$

$$(3) \quad (x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 24$$

สลับที่การคูณพจน์และแจกแจงส่วนของนิพจน์

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4) - 24 = \{(x-1)(x-4)\}\{(x-2)(x-3)\} - 24 = (x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) - 24$$

โดยให้ $x^2 - 5x = A$

$$(x^2 - 5x + 4)(x^2 - 5x + 6) - 24 = (A + 4)(A + 6) - 24 = A^2 + 10A + 24 - 24 = A^2 + 10A = A(A + 10)$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$A(A + 10) = (x^2 - 5x)\{(x^2 - 5x) + 10\} = x(x-5)(x^2 - 5x + 10)$$

$$\underline{x(x-5)(x^2 - 5x + 10)}$$

$$(4) \quad x^4 - 13x^2 + 36$$

แปลงเป็น $x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2)^2 - 13x^2 + 36$ และ $x^2 = A$

$$(x^2)^2 - 13x^2 + 36 = A^2 - 13A + 36 = (A-4)(A-9)$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$(A-4)(A-9) = (x^2-4)(x^2-9) = (x+2)(x-2)(x+3)(x-3)$$

$$\underline{(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)}$$

OTHER METHODS

แปลงเป็น $x^4 - 13x^2 + 36 = \{(x^2)^2 - 12x^2 + 36\} - x^2$ และ $x^2 = A$

$$\{(x^2)^2 - 12x^2 + 36\} - x^2 = (A^2 - 12A + 36) - A = (A-6)^2 - A$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$(A-6)^2 - A = (x^2-6)^2 - x^2$$

โดยให้ $x^2 - 6 = B$

$$(x^2-6)^2 - x^2 = B^2 - x^2 = (B+x)(B-x)$$

เปลี่ยน B กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$(B+x)(B-x) = \{(x^2-6)+x\}\{(x^2-6)-x\} = (x^2+x-6)(x^2-x-6) = (x-2)(x+3)(x+2)(x-3)$$

PRACTICE

◆ แยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

$$(1) \quad (x-3y)^2 - 5(x-3y) + 6$$

โดยให้ $x-3y = A$

$$(x-3y)^2 - 5(x-3y) + 6 = A^2 - 5A + 6 = (A-2)(A-3)$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม

$$(A-2)(A-3) = \{(x-3y)-2\}\{(x-3y)-3\} = (x-3y-2)(x-3y-3)$$

$$(x-3y-2)(x-3y-3)$$

(2) $a^4 - 16b^4$

แปลงเป็น $a^4 - 16b^4 = (a^2)^2 - (4b^2)^2$ และ $a^2 = A, 4b^2 = B$

$$(a^2)^2 - (4b^2)^2 = A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

เปลี่ยน A และ B กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$(A + B)(A - B) = (a^2 + 4b^2)(a^2 - 4b^2) = (a^2 + 4b^2)\{a^2 - (2b)^2\} \\ = (a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)$$

$$(a^2 + 4b^2)(a + 2b)(a - 2b)$$

(3) $(x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 4) + 6$

สลับที่การคูณพจน์และแจกแจงส่วนของนิพจน์

$$(x + 1)(x + 2)(x - 3)(x - 4) + 6 = \{(x + 1)(x - 3)\}\{(x + 2)(x - 4)\} + 6 \\ = (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) + 6$$

โดยให้ $x^2 - 2x = A$

$$(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) + 6 = (A - 3)(A - 8) + 6 = A^2 - 11A + 24 + 6 \\ = A^2 - 11A + 30 = (A - 5)(A - 6)$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม

$$(A - 5)(A - 6) = (x^2 - 2x - 5)(x^2 - 2x - 6)$$

$$(x^2 - 2x - 5)(x^2 - 2x - 6)$$

(4) $x^4 - 17x^2 + 16$

แปลงเป็น $x^4 - 17x^2 + 16 = (x^2)^2 - 17x^2 + 16$ และ $x^2 = A$

$$(x^2)^2 - 17x^2 + 16 = A^2 - 17A + 16 = (A - 1)(A - 16)$$

เปลี่ยน A กลับเป็นค่าเดิม แล้วจึงแยกตัวประกอบต่อไป

$$(A - 1)(A - 16) = (x^2 - 1)(x^2 - 16) = (x + 1)(x - 1)(x + 4)(x - 4)$$

$$(x + 1)(x - 1)(x + 4)(x - 4)$$

การแจกแจงและการแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสาม

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการแจกแจงและแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสาม

STUDY GUIDE

การแจกแจงและการแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสาม

การใช้สูตรเป็นวิธีที่สะดวกสำหรับการแจกแจงและการแยกตัวประกอบของพหุนามกำลังสาม

สูตรการแจกแจงพหุนามกำลังสาม

$$(i) \quad (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(ii) \quad (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(iii) \quad (a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(iv) \quad (a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

สูตรการแยกตัวประกอบพหุนามกำลังสาม

$$(I) \quad a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(II) \quad a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

EXERCISE

1 แจกแจงพหุนามต่อไปนี้

$$(1) \quad (x + 2)^3$$

ใช้สูตร (i) เพื่อแจกแจงพจน์กำลังสาม

$$(x + 2)^3 = x^3 + 3 \cdot x^2 \cdot 2 + 3 \cdot x \cdot 2^2 + 2^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

$$\underline{x^3 + 6x^2 + 12x + 8}$$

$$(2) \quad (x - 3)^3$$

ใช้สูตร (ii) เพื่อแจกแจงพจน์กำลังสาม

$$(x - 3)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot 3^2 - 3^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$$

$$\underline{x^3 - 9x^2 + 27x - 27}$$

$$(3) \quad (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

ใช้สูตร (iii) เพื่อแจกแจงพจน์กำลังสาม

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = (x + 2)(x^2 - x \cdot 2 + 2^2) = x^3 + 2^3 = x^3 + 8$$

$$\underline{x^3 + 8}$$

$$(4) \quad (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

ใช้สูตร (iv) เพื่อแจกแจงพจน์กำลังสาม

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = (x - 3)(x^2 + x \cdot 3 + 3^2) = x^3 - 3^3 = x^3 - 27$$

$$\underline{x^3 - 27}$$

๒ แยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1) $x^3 + 8$

ใช้สูตร (I) เพื่อแยกตัวประกอบพจน์กำลังสาม

$$x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 - x \cdot 2 + 2^2) = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

(2) $x^3 - 27$

ใช้สูตร (II) เพื่อแยกตัวประกอบพจน์กำลังสาม

$$x^3 - 27 = x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + x \cdot 3 + 3^2) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

$$(x - 3)(x^2 + 3x + 9)$$

PRACTICE

๑ แยกแรงแพหุนามต่อไปนี้

(1) $(x - 4)^3$

ใช้สูตร (ii) เพื่อแยกแรงแพจน์กำลังสาม

$$(x - 4)^3 = x^3 - 3 \cdot x^2 \cdot 4 + 3 \cdot x \cdot 4^2 - 4^3 = x^3 - 12x^2 + 48x - 64$$

$$x^3 - 12x^2 + 48x - 64$$

(2) $(3x + 2y)^3$

ใช้สูตร (i) เพื่อแยกแรงแพจน์กำลังสาม

$$\begin{aligned}(3x + 2y)^3 &= (3x)^3 + 3 \cdot (3x)^2 \cdot (2y) + 3 \cdot (3x) \cdot (2y)^2 + (2y)^3 \\ &= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3\end{aligned}$$

$$27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3$$

(3) $(x + 5)(x^2 - 5x + 25)$

ใช้สูตร (iii) เพื่อแยกแรงแพจน์กำลังสาม

$$(x + 5)(x^2 - 5x + 25) = (x + 5)(x^2 - x \cdot 5 + 5^2) = x^3 + 5^3 = x^3 + 125$$

$$x^3 + 125$$

(4) $(x - 4)(x^2 + 4x + 16)$

ใช้สูตร (iv) เพื่อแยกแรงแพจน์กำลังสาม

$$(x - 4)(x^2 + 4x + 16) = (x - 4)(x^2 + x \cdot 4 + 4^2) = x^3 - 4^3 = x^3 - 64$$

$$x^3 - 64$$

๒ แยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

(1) $x^3 + 64$

ใช้สูตร (I) เพื่อแยกตัวประกอบพจน์กำลังสาม

$$x^3 + 64 = x^3 + 4^3 = (x + 4)(x^2 - x \cdot 4 + 4^2) = (x + 4)(x^2 - 4x + 16)$$

$$(x + 4)(x^2 - 4x + 16)$$

(2) $27x^3 - 125$

ใช้สูตร (II) เพื่อแยกตัวประกอบพจน์กำลังสาม

$$27x^3 - 125 = (3x)^3 - 5^3 = (3x - 5)\{(3x)^2 + (3x) \cdot 5 + 5^2\} = (3x - 5)(9x^2 + 15x + 25)$$

$$(3x - 5)(9x^2 + 15x + 25)$$

จำนวนจริง

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการจำแนกประเภทจำนวนและวิธีแสดงทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน

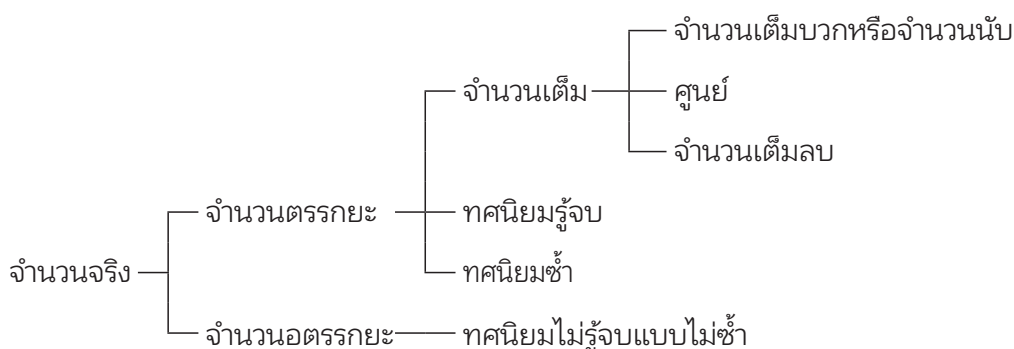
STUDY GUIDE

จำนวนจริงและการจำแนกประเภทจำนวนจริง

จำนวนตรรกยะ จำนวนอตรรกยะ และจำนวนจริง

จำนวนเต็มแสดงในรูปของเศษส่วน $\frac{m}{n}$ โดยการใช้จำนวนเต็ม m และจำนวนเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ n เรียกว่า

จำนวนตรรกยะ และจำนวนที่ไม่ใช่จำนวนตรรกยะเรียกว่า **จำนวนอตรรกยะ** จำนวนตรรกยะและจำนวนอตรรกยะคือ **จำนวนจริง** ซึ่งจำนวนจริงคือจำนวนที่สามารถแสดงเป็นจุดบนเส้นจำนวนได้ จำนวนจริงจำแนกประเภทได้ดังนี้



- Ex.** (1) ทศนิยมซ้ำ $0.123412341234\dots$, $0.0045674567\dots$ เป็นต้น
 ทศนิยมซ้ำแสดงโดยการใส่จุด (•) บนหลักแรกและหลักสุดท้ายของส่วนทศนิยมซ้ำ
 $0.123412341234\dots \rightarrow 0.\dot{1}23\dot{4}$, $0.0045674567\dots \rightarrow 0.0045\dot{6}\dot{7}$
 เราสามารถแสดงทศนิยมซ้ำเป็นเศษส่วนได้ อ้างอิงจาก (*) ในหน้าถัดไป
- (2) ทศนิยมไม่รู้จบแบบไม่ซ้ำ $\pi = 3.1415926\dots$, $\sqrt{2} = 1.41421356\dots$ เป็นต้น



check

บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ให้ใช้ปุ่ม **FORMAT** เพื่อแสดงจำนวนอตรรกยะในรูปทศนิยม

กด **⇨** เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด **OK**

⇧ **7** **EXE** กด **⇨** เลือก [Decimal (ทศนิยม)] กด **OK**

Standard
Decimal
 ENG Notation
 Sexagesimal

π
 3.141592654

√ **2** **EXE** **⇨** **OK**

$\sqrt{2}$
 1.414213562

สมบัติของจำนวนจริง

- (1) จำนวนจริงมีสมบัติปิดของการบวกและการคูณ
- (2) จำนวนจริง 2 จำนวน สามารถบวก ลบ คูณ หารได้ (แต่ไม่สามารถหารด้วย 0 ได้)
- (3) สมบัติการสลับที่ สมบัติการเปลี่ยนหมู่ และสมบัติการแจกแจงนั้นสามารถใช้ได้กับการบวกและการคูณจำนวนจริง
- (4) กำหนดให้ $ab=0$ แล้ว $a=0$ หรือ $b=0$
 สำหรับจำนวนจริง a , $a^2 \geq 0$ (เท่ากันเมื่อ $a=0$)

วิธีแสดงทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน

เราสามารถแสดงทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วนได้โดยใช้ขั้นตอนต่อไปนี้ ดังนั้นทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วนจึงเป็นจำนวนตรรกยะ

- (i) กำหนดให้ทศนิยมซ้ำเป็น x
- (ii) หาจำนวนหลักที่ซ้ำกันในทศนิยมซ้ำ (โดยกำหนดให้เป็น a) และคำนวณ $10^a x$
- (iii) คำนวณ $10^a x - x$ เพื่อหา x

EXERCISE

◆ แสดงทศนิยมซ้ำต่อไปนี้ในรูปเศษส่วน

(1) $0.\dot{4}$

(i) กำหนดให้ $x = 0.\dot{4} = 0.444\cdots$

(ii) ส่วนที่ซ้ำกันคือ 4 และจำนวนหลักคือ 1 ($a=1$) ดังนั้นเราจึงได้ $10^1 x = 10x = 4.444\cdots$

(iii) นำ (ii) - (i) เพื่อแก้สมการ

$$\begin{array}{r} 10x = 4.444\cdots \\ -) \quad x = 0.444\cdots \\ \hline 9x = 4 \end{array}$$

ด้วยการแก้สมการนี้ เราจะได้ $x = \frac{4}{9}$

$$\frac{4}{9}$$

check

ใช้เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์เพื่อแสดงทศนิยมซ้ำในรูปเศษส่วน

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)], กด $\otimes$ ป้อนทศนิยม 18 ตำแหน่ง

$\odot \cdot 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 \otimes$

(2) $4.\dot{1}2\dot{3}$

(i) กำหนดให้ $x = 4.\dot{1}2\dot{3} = 4.123123\cdots$

(ii) ส่วนที่ซ้ำกันคือ 123 และจำนวนหลักคือ 3 ($a=3$) ดังนั้นเราจึงได้ $10^3 x = 1000x = 4123.123123\cdots$

(iii) นำ (ii) - (i) เพื่อแก้สมการ

$$\begin{array}{r} 1000x = 4123.123123\cdots \\ -) \quad x = 4.123123\cdots \\ \hline 999x = 4119 \end{array}$$

ด้วยการแก้สมการนี้ เราจะได้ $x = \frac{4119}{999} = \frac{1373}{333}$

$$\frac{1373}{333}$$

check

ป้อนทศนิยม 16 ตำแหน่ง

$\odot 4 \cdot 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 2 3 1 \otimes$

PRACTICE

แสดงทศนิยมซ้ำต่อไปนี้เป็นรูปเศษส่วน

(1) $0.\dot{7}\dot{6}$

โดยให้ $x = 0.\dot{7}\dot{6} = 0.7676\cdots$

ส่วนที่ซ้ำกันคือ 76 และจำนวนหลักคือ 2 ($a=2$) ดังนั้นเราจึงได้

$$10^2 x = 100x = 76.7676\cdots$$

$$100x = 76.7676\cdots$$

$$-) \quad x = 0.7676\cdots$$

$$99x = 76$$

ด้วยการแก้สมการนี้ เราจะได้ $x = \frac{76}{99}$

$$\frac{76}{99}$$

check

ป้อนทศนิยม 18 ตำแหน่ง

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ ⑱ EXE

√ [□] □	0.7676767676767676	↕
		76
		99

(2) $1.2\dot{5}\dot{7}$

โดยให้ $x = 1.2\dot{5}\dot{7} = 1.25757\cdots$

ส่วนที่ซ้ำกันคือ 57 และจำนวนหลักคือ 2 ($a=2$) ดังนั้นเราจึงได้

$$10^2 x = 100x = 125.75757\cdots$$

$$100x = 125.75757\cdots$$

$$-) \quad x = 1.25757\cdots$$

$$99x = 124.5$$

ด้วยการแก้ $990x = 1245$ เราจะได้ $x = \frac{1245}{990} = \frac{83}{66}$

$$\frac{83}{66}$$

check

ป้อนทศนิยม 17 ตำแหน่ง

① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⑪ ⑫ ⑬ ⑭ ⑮ ⑯ ⑰ EXE

√ [□] □	1.2575757575757575	↕
		83
		66

ค่าสัมบูรณ์

TARGET

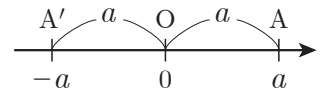
การทำความเข้าใจค่าสัมบูรณ์และเส้นจำนวน

STUDY GUIDE

ค่าสัมบูรณ์และเส้นจำนวน

เส้นจำนวน

ใช้จุด O เป็นจุดอ้างอิงบนเส้นและเป็นจุดที่สอดคล้องกับจำนวนจริง 0 เราเรียกจุดนี้ว่า **จุดกำเนิด** บนเส้นจำนวน ให้ดูที่ A ซึ่งต่างจากจุดกำเนิด O โดยที่ความยาวส่วนของเส้นตรง OA คือ a ดังนั้นเราสามารถกำหนดจำนวนจริงบวก a ได้ นอกจากนี้เมื่อกำหนดให้ a เป็นความยาวส่วนของเส้นตรง OA' ที่ด้านตรงข้ามของจุด A ซึ่งสัมพันธ์กับจุดกำเนิด O และเมื่อดูที่ A' เราสามารถหาจำนวนจริงลบ $-a$ ได้ ดังนั้น เส้นตรงที่มีจุดตรงกับจำนวนจริงในลักษณะนี้เรียกว่า **เส้นจำนวน** ดังนั้นสำหรับจำนวนจริงใด ๆ จะมีจุดคงที่บนเส้นจำนวน เรากล่าวได้ว่าจำนวนจริง x ที่ตรงกับจุด P เรียกว่า **พิกัด** ของจุด P และแสดงเป็น $P(x)$

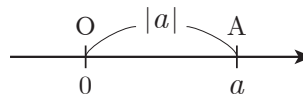


ค่าสัมบูรณ์

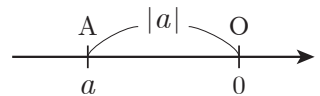
สำหรับจำนวนจริง a เรากล่าวได้ว่าระยะห่างบนเส้นจำนวนจากจุด $P(a)$ ถึงจุดกำเนิด O คือ **ค่าสัมบูรณ์** ของ a ซึ่งแสดงเป็น $|a|$ ในส่วนของค่าสัมบูรณ์ $|a|$ ของจำนวนจริง a เราสามารถหาค่าได้ดังต่อไปนี้

- (i) เมื่อ $a \geq 0$ แล้ว $|a| = a$
- (ii) เมื่อ $a < 0$ แล้ว $|a| = -a$

$a > 0$



$a < 0$



Ex. $|2|=2, |-5|=5, |0|=0$

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงบวกคือจำนวนจริงบวกนั้น และค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริงลบได้มาจากจำนวนตรงข้ามที่เป็นค่าบวกของจำนวนจริงลบนั้น



proof

บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ให้ใช้ฟังก์ชันตารางเพื่อตรวจสอบนิยามค่าสัมบูรณ์

กด 2nd เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด 2nd

กด 2nd เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)]

กด OK ป้อน $f(x)=|x|$

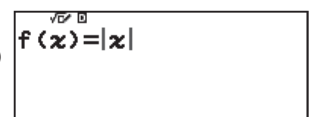
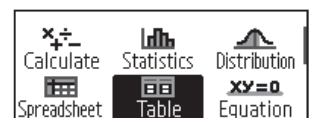
กด 2nd เลือก [Numeric Calc (การคำนวณตัวเลข)] กด OK

เลือก [Absolute Value (ค่าสัมบูรณ์)] กด OK , 2nd EXE

กด 2nd เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-3, End (สิ้นสุด):3, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE



	x	$f(x)$	$g(x)$
1	-3	3	ERROR
2	-2	2	ERROR
3	-1	1	ERROR
4	0	0	ERROR

	x	$f(x)$	$g(x)$
4	0	0	ERROR
5	1	1	ERROR
6	2	2	ERROR
7	3	3	ERROR

จากตาราง ค่าทั้งหมดของ $|-3|, |-2|, |-1|, |0|, |1|, |2|$ และ $|3|$ เป็นจำนวนบวกหรือศูนย์
จากค่าทั้งหมดนี้ คุณสามารถยืนยันได้นิยามนั้นถูกต้อง

๒ หาค่าของ $|x-4|+|x-7|$ เมื่อค่าของ x อยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

(1) $x=-3$

$$|x-4|+|x-7|=|(-3)-4|+|(-3)-7|=|-7|+|-10|=7+10=17$$

17

(2) $x=5$

$$|x-4|+|x-7|=|5-4|+|5-7|=|1|+|-2|=1+2=3$$

3

(3) $x=9$

$$|x-4|+|x-7|=|9-4|+|9-7|=|5|+|2|=5+2=7$$

7

(4) $x=\sqrt{30}$

จาก $\sqrt{30} \approx 5.5$ เราจะได้ $4 < \sqrt{30} < 7$ นั่นคือ $\sqrt{30} - 4 > 0$ และ $\sqrt{30} - 7 < 0$

$$\text{ดังนั้น } |x-4|+|x-7| = |\sqrt{30}-4|+|\sqrt{30}-7| = \sqrt{30}-4 + \{-(\sqrt{30}-7)\} = \sqrt{30}-4-\sqrt{30}+7 = 3$$

3

check

【ปุ่ม FUNCTION (บันทึกฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ได้)】

ปุ่มนี้ช่วยให้คุณบันทึกฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ที่มีตัวแปรต่าง ๆ ลงในเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ และจากนั้นจึงแทนค่าตัวแปรเหล่านั้นเพื่อคำนวณคำตอบได้ ปุ่มนี้มีประโยชน์สำหรับการตรวจสอบค่าตัวเลขต่าง ๆ คุณสามารถคำนวณค่าของสมการสำหรับค่าตัวแปรหลายตัวได้โดยการใช้ฟังก์ชันนี้

บันทึกฟังก์ชัน $|x-4|+|x-7|$ ไปที่ $f(x)$

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด f(x) เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด $\odot$

หลังจากป้อน $f(x)=|x-4|+|x-7|$ แล้ว ให้กด EXE

```
f(x)
g(x)
Define f(x)
Define g(x)
```

```
f(x)=|x-4|+|x-7|
```

(1) $x=-3$

ป้อน $x=-3$ ลงใน $f(x)$ ที่บันทึกไว้ แล้วคำนวณค่า

กด f(x) เลือก [$f(x)$] กด $\odot$, $\ominus$ 3 $\odot$ EXE

```
f(x)
g(x)
Define f(x)
Define g(x)
```

```
f(-3)
17
```

(2) $x=5$

และด้วยวิธีเดียวกัน ให้ป้อน $x=5$ ไปยัง $f(x)$ ที่บันทึกไว้ แล้วคำนวณค่า

f(x) $\odot$ OK 5 $\odot$ EXE

```
f(5)
3
```

(3) $x=9$

และด้วยวิธีเดียวกัน ให้ป้อน $x=9$ ไปยัง $f(x)$ ที่บันทึกไว้ แล้วคำนวณค่า

f(x) $\odot$ OK 9 $\odot$ EXE

```
f(9)
7
```

(4) $x=\sqrt{30}$

และด้วยวิธีเดียวกัน ให้ป้อน $x=\sqrt{30}$ ไปยัง $f(x)$ ที่บันทึกไว้ แล้วคำนวณค่า

f(x) $\odot$ OK $\sqrt{\square}$ 3 0 > $\odot$ EXE

```
f(sqrt(30))
3
```

PRACTICE

① แก่โจทย์ต่อไปนี้

(1) หาค่าของ $|-5-13|$

$$|-5-13|=|-18|=-(-18)=18$$

18

⏮ ✓ ✓ OK OK − 5 − 1 3 EXE

√ −5−13
18

(2) หาค่าของ $|-8|-|-23|$

$$|-8|-|-23|=-(-8)-\{-(-23)\}=8-(+23)=-15$$

-15

⏮ ✓ ✓ OK OK − 8 > − ⏮ ✓ ✓ OK OK − 2 3 EXE

√ −8 − −23
-15

(3) หาค่าของ $|3-\pi|$

จาก $\pi \approx 3.14$ เราจะได้ $3 < \pi$ แล้วเราจะได้ $3-\pi < 0$

ดังนั้น $|3-\pi|=- (3-\pi)=\pi-3$

$\pi-3$

⏮ ✓ ✓ OK OK 3 − ↑ 7 EXE

√ 3−π
0.1415926536

เนื่องจากคำตอบอยู่ในรูปทศนิยม ให้ยืนยัน

ว่าคำตอบดังกล่าวเท่ากับ $\pi-3$

Ans − (↑ 7 − 3) EXE

√ Ans−(π−3)
0

(4) บนเส้นจำนวน ให้หาระยะห่างระหว่าง 2 จุด A(12) และ B(3)

$$AB=|3-12|=|-9|=-(-9)=9$$

9

⏮ ✓ ✓ OK OK 3 − 1 2 EXE

√ 3−12
9

๒ หาค่าของ $|x-1|+|x-3|$ เมื่อค่าของ x อยู่ในรูปแบบดังต่อไปนี้

(1) $x=-1$

$$|x-1|+|x-3|=|(-1)-1|+|(-1)-3|=|-2|+|-4|=2+4=6$$

6

(2) $x=2$

$$|x-1|+|x-3|=|2-1|+|2-3|=|1|+|-1|=1+1=2$$

2

(3) $x=4$

$$|x-1|+|x-3|=|4-1|+|4-3|=|3|+|1|=3+1=4$$

4

(4) $x=\sqrt{3}$

จาก $\sqrt{3} \approx 1.7$ เราจะได้ $1 < \sqrt{3} < 3$ นั่นคือ $\sqrt{3}-1 > 0$ และ $\sqrt{3}-3 < 0$

$$\begin{aligned} |x-1|+|x-3| &= |\sqrt{3}-1|+|\sqrt{3}-3| = \sqrt{3}-1+\{-(\sqrt{3}-3)\} \\ &= \sqrt{3}-1-\sqrt{3}+3=2 \end{aligned}$$

2

check

กด f(x) เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=|x-1|+|x-3|$ แล้ว ให้กด EXE

$$f(x)=|x-1|+|x-3|$$

(1) $x=-1$

กด f(x) เลือก [f(x)] กด OK , (-) (1) () EXE

$$f(-1)$$

(2) $x=2$

f(x) OK (2) () EXE

$$f(2)$$

(3) $x=4$

f(x) OK (4) () EXE

$$f(4)$$

(4) $x=\sqrt{3}$

f(x) OK $\sqrt{\square}$ (3) (>) () EXE

$$f(\sqrt{3})$$

การคำนวณนิพจน์ที่มีเครื่องหมายราก (1)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการทำให้นิพจน์ที่มีเครื่องหมายรากในตัวส่วนเป็นจำนวนตรรกยะ

STUDY GUIDE

รากที่สองและสมบัติของรากที่สอง

รากที่สอง

จำนวนที่ยกกำลังสองแล้วได้ a เรียกว่า **รากที่สอง** ของ a มีรากที่สองของจำนวนบวก a 2 ค่า คือค่าบวก ($\sqrt{a}$) และค่าลบ ($-\sqrt{a}$) เนื่องจากไม่มีจำนวนใดที่เป็นลบเมื่อยกกำลังสอง จึงไม่มีรากที่สองของจำนวนลบในช่วงของจำนวนจริง และรากที่สองของ 0 คือ 0

Ex. รากที่สองของ 3 คือ $\sqrt{3}$ และ $-\sqrt{3}$ และรากที่สองของ 4 คือ $\sqrt{4} = 2$ และ $-\sqrt{4} = -2$

สมบัติของรากที่สอง

สมบัติของรากที่สองโดยทั่วไปอธิบายได้ดังต่อไปนี้

$$(i) \text{ เมื่อ } a \geq 0, (\sqrt{a})^2 = a, (-\sqrt{a})^2 = a$$

$$(ii) \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a & (\text{เมื่อ } a \geq 0) \\ -a & (\text{เมื่อ } a < 0) \end{cases}$$

$$(iii) \text{ เมื่อ } a > 0 \text{ และ } b > 0, \sqrt{a}\sqrt{b} = \sqrt{ab}, \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$(iv) \text{ เมื่อ } a > 0 \text{ และ } k > 0, \sqrt{k^2 a} = k\sqrt{a}$$

Ex. $(\sqrt{5})^2 = 5, (-\sqrt{5})^2 = 5, \sqrt{7^2} = 7, \sqrt{(-7)^2} = 7$

การทำให้ตัวส่วนเป็นจำนวนตรรกยะ

การเปลี่ยนตัวเลขหรือนิพจน์ที่มีเครื่องหมายราก ให้เป็นตัวเลขหรือนิพจน์ที่ไม่มีเครื่องหมายราก จะเรียกว่า

การทำให้ตัวส่วนเป็นจำนวนตรรกยะ

เราใช้ความสัมพันธ์ $\sqrt{a}\sqrt{a} = (\sqrt{a})^2 = a, (\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = (\sqrt{a})^2 - (\sqrt{b})^2 = a - b$

$$(i) \frac{A}{\sqrt{a}} = \frac{A\sqrt{a}}{a}$$

$$(ii) \frac{A}{\sqrt{a} - \sqrt{b}} = \frac{A(\sqrt{a} + \sqrt{b})}{a - b}$$

$$(iii) \frac{A}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{A(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

explanation

$$(i) \frac{A}{\sqrt{a}} = \frac{A}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{A\sqrt{a}}{(\sqrt{a})^2} = \frac{A\sqrt{a}}{a}$$

$$(ii) \frac{A}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{A}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{A(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{A(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{A(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{a-b}$$

$$(iii) \frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{A}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{A(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})} = \frac{A(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2} = \frac{A(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{a-b}$$

แม้ว่าจะไม่ได้กล่าวถึงในส่วนนี้ แต่ก็สามารถทำให้ตัวเศษเป็นจำนวนตรรกยะได้เช่นกัน

EXERCISE



◆ ทำให้ตัวส่วนเป็นจำนวนตรรกยะในนิพจน์ต่อไปนี้

$$(1) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{5}$$

$\sqrt{\square}$ 3 > $\sqrt{\square}$ 5 $\square$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{7-5} = \frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{2}$$

$\sqrt{\square}$ 2 > $\sqrt{\square}$ 7 > + $\sqrt{\square}$ 5 $\square$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{14}-\sqrt{10}}{2}$$

$$(3) \frac{3\sqrt{5}-4}{2\sqrt{5}-3}$$

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{5}-4}{2\sqrt{5}-3} &= \frac{3\sqrt{5}-4}{2\sqrt{5}-3} \cdot \frac{2\sqrt{5}+3}{2\sqrt{5}+3} = \frac{(3\sqrt{5}-4)(2\sqrt{5}+3)}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)} = \frac{3\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} \cdot 3 - 4 \cdot 2\sqrt{5} - 4 \cdot 3}{(2\sqrt{5})^2 - 3^2} \\ &= \frac{30 + 9\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 12}{20 - 9} = \frac{18 + \sqrt{5}}{11} \end{aligned}$$

$$\frac{18 + \sqrt{5}}{11}$$

$\sqrt{\square}$ 3 $\sqrt{\square}$ 5 > - 4 $\sqrt{\square}$ 2 $\sqrt{\square}$ 5 > - 3 $\square$

$$\frac{3\sqrt{5}-4}{2\sqrt{5}-3} = \frac{18+\sqrt{5}}{11}$$

PRACTICE

◆ ทำให้ตัวส่วนเป็นจำนวนตรรกยะในนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{14}}{2}$$

$\sqrt{\square}$ 7 > $\frac{\square}{\square}$ $\sqrt{\square}$ 2 EXE

$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{14}}{2}$
-----------------------------	-----------------------

(2) $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned} \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} &= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})} = \frac{2\sqrt{14}+4}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{2\sqrt{14}+4}{7-2} = \frac{2\sqrt{14}+4}{5} \end{aligned}$$

$$\frac{2\sqrt{14}+4}{5}$$

2 $\sqrt{\square}$ 2 > $\frac{\square}{\square}$ $\sqrt{\square}$ 7 > - $\sqrt{\square}$ 2 EXE

$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$	$\frac{4+2\sqrt{14}}{5}$
---------------------------------------	--------------------------

(3) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} &= \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}} \cdot \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}} = \frac{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})}{(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})} \\ &= \frac{3\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3} - (3\sqrt{2})^2 - (2\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2}}{(2\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{2})^2} = \frac{6\sqrt{6} - 18 - 12 + 6\sqrt{6}}{12 - 18} \\ &= \frac{-30 + 12\sqrt{6}}{-6} = 5 - 2\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$5 - 2\sqrt{6}$$

$\frac{\square}{\square}$ 3 $\sqrt{\square}$ 2 > - 2 $\sqrt{\square}$ 3 $\sqrt{\square}$ 2 $\sqrt{\square}$ 3 > + 3 $\sqrt{\square}$ 2 EXE

$\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}}$	$5-2\sqrt{6}$
---	---------------

การคำนวณนิพจน์ที่มีเครื่องหมายราก (2)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการหาค่าของนิพจน์ที่มีเครื่องหมายราก

STUDY GUIDE

ค่าของนิพจน์

ค่าของนิพจน์

หากนิพจน์มีเครื่องหมายรากในตัวส่วนเป็นตัวแปร โดยพื้นฐานแล้วเราจะทำให้ตัวส่วนเป็นจำนวนตรรกยะของนิพจน์ นอกจากนี้ หากยังไม่ได้เรียงนิพจน์ เราจะเรียงนิพจน์ก่อนแล้วจึงแทนค่า ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับสูตรที่จะคำนวณ เราอาจหาค่าของนิพจน์ได้โดยใช้นิพจน์เชิงสัมพันธ์จากสูตรการคูณ

นิพจน์ที่คล้ายกัน

$x^2 + y^2$ และ $y^2 + x^2$ ที่สร้างโดยการสลับที่ x และ y เท่านั้น นิพจน์รูปแบบนี้ ซึ่งไม่เปลี่ยนแปลงเมื่อสลับที่ตัวแปร จะเรียกว่า **นิพจน์ที่คล้ายกัน** ในส่วนนี้เรียกว่า **พหุนามที่คล้ายกัน** ตัวอย่างต่อไปนี้จะแสดงถึงการแปลงนิพจน์ที่คล้ายกัน

$$(i) \quad x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$$

$$(ii) \quad x^2y + xy^2 = xy(x + y)$$

$$(iii) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy}$$

$$(iv) \quad (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$$

$$(v) \quad x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

explanation

$$(i) \quad x^2 + y^2 = x^2 + y^2 + 2xy - 2xy = (x^2 + 2xy + y^2) - 2xy = (x + y)^2 - 2xy$$

$$(ii) \quad x^2y + xy^2 = xy \cdot x + xy \cdot y = xy(x + y)$$

$$(iii) \quad \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{y}{xy} + \frac{x}{xy} = \frac{x + y}{xy}$$

$$(iv) \quad \text{ใช้ (i), } (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = (x + y)^2 - 2xy - 2xy = (x + y)^2 - 4xy$$

$$(v) \quad x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3x^2y + 3xy^2 - 3x^2y - 3xy^2 = (x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3) - 3xy \cdot x - 3xy \cdot y \\ = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

Ex. เมื่อ $x + y = 1, xy = -1$ ให้หาค่าของ $x^2 + y^2$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 1^2 - 2 \cdot (-1) = 3$$

EXERCISE

◆ เมื่อ $x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ และ $y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ ให้หาค่าของนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $x + y$

ก่อนอื่น ทำให้ตัวส่วนของ x และ y เป็นจำนวนตรรกยะ

$$x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3} = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$$

$$x + y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} = \sqrt{5}$$

$\sqrt{5}$

OTHER METHODS

$$x + y = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{5}}{5 - 3} = \sqrt{5}$$

(2) xy

$$xy = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} = \frac{(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{4} = \frac{5 - 3}{4} = \frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$

(3) $x^2 + y^2$

แทนที่ผลลัพธ์จาก (1) และ (2) ลงใน $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

$$(x + y)^2 - 2xy = (\sqrt{5})^2 - 2 \cdot \frac{1}{2} = 4$$

4

(4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

แทนที่ผลลัพธ์จาก (1) และ (2) ลงใน $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x + y}{xy}$

$$\frac{x + y}{xy} = \frac{\sqrt{5}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{5}$$

$2\sqrt{5}$



check

เครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์สามารถบันทึกค่าของตัวแปรในหน่วยความจำของตัวแปร คุณสามารถตรวจสอบผลการคำนวณของตัวแปรต่าง ๆ ได้

ป้อน $x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ ในหน่วยความจำ x และ $y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ ในหน่วยความจำ y

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด OK

กด $\odot$ เลือกหน่วยความจำ x หลังจากป้อน $x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ แล้ว ให้กด EXE

A=0	B=0
C=0	D=0
E=0	F=0
x=0	y=0
z=0	

$$x = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

A=0	B=0
C=0	D=0
E=0	F=0
x=0.25200858	y=0
z=0	

ด้วยวิธีการเดียวกัน เลือกหน่วยความจำ y หลังจากป้อน $y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ แล้ว ให้กด EXE $\odot$

A=0	B=0
C=0	D=0
E=0	F=0
x=0.25200858	y=0
z=0	

$$y = \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$$

A=0	B=0
C=0	D=0
E=0	F=0
x=0.25200858	y=1.98405939
z=0	

เข้าสู่หน่วยความจำ x และหน่วยความจำ y จากนั้นจึงคำนวณค่าของแต่ละนิพจน์

(1) $x + y$

$\uparrow$ $\odot$ $+$ $\uparrow$ $\odot$ EXE

$$x + y$$

(2) xy

$\uparrow$ $\odot$ $\times$ $\uparrow$ $\odot$ EXE

$$x \times y$$

(3) $x^2 + y^2$

$\uparrow$ $\odot$ $\square^2$ $+$ $\uparrow$ $\odot$ $\square^2$ EXE

$$x^2 + y^2$$

(4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

$\odot$ EXE $\uparrow$ $\odot$ $>$ $+$ $\odot$ EXE $\uparrow$ $\odot$ EXE $\uparrow$ $\odot$ EXE

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$$

หลังจากการคำนวณ ให้ล้างหน่วยความจำสำหรับการคำนวณครั้งต่อไป

กด EXE เลือก [Reset (รีเซ็ต)] กด OK เลือก [Variable Memory (หน่วยความจำตัวแปร)] กด OK เลือก [Yes (ใช่)] กด OK

PRACTICE

◆ เมื่อ $x = \frac{1}{\sqrt{7}+2}$ และ $y = \frac{1}{\sqrt{7}-2}$ ให้หาค่าของนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $x + y$

ก่อนอื่น ทำให้ตัวส่วนของ x และ y เป็นจำนวนตรรกยะ

$$x = \frac{1}{\sqrt{7}+2} = \frac{\sqrt{7}-2}{(\sqrt{7}+2)(\sqrt{7}-2)} = \frac{\sqrt{7}-2}{7-4} = \frac{\sqrt{7}-2}{3}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{7}-2} = \frac{\sqrt{7}+2}{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)} = \frac{\sqrt{7}+2}{7-4} = \frac{\sqrt{7}+2}{3}$$

$$x + y = \frac{\sqrt{7}-2}{3} + \frac{\sqrt{7}+2}{3} = \frac{\sqrt{7}-2+\sqrt{7}+2}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3}$$

$$\frac{2\sqrt{7}}{3}$$

(2) xy

$$xy = \frac{\sqrt{7}-2}{3} \cdot \frac{\sqrt{7}+2}{3} = \frac{(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)}{9} = \frac{7-4}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

(3) $x^2 + y^2$

แทนที่ผลลัพธ์จาก (1) และ (2) ลงใน $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$

$$(x + y)^2 - 2xy = \left(\frac{2\sqrt{7}}{3}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{22}{9}$$

$$\frac{22}{9}$$

(4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

แทนที่ผลลัพธ์จาก (1) และ (2) ลงใน $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{x+y}{xy}$

$$\frac{x+y}{xy} = \frac{\frac{2\sqrt{7}}{3}}{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{7}$$

$$2\sqrt{7}$$

check

กด 2ND เลือกหน่วยความจำ x หลังจากป้อน $x = \frac{1}{\sqrt{7}+2}$
แล้ว ให้กด EXE

Calculator screen showing the expression $x = \frac{1}{\sqrt{7}+2}$ and the result $2\sqrt{7}/3$.

ด้วยวิธีการเดียวกัน เลือกหน่วยความจำ y หลังจากป้อน
 $y = \frac{1}{\sqrt{7}-2}$ แล้ว ให้กด EXE 5

Calculator screen showing the expression $y = \frac{1}{\sqrt{7}-2}$ and the result $1/3$.

(1) $x + y$

↑ 0 $+$ ↑ $.$ EXE

Calculator screen showing the expression $x+y$ and the result $2\sqrt{7}/3$.

(2) xy

↑ 0 $\times$ ↑ $.$ EXE

Calculator screen showing the expression $x \times y$ and the result $1/3$.

(3) $x^2 + y^2$

↑ 0 □^2 $+$ ↑ $.$ □^2 EXE

Calculator screen showing the expression x^2+y^2 and the result $22/9$.

(4) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$

1 □ ↑ 0 $>$ $+$ 1 □ ↑ $.$ EXE

Calculator screen showing the expression $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ and the result $2\sqrt{7}$.

หลังจากการคำนวณ อย่าลืมล้างหน่วยความจำ

กด ≡ เลือก [Reset (รีเซ็ต)] กด OK เลือก [Variable Memory (หน่วยความจำตัวแปร)]

กด OK เลือก [Yes (ใช่)] กด OK

การคำนวณนิพจน์ที่มีเครื่องหมายราก (3)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการบวกและลบรากซ้อน

STUDY GUIDE

รากซ้อน

เมื่อมีเครื่องหมายรากอยู่ภายในเครื่องหมายรากอีกอันหนึ่ง เราเรียกว่า **รากซ้อน** หากมีรากที่สองซ้อนกัน เราจะต้องนำเครื่องหมายรากด้านนอกออก ในส่วนนี้ เราจะดูเฉพาะเครื่องหมายรากที่สามารถนำออกได้ รากซ้อนสามารถนำออกได้ หากเราสามารถแสดงเครื่องหมายดังกล่าวในรูปกำลังสองของตัวเลขหรือนิพจน์ได้โดยใช้สูตรการคูณภายใต้เครื่องหมายราก

Ex. $\sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{(3+2)+2\sqrt{3}\cdot 2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

โดยทั่วไปจะแสดงดังต่อไปนี้

(i) เมื่อ $a>0$ และ $b>0$, $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

(ii) เมื่อ $a>b>0$, $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

explanation

(i) $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} = \sqrt{(\sqrt{a})^2 + 2\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2} = \sqrt{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

(ii) $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{(\sqrt{a})^2 - 2\cdot\sqrt{a}\cdot\sqrt{b} + (\sqrt{b})^2} = \sqrt{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

EXERCISE



◆ จงหาผลสำเร็จของนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $\sqrt{8+2\sqrt{15}}$

มีจำนวนบวก 2 ตัวคือ 5 และ 3 ที่มีผลรวมเป็น 8 และมีผลคูณเป็น 15

$$\sqrt{8+2\sqrt{15}} = \sqrt{(5+3)+2\sqrt{5 \cdot 3}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2} = \sqrt{5} + \sqrt{3}$$

$$\underline{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$$

$\sqrt{\text{8} + 2 \sqrt{\text{15}}} - (\sqrt{\text{5}} + \sqrt{\text{3}})$

$$\sqrt{8+2\sqrt{15}} - (\sqrt{5} + \sqrt{3})$$

(2) $\sqrt{8-2\sqrt{7}}$

มีจำนวนบวก 2 ตัวคือ 7 และ 1 ที่มีผลรวมเป็น 8 และมีผลคูณเป็น 7

$$\sqrt{8-2\sqrt{7}} = \sqrt{(7+1)-2\sqrt{7 \cdot 1}} = \sqrt{(\sqrt{7})^2 - 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{1} + (\sqrt{1})^2} = \sqrt{(\sqrt{7} - \sqrt{1})^2} = \sqrt{7} - 1$$

$$\underline{\sqrt{7} - 1}$$

$\sqrt{\text{8} - 2 \sqrt{\text{7}}} - (\sqrt{\text{7}} - \text{1})$

$$\sqrt{8-2\sqrt{7}} - (\sqrt{7} - 1)$$

(3) $\sqrt{9+6\sqrt{2}}$

$$\sqrt{9+6\sqrt{2}} = \sqrt{9+2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{9+2\sqrt{3^2 \cdot 2}} = \sqrt{9+2\sqrt{18}}$$

มีจำนวนบวก 2 ตัวคือ 6 และ 3 ที่มีผลรวมเป็น 9 และมีผลคูณเป็น 18

$$\sqrt{9+2\sqrt{18}} = \sqrt{(6+3)+2\sqrt{6 \cdot 3}} = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{(\sqrt{6} + \sqrt{3})^2} = \sqrt{6} + \sqrt{3}$$

$$\underline{\sqrt{6} + \sqrt{3}}$$

$\sqrt{\text{9} + 6 \sqrt{\text{2}}} - (\sqrt{\text{6}} + \sqrt{\text{3}})$

$$\sqrt{9+6\sqrt{2}} - (\sqrt{6} + \sqrt{3})$$

PRACTICE

◆ จงหาผลสำเร็จของนิพจน์ต่อไปนี้

(1) $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}}$

มีจำนวนบวก 2 ตัวคือ 5 และ 2 ที่มีผลรวมเป็น 7 และมีผลคูณเป็น 10

$$\begin{aligned}\sqrt{7 + 2\sqrt{10}} &= \sqrt{(5 + 2) + 2\sqrt{5 \cdot 2}} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{(\sqrt{5} + \sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{5} + \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\sqrt{5} + \sqrt{2}$$

$\sqrt{\square}$ 7 + 2 $\sqrt{\square}$ 1 0 > > - ($\sqrt{\square}$ 5 > + $\sqrt{\square}$ 2 >) EXE

$$\sqrt{7+2\sqrt{10}} - (\sqrt{5} + \sqrt{2})$$

(2) $\sqrt{12 - 2\sqrt{20}}$

มีจำนวนบวก 2 ตัวคือ 10 และ 2 ที่มีผลรวมเป็น 12 และมีผลคูณเป็น 20

$$\begin{aligned}\sqrt{12 - 2\sqrt{20}} &= \sqrt{(10 + 2) - 2\sqrt{10 \cdot 2}} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 - 2 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{10} - \sqrt{2})^2} = \sqrt{10} - \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\sqrt{10} - \sqrt{2}$$

$\sqrt{\square}$ 1 2 - 2 $\sqrt{\square}$ 2 0 > > - ($\sqrt{\square}$ 1 0 > - $\sqrt{\square}$ 2 >) EXE

$$\sqrt{12-2\sqrt{20}} - (\sqrt{10} - \sqrt{2})$$

(3) $\sqrt{18 - 8\sqrt{2}}$

$$\sqrt{18 - 8\sqrt{2}} = \sqrt{18 - 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{2}} = \sqrt{18 - 2\sqrt{4^2 \cdot 2}} = \sqrt{18 - 2\sqrt{32}}$$

มีจำนวนบวก 2 ตัวคือ 16 และ 2 ที่มีผลรวมเป็น 18 และมีผลคูณเป็น 32

$$\begin{aligned}\sqrt{18 - 2\sqrt{32}} &= \sqrt{(16 + 2) - 2\sqrt{16 \cdot 2}} = \sqrt{(\sqrt{16})^2 - 2 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2} \\ &= \sqrt{(\sqrt{16} - \sqrt{2})^2} = 4 - \sqrt{2}\end{aligned}$$

$$4 - \sqrt{2}$$

$\sqrt{\square}$ 1 8 - 8 $\sqrt{\square}$ 2 > > - (4 - $\sqrt{\square}$ 2 >) EXE

$$\sqrt{18-8\sqrt{2}} - (4 - \sqrt{2})$$

อสมการเชิงเส้น (1)

TARGET

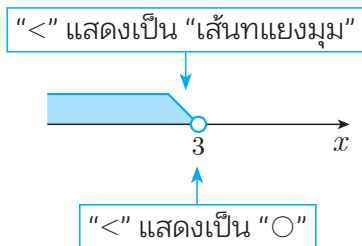
การทำความเข้าใจสมบัติพื้นฐานของอสมการ

STUDY GUIDE

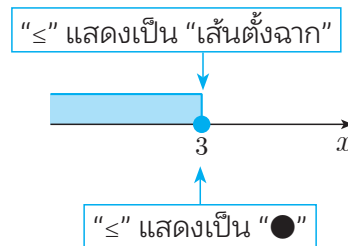
อสมการ

นิพจน์ที่ใช้เครื่องหมายอสมการ ($<$, $>$, $\leq$ และ $\geq$) เพื่อแสดงความสัมพันธ์เชิงขนาดของ 2 จำนวนหรือนิพจน์เรียกว่า **อสมการ** ช่วงของค่าของ x ที่ตรงกับอสมการมักจะแสดงบนเส้นจำนวน

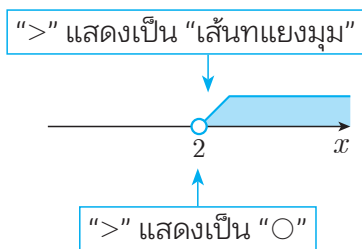
Ex. (1) x น้อยกว่า 3 $\rightarrow x < 3$



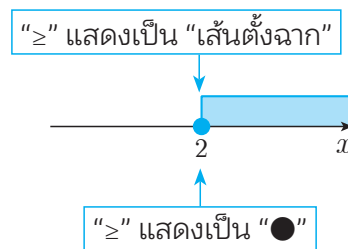
(2) x น้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 $\rightarrow x \leq 3$



(3) x มากกว่า 2 $\rightarrow x > 2$



(4) x มากกว่าหรือเท่ากับ 2 $\rightarrow x \geq 2$



(5) x มากกว่า 2 และน้อยกว่า 3 $\rightarrow 2 < x < 3$



(6) x มากกว่าหรือเท่ากับ 2 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 3 $\rightarrow 2 \leq x \leq 3$



สมบัติของอสมการ

อสมการมีสมบัติดังต่อไปนี้

(i) หาก $a < b$ และ $b < c$ แล้ว $a < c$

(ii) หาก $a < b$ แล้ว $a + c < b + c$, $a - c < b - c$

(iii) เมื่อ $m > 0$ หาก $a < b$ แล้ว $ma < mb$, $\frac{a}{m} < \frac{b}{m}$

เมื่อ $m < 0$ หาก $a < b$ แล้ว $ma > mb$, $\frac{a}{m} > \frac{b}{m}$

EXERCISE

◆ หาช่วงของค่าที่เป็นไปได้ที่แสดงในนิพจน์ต่อไปนี้ โดยกำหนดจำนวน x ในช่วง $2 < x < 5$

(1) $x+4$

โดยการบวก 4 ที่แต่ละด้านของ $2 < x < 5$ เราจะได้ $2+4 < x+4 < 5+4$

ดังนั้น $6 < x+4 < 9$

$6 < x+4 < 9$

(2) $5x$

โดยการคูณแต่ละด้านของ $2 < x < 5$ ด้วย 5 เราจะได้ $2 \cdot 5 < x \cdot 5 < 5 \cdot 5$

ดังนั้น $10 < 5x < 25$

$10 < 5x < 25$

(3) $-3x$

โดยการคูณแต่ละด้านของ $2 < x < 5$ ด้วย -3 เราจะได้ $2 \cdot (-3) > x \cdot (-3) > 5 \cdot (-3)$

ดังนั้น จาก $-6 > -3x > -15$ เราจะได้ $-15 < -3x < -6$

$-15 < -3x < -6$

(4) $-2x+3$

โดยการคูณแต่ละด้านของ $2 < x < 5$ ด้วย -2 เราจะได้ $2 \cdot (-2) > x \cdot (-2) > 5 \cdot (-2)$

ดังนั้น จาก $-4 > -2x > -10$ เราจะได้ $-10 < -2x < -4$

โดยการบวก 3 ที่แต่ละด้าน เราจะได้ $-10+3 < -2x+3 < -4+3$

ดังนั้น $-7 < -2x+3 < -1$

$-7 < -2x+3 < -1$

PRACTICE

◆ หาช่วงของค่าที่เป็นไปได้ที่แสดงในนิพจน์ต่อไปนี้ โดยกำหนดจำนวน x ในช่วง $-3 < x < 7$

(1) $x-2$

โดยการบวก -2 ที่แต่ละด้านของ $-3 < x < 7$ เราจะได้ $-3-2 < x-2 < 7-2$

ดังนั้น $-5 < x-2 < 5$

$-5 < x-2 < 5$

(2) $3x$

โดยการคูณแต่ละด้านของ $-3 < x < 7$ ด้วย 3 เราจะได้ $-3 \cdot 3 < x \cdot 3 < 7 \cdot 3$

ดังนั้น $-9 < 3x < 21$

$-9 < 3x < 21$

(3) $-4x$

โดยการคูณแต่ละด้านของ $-3 < x < 7$ ด้วย -4 เราจะได้ $-3 \cdot (-4) > x \cdot (-4) > 7 \cdot (-4)$

ดังนั้น จาก $12 > -4x > -28$ เราจะได้ $-28 < -4x < 12$

$-28 < -4x < 12$

(4) $-5x+6$

โดยการคูณแต่ละด้านของ $-3 < x < 7$ ด้วย -5 เราจะได้ $-3 \cdot (-5) > x \cdot (-5) > 7 \cdot (-5)$

ดังนั้น จาก $15 > -5x > -35$ เราจะได้ $-35 < -5x < 15$

โดยการบวก 6 ที่แต่ละด้าน เราจะได้ $-35+6 < -5x+6 < 15+6$

ดังนั้น $-29 < -5x+6 < 21$

$-29 < -5x+6 < 21$

อสมการเชิงเส้น (2)

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการแก้สมการเชิงเส้น

STUDY GUIDE

วิธีแก้สมการเชิงเส้น

อสมการที่แสดงช่วงของค่าที่เป็นไปได้สำหรับ x เรียกว่า **อสมการ** สำหรับ x ค่าของ x ที่ตรงกับอสมการสำหรับ x เรียกว่า **คำตอบของอสมการ** การหาคำตอบทั้งหมดของอสมการเรียกว่า **การแก้สมการ** เมื่อเรียงพจน์ทั้งหมดของอสมการทางด้านซ้าย เช่น "(นิพจน์เชิงเส้นของ x) ≥ 0 " หรือ "(นิพจน์เชิงเส้นของ x) < 0 " แล้วด้านซ้ายคืออสมการที่แสดงเป็นนิพจน์เชิงเส้น ซึ่งเรียกว่า **อสมการเชิงเส้น**

Ex. วิธีแก้สมการเชิงเส้น $3x-5<7$

จากสมบัติของอสมการ หาก $a<b$ แล้ว $a+c<b+c$ เราจะได้ $3x-5+5<7+5$ และ $3x<12$... (i)

จากสมบัติของอสมการ เมื่อ $m>0$ หาก $a<b$ แล้ว $\frac{a}{m}<\frac{b}{m}$ เราจะได้ $\frac{3x}{3}<\frac{12}{3}$ และ $x<4$... (ii)

ดังนั้น ในนิพจน์ที่ได้มาจาก (i) โดยการแปลงด้านบน เราสามารถพิจารณาการย้าย -5 จาก $3x-5<7$ ไปทางด้านขวาได้ ซึ่งจะเปลี่ยนเครื่องหมายเป็น $+5$ ดังนั้น เราจะได้ $3x<7+5$ กล่าวอีกนัยหนึ่งคือสามารถแก้สมการได้โดยการย้ายข้าง **เช่นเดียวกับการแก้สมการ**

EXERCISE

1) แก้สมการเชิงเส้นต่อไปนี้

(1) $4x-3<2x+9$

ย้ายข้างเพื่อให้ได้ $4x-2x<9+3$

เรียงให้เป็น $2x<12$

หารทั้งสองข้างด้วย 2 นั่นคือ $x<6$

$x<6$



check

บนเครื่องคิดเลขวิทยาศาสตร์ ให้ใช้ฟังก์ชันตารางเพื่อเปรียบเทียบอสมการทั้งสองข้าง
กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด $\odot$ แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define f(x)/g(x) (กำหนดค่า f(x)/g(x))]

กด $\odot$ เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด $\odot$

หลังจากป้อน $f(x)=4x-3$ แล้ว ให้กด $\odot$

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=2x+9$

$\times \div$	$\bar{\square}$	$\square$
Calculate	Statistics	Distribution
$\square$	$\square$	$XY=0$
Spreadsheet	Table	Equation

$f(x)=4x-3$

$g(x)=2x+9$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด $\odot$

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):4, End (สิ้นสุด):7, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด $\odot$

Table Range			
Start : 4			
End : 7			
Step : 1			

ตรวจสอบจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบในตารางสำหรับสมการ

เมื่อ $x<6$ แล้ว $4x-3<2x+9$

เมื่อ $x=6$ แล้ว $4x-3=2x+9$

เมื่อ $x>6$ แล้ว $4x-3>2x+9$ จึงสามารถตรวจสอบแต่ละข้อได้

	x	$f(x)$	$g(x)$
1	4	13	17
2	5	17	19
3	6	21	21
4	7	25	23

(2) $5x+6 \geq 8x-9$

ย้ายข้างเพื่อให้ได้ $5x-8x \geq -9-6$

เรียงเป็น $-3x \geq -15$

หารทั้งสองข้างด้วย -3 นั่นคือ $x \leq 5$

$x \leq 5$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด F1 เลือก [Define f(x)/g(x) (กำหนดค่า f(x)/g(x))] กด OK

กด F2 เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=5x+6$ แล้ว ให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=8x-9$

กด F6 เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):3, End (สิ้นสุด):6, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

f(x)=5x+6	
-----------	--

g(x)=8x-9	
-----------	--

Table Range	
Start:	3
End:	6
Step:	1

เมื่อ $x < 5$ แล้ว $5x+6 > 8x-9$

เมื่อ $x = 5$ แล้ว $5x+6 = 8x-9$

เมื่อ $x > 5$ แล้ว $5x+6 < 8x-9$ จึงสามารถตรวจสอบแต่ละข้อได้

x	f(x)	g(x)
1	11	-1
2	16	7
3	21	15
4	26	23

(3) $\frac{1}{3}x - 1 \leq \frac{1}{2}x + 1$

คูณทั้งสองข้างด้วย 6 เพื่อจะได้ $\left(\frac{1}{3}x - 1\right) \cdot 6 \leq \left(\frac{1}{2}x + 1\right) \cdot 6$

ถอดวงเล็บออกเพื่อจะได้ $2x - 6 \leq 3x + 6$

ย้ายข้างเพื่อให้ได้ $2x - 3x \leq 6 + 6$

จะได้ $-x \leq 12$

หารทั้งสองข้างด้วย -1 นั่นคือ $x \geq -12$

$x \geq -12$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด F1 เลือก [Define f(x)/g(x) (กำหนดค่า f(x)/g(x))] กด OK เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=\frac{1}{3}x - 1$ แล้ว ให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=\frac{1}{2}x + 1$

กด F6 เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-13, End (สิ้นสุด):-10, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

f(x)=1/3x-1	
-------------	--

g(x)=1/2x+1	
-------------	--

Table Range	
Start:	-13
End:	-10
Step:	1

เมื่อ $x < -12$ แล้ว $\frac{1}{3}x - 1 > \frac{1}{2}x + 1$

เมื่อ $x = -12$ แล้ว $\frac{1}{3}x - 1 = \frac{1}{2}x + 1$

เมื่อ $x > -12$ แล้ว $\frac{1}{3}x - 1 < \frac{1}{2}x + 1$ จึงสามารถตรวจสอบแต่ละข้อได้

x	f(x)	g(x)
1	-2.333	-0.5
2	-1.666	0.5
3	-1.0	1.5
4	-0.333	2.5

- ② หากสินค้า A 1 ชิ้นราคา 8 ดอลลาร์ และสินค้า B 1 ชิ้นราคา 5 ดอลลาร์ และคุณต้องการซื้อ 10 ชิ้นในราคารวมน้อยกว่าหรือเท่ากับ 62 ดอลลาร์ คุณควรซื้อสินค้า A จำนวนสูงสุดกี่ชิ้น
- โดยกำหนดให้จำนวนชิ้นของสินค้า A เป็น x ชิ้น
- จำนวนของสินค้า B คือ $(10-x)$ ชิ้น ดังนั้นค่าใช้จ่ายทั้งหมดคือ $\$ \{8x+5(10-x)\}$.
- เนื่องจากน้อยกว่าหรือเท่ากับ 62 ดอลลาร์ เราจะได้ $8x+5(10-x) \leq 62$
- ดังนั้น คำตอบก็คือ $8x+50-5x \leq 62, 8x-5x \leq 62-50, 3x \leq 12$ ดังนั้น $x \leq 4$
- ดังนั้น คุณควรซื้อสินค้า A 4 ชิ้นหรือน้อยกว่า

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot\odot\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=8x+5(10-x)$ แล้ว ให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=62$

กด $\odot\odot\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):0, End (สิ้นสุด):4, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

เมื่อ $x \leq 4$ เราจะสามารถยืนยันได้ว่า $8x+5(10-x) \leq 62$

4 ชิ้นหรือน้อยกว่า

$$f(x)=8x+5(10-x)$$

$$g(x)=62$$

Table Range
Start:0
End :4
Step :1

x	$f(x)$	$g(x)$
1	53	62
2	56	62
3	59	62
4	62	62

PRACTICE

■ แก้อสมการเชิงเส้นต่อไปนี้

(1) $7x-4 < 4x+8$

ย้ายข้างเพื่อให้ได้ $7x-4x < 8+4$

จะได้ $3x < 12$

หารทั้งสองข้างด้วย 3 นั่นคือ $x < 4$

$x < 4$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้ว

ล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด F1 เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=7x-4$ แล้วให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=4x+8$

กด F2 เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):2, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

เมื่อ $x < 4$ แล้ว $7x-4 < 4x+8$,

เมื่อ $x = 4$ แล้ว $7x-4 = 4x+8$

เมื่อ $x > 4$ แล้ว $7x-4 > 4x+8$ จึงสามารถตรวจสอบแต่ละข้อได้

$f(x)=7x-4$

$g(x)=4x+8$

Table Range
Start:2
End:5
Step:1

x	f(x)	g(x)
2	10	16
3	17	20
4	24	24
5	31	28

2

(2) $2x+5 \geq 3x-2$

ย้ายข้างเพื่อให้ได้ $2x-3x \geq -2-5$

จะได้ $-x \geq -7$

หารทั้งสองข้างด้วย -1 นั่นคือ $x \leq 7$

$x \leq 7$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้ว

ล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด C

กด F1 เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=2x+5$ แล้วให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=3x-2$

กด F2 เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):6, End (สิ้นสุด):9, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

เมื่อ $x < 7$ แล้ว $2x+5 > 3x-2$

เมื่อ $x = 7$ แล้ว $2x+5 = 3x-2$

เมื่อ $x > 7$ แล้ว $2x+5 < 3x-2$ จึงสามารถตรวจสอบแต่ละข้อได้

$f(x)=2x+5$

$g(x)=3x-2$

Table Range
Start:6
End:9
Step:1

x	f(x)	g(x)
6	17	16
7	19	19
8	21	22
9	23	25

6

(3) $7x-2>3(3x+4)+6$

ใช้สมบัติแจกแจง เพื่อจะได้ $7x-2>9x+12+6$

ย้ายข้างเพื่อให้ได้ $7x-9x>12+6+2$

จะได้ $-2x>20$

หารทั้งสองข้างด้วย -2 นั่นคือ $x<-10$

$x<-10$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot\odot$ เลือก

[Define f(x)/g(x) (กำหนดค่า f(x)/g(x))]

กด OK

เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=7x-2$ แล้ว ให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=3(3x+4)+6$

กด $\odot\odot\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน

[Start (เริ่มต้น):-12, End (สิ้นสุด):-9, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

เมื่อ $x<-10$ แล้ว $7x-2>3(3x+4)+6$

เมื่อ $x=-10$ แล้ว $7x-2=3(3x+4)+6$

เมื่อ $x>-10$ แล้ว $7x-2<3(3x+4)+6$ จึงสามารถตรวจสอบแต่ละข้อได้

$f(x)=7x-2$

$g(x)=3(3x+4)+6$

Table Range
Start:-12
End:-9
Step:1

	x	f(x)	g(x)
1	-12	-86	-90
2	-11	-79	-81
3	-10	-72	-72
4	-9	-65	-63

-12

ระบบอสมการ

TARGET

การทำความเข้าใจวิธีการแก้ระบบอสมการ

STUDY GUIDE

วิธีแก้ระบบอสมการ

การรวมอสมการตั้งแต่ 2 อสมการขึ้นไปเรียกว่า **ระบบอสมการ** ช่วงคำตอบรวมของอสมการเรียกว่า

คำตอบของระบบอสมการ การหาคำตอบของระบบอสมการเรียกว่า **การแก้ระบบอสมการ** คำตอบของระบบอสมการคือกลุ่มของคำตอบรวมสำหรับอสมการ ซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

Ex. (1) ช่วงคำตอบรวมของ $x \geq 2$ และ $x < 5$

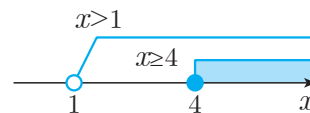
บนเส้นจำนวน ช่วงคำตอบรวมกันดังกล่าวจะปรากฏตามที่แสดงด้านล่าง



ดังนั้น ช่วงรวมคือ $2 \leq x < 5$

(2) ช่วงคำตอบรวมของ $x > 1$ และ $x \geq 4$

บนเส้นจำนวน ช่วงคำตอบรวมกันดังกล่าวจะปรากฏตามที่แสดงด้านล่าง



ดังนั้น ช่วงรวมคือ $4 \leq x$

ต่อไปนี้เป็นบทสรุปของวิธีการแก้ระบบอสมการ

(1) **แก้สมการที่กำหนดให้แต่ละข้อ**

(2) **หาช่วงคำตอบรวมของอสมการและแสดงบนเส้นจำนวน**

EXERCISE

1 แก้ระบบอสมการต่อไปนี้

$$(1) \begin{cases} x - 2 < 3x + 4 \\ 4x + 5 < 2x + 9 \end{cases}$$

จาก $x - 2 < 3x + 4$ เราจะได้ $x > -3$... (i)

จาก $4x + 5 < 2x + 9$ เราจะได้ $x < 2$... (ii)

ช่วงคำตอบรวมของ (i) และ (ii) เมื่อแสดงบนเส้นจำนวนจะมีลักษณะตามรูปด้านขวา

ดังนั้น คำตอบที่เราหาได้คือ $-3 < x < 2$



$$\underline{-3 < x < 2}$$

(2) $-5 \leq 6x + 7 \leq 25$

จาก $-5 \leq 6x + 7$ เราจะได้ $x \geq -2$... (i)

จาก $6x + 7 \leq 25$ เราจะได้ $x \leq 3$... (ii)

ช่วงคำตอบรวมของ (i) และ (ii) เมื่อแสดงบนเส้นจำนวนจะมีลักษณะตามรูปด้านขวา

ดังนั้น คำตอบที่เราหาได้คือ $-2 \leq x \leq 3$



$$\underline{-2 \leq x \leq 3}$$

② มีจำนวนเต็ม 2 จำนวน คือ จำนวนที่มากกว่าและจำนวนที่น้อยกว่า ซึ่งมีผลรวมเป็น 20 และเมื่อคูณจำนวนที่น้อยกว่าด้วย 5 จำนวนที่น้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าจำนวนที่มากกว่า จงหาค่าของจำนวนเต็มทีมากกว่า โดยกำหนดให้จำนวนที่มากกว่าเป็น x และจำนวนที่น้อยกว่าเป็น $20-x$
ในตอนนี้ จาก $x > 20-x$ เราจะได้ $x > 10$... (i)

นอกจากนี้ จาก $x < 5(20-x)$ เราจะได้ $x < \frac{50}{3}$... (ii)

จาก (i) และ (ii) เราจะได้ $10 < x < \frac{50}{3}$

เนื่องจาก $\frac{50}{3} \approx 16.7$ จำนวนเต็มที่ตรงตามเงื่อนไขเหล่านี้จะมากกว่าหรือเท่ากับ 11 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 16

ดังนั้น จำนวนเต็มที่มากกว่าคือ 11, 12, 13, 14, 15 หรือ 16

11, 12, 13, 14, 15, 16

PRACTICE

① แก้ระบบอสมการต่อไปนี้

$$(1) \begin{cases} 2x - 3 < 4x + 7 \\ 5x + 3 \geq 7x - 1 \end{cases}$$

จาก $2x - 3 < 4x + 7$ เราจะได้ $x > -5$... (i)

จาก $5x + 3 \geq 7x - 1$ เราจะได้ $x \leq 2$... (ii)

ช่วงคำตอบร่วมของ (i) และ (ii) เมื่อแสดงบนเส้น

จำนวนจะมีลักษณะตามรูปด้านขวา

ดังนั้น คำตอบที่เราหาได้คือ $-5 < x \leq 2$



$$-5 < x \leq 2$$

$$(2) 1 \leq 8x - 7 < 33$$

จาก $1 \leq 8x - 7$ เราจะได้ $x \geq 1$... (i)

จาก $8x - 7 < 33$ เราจะได้ $x < 5$... (ii)

ช่วงคำตอบร่วมของ (i) และ (ii) เมื่อแสดงบนเส้น

จำนวนจะมีลักษณะตามรูปด้านขวา

ดังนั้น คำตอบที่เราหาได้คือ $1 \leq x < 5$



$$1 \leq x < 5$$

② มีจำนวนเต็ม 2 จำนวน คือจำนวนที่มากกว่าและจำนวนที่น้อยกว่า ซึ่งมีผลรวมเป็น 25 และเมื่อคูณจำนวนที่น้อยกว่าด้วย 3 จำนวนที่น้อยกว่าจะมีค่ามากกว่าจำนวนที่มากกว่า จงหาค่าของจำนวนเต็มที่มากกว่า

โดยกำหนดให้จำนวนที่มากกว่าเป็น x และจำนวนที่น้อยกว่าเป็น $25 - x$

ในตอนนี้ จาก $x > 25 - x$ เราจะได้ $x > \frac{25}{2}$... (i)

นอกจากนี้ จาก $x < 3(25 - x)$ เราจะได้ $x < \frac{75}{4}$... (ii)

จาก (i) และ (ii) เราจะได้ $\frac{25}{2} < x < \frac{75}{4}$

เนื่องจาก $\frac{25}{2} = 12.5$ และ $\frac{75}{4} = 18.75$ จำนวนเต็มที่ตรงตามเงื่อนไขเหล่านี้จะมากกว่าหรือเท่ากับ 13 และน้อยกว่าหรือเท่ากับ 18

ดังนั้น จำนวนเต็มที่มากกว่าคือ 13, 14, 15, 16, 17 หรือ 18

13, 14, 15, 16, 17, 18

สมการและอสมการที่มีค่าสัมบูรณ์

TARGET

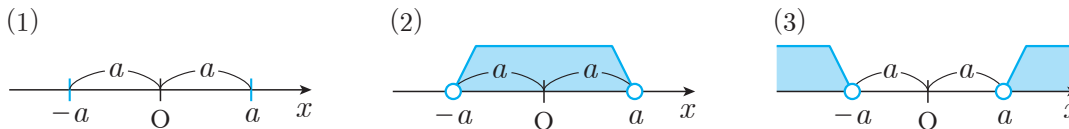
การทำความเข้าใจวิธีแก้สมการและอสมการที่มีค่าสัมบูรณ์

STUDY GUIDE

วิธีแก้สมการและอสมการที่มีค่าสัมบูรณ์

จุดและระยะห่างที่ระบุโดยจุดกำเนิด O และจำนวนเต็ม x บนเส้นจำนวนคือค่าสัมบูรณ์ของ x และแสดงเป็น $|x|$ โดยเฉพาะเมื่อ $a > 0$ แต่ละข้อต่อไปนี้จะถูกต้อง

- (1) คำตอบของ $|x| = a$ คือ $x = \pm a$
- (2) คำตอบของ $|x| < a$ คือ $-a < x < a$
- (3) คำตอบของ $|x| > a$ คือ $x < -a$ และ $a < x$



- Ex. (1) คำตอบของ $|x| = 2$ คือ $x = \pm 2$
 (2) คำตอบของ $|x| < 3$ คือ $-3 < x < 3$
 (3) คำตอบของ $|x| > 4$ คือ $x < -4$ และ $4 < x$

EXERCISE

◆ แก้สมการและอสมการต่อไปนี้

(1) $|x-4| = 7$

จาก $|x-4| = 7$ เราจะได้ $x-4 = \pm 7$

เมื่อ $x-4 = 7$ แล้ว $x = 11$

เมื่อ $x-4 = -7$ แล้ว $x = -3$

ดังนั้น $x = 11, -3$

$x = 11, -3$



check

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด $\odot$

หลังจากป้อน $f(x) = |x-4| - 7$ แล้ว ให้กด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [$f(x)$] กด $\odot$

หลังจากป้อน $f(11)$ และ $f(-3)$ แต่ละรายการแล้ว

ให้กด $\odot$

$$f(x) = |x-4| - 7$$

$$f(11)$$

$$f(-3)$$

เมื่อ $x = 11, -3$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x-4| = 7$

(2) $|x-2|<3$

จาก $|x-2|<3$ เราจะได้ $-3<x-2<3$

โดยการบวก 2 ที่แต่ละข้างของอสมการ แล้วจาก $-3+2<x-2+2<3+2$ เราจะได้ $-1<x<5$

$-1<x<5$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=|x-2|$ แล้ว ให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=3$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-2, End (สิ้นสุด):6, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

(เลือกจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบ

$|x-2|=3 \rightarrow x-2=\pm 3 \rightarrow x=-1, 5$ ของสมการ)

แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $-1<x<5$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x-2|<3$

$f(x)=|x-2|$

$g(x)=3$

Table Range
Start:-2
End:6
Step:1

x	$f(x)$	$g(x)$
-2	4	3
-1	3	3
0	2	3
1	1	3

x	$f(x)$	$g(x)$
3	1	3
4	2	3
5	3	3
6	4	3

(3) $|x+5|>6$

จาก $|x+5|>6$ เราจะได้ $x+5<-6$ และ $6<x+5$

เมื่อ $x+5<-6$ แล้ว $x<-11$

เมื่อ $6<x+5$ แล้ว $1<x$

ดังนั้น $x<-11$ และ $1<x$

$x<-11, 1<x$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=|x+5|$ แล้ว ให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=6$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น):-13, End (สิ้นสุด):3, Step (ขั้น):2]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

(เลือกจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบ

$|x+5|=6 \rightarrow x+5=\pm 6 \rightarrow x=-11, 1$ ของสมการ

กำหนด ขั้น เป็น 2 เนื่องจากช่วงความกว้าง)

เมื่อ $x<-11$ และ $1<x$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x+5|>6$

$f(x)=|x+5|$

$g(x)=6$

Table Range
Start:-13
End:3
Step:2

x	$f(x)$	$g(x)$
-13	8	6
-11	6	6
-9	4	6
-7	2	6

x	$f(x)$	$g(x)$
-3	2	6
-1	4	6
1	6	6
3	8	6

(4) $|3x-8| \leq 9$

จาก $|3x-8| \leq 9$ เราจะได้ $-9 \leq 3x-8 \leq 9$

โดยการบวก 8 ที่แต่ละข้างของอสมการ แล้วจาก $-9+8 \leq 3x-8+8 \leq 9+8$ เราจะได้ $-1 \leq 3x \leq 17$

หารแต่ละข้างของอสมการด้วย 3 เพื่อจะได้ $-\frac{1}{3} \leq \frac{3x}{3} \leq \frac{17}{3}$ แล้ว $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{17}{3}$

$$-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{17}{3}$$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้างข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=|3x-8|$ แล้ว ให้กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x)=9$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK

หลังจากป้อน [Start (เริ่มต้น): $-\frac{7}{3}$, End (สิ้นสุด): $\frac{23}{3}$, Step (ขั้น): 2]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

(เลือกจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบ $|3x-8|=9 \rightarrow 3x-8=\pm 9 \rightarrow x=-\frac{1}{3}$,

$\frac{17}{3}$ ของสมการ)

เมื่อ $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{17}{3}$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|3x-8| \leq 9$

$$f(x)=|3x-8|$$

$$g(x)=9$$

Table Range
Start:-2.333
End :7.6666
Step :2

x	f(x)	g(x)
-2.333	9	9
-1.6666	3	9
-1	3	9
-0.3333	9	9
0.3333	5.666666667	9

(5) $|x-1|=2x+3$

$x-1 \geq 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x \geq 1$ แล้ว $|x-1|=x-1$

ดังนั้น จาก $x-1=2x+3$ เราจะได้ $x=-4$ ผลลัพธ์นี้ไม่ใช่คำตอบเพราะไม่ตรงกับ $x \geq 1$

$x-1 < 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x < 1$ แล้ว $|x-1|=-(x-1)$

ดังนั้น จาก $-(x-1)=2x+3$ เราจะได้ $x=-\frac{2}{3}$ ผลลัพธ์นี้คือคำตอบเพราะตรงกับ $x < 1$

ดังนั้น คำตอบที่เราหาได้คือ $x=-\frac{2}{3}$

$$x = -\frac{2}{3}$$

check

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด OK

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)] กด OK

หลังจากป้อน $f(x)=|x-1|-(2x+3)$ แล้ว ให้กด EXE

กด $\odot$ เลือก [$f(x)$] กด OK

หลังจากป้อน $f(-\frac{2}{3})$ แล้ว ให้กด EXE

เมื่อ $x=-\frac{2}{3}$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x-1|=2x+3$.

$$f(x)=|x-1|-(2x+3)$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right)$$

(6) $|2x| \geq x+1$

$2x \geq 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x \geq 0$ แล้ว $|2x| = 2x$

ดังนั้น จาก $2x \geq x+1$ เราจะได้ $x \geq 1$ ช่วงคำตอบรวมของส่วนนี้และ $x \geq 0$ คือ $x \geq 1$... (i)

$2x < 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x < 0$ แล้ว $|2x| = -2x$

ดังนั้น จาก $-2x \geq x+1$ เราจะได้ $x \leq -\frac{1}{3}$ ช่วงคำตอบรวมของส่วนนี้และ $x < 0$ คือ $x \leq -\frac{1}{3}$... (ii)

ดังนั้น จาก (i) และ (ii) ช่วงของคำตอบที่เราหาได้คือ $x \leq -\frac{1}{3}$ และ $1 \leq x$

$$\underline{x \leq -\frac{1}{3}, 1 \leq x}$$

check

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด OK

กด f(x) เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))] กด OK

หลังจากป้อน $f(x) = |2x| - (x+1)$ แล้ว ให้กด EXE

$$f(x) = |2x| - (x+1)$$

กด f(x) เลือก [f(x)] กด OK

หลังจากป้อน $f(-1)$, $f(-\frac{1}{3})$, $f(0)$, $f(1)$ และ $f(4)$ แต่ละรายการแล้ว ให้กด EXE

เมื่อ $x = -1$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|2x| > x+1$

$$f(-1)$$

ด้วยวิธีการเดียวกัน เมื่อ $x = -\frac{1}{3}$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|2x| = x+1$

$$f(-\frac{1}{3})$$

ด้วยวิธีการเดียวกัน เมื่อ $x = 0$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|2x| < x+1$

$$f(0)$$

ด้วยวิธีการเดียวกัน เมื่อ $x = 1$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|2x| = x+1$

$$f(1)$$

ด้วยวิธีการเดียวกัน เมื่อ $x = 4$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|2x| > x+1$

$$f(4)$$

PRACTICE

◆ แก่สมการและอสมการต่อไปนี้

(1) $|x-5|=8$

จาก $|x-5|=8$ เราจะได้ $x-5=\pm 8$

เมื่อ $x-5=8$ แล้ว $x=13$

เมื่อ $x-5=-8$ แล้ว $x=-3$

ดังนั้น $x=13, -3$

$$x=13, -3$$

check

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)]

กด $\odot$ หลังจากป้อน $f(x)=|x-5|-8$ แล้ว ให้กด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [$f(x)$] กด $\odot$ หลังจากป้อน $f(13)$

และ $f(-3)$ แต่ละรายการแล้ว ให้กด $\odot$

เมื่อ $x=13, -3$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x-5|=8$

$$f(x)=|x-5|-8$$

$$f(13)$$

$$f(-3)$$

(2) $|x+4|<2$

จาก $|x+4|<2$ เราจะได้ $-2<x+4<2$

โดยการบวก -4 ที่แต่ละข้างของอสมการ แล้วจาก $-2-4<x+4-4<2-4$ เราจะได้ $-6<x<-2$

$$-6<x<-2$$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด $\odot$ แล้วล้าง

ข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)]

กด $\odot$ หลังจากป้อน $f(x)=|x+4|$ กด $\odot$

ด้วยวิธีการเดียวกันให้ป้อน $g(x)=2$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด $\odot$ หลังจาก

ป้อน [Start (เริ่มต้น): -7 , End (สิ้นสุด): -1 , Step (ขั้น): 1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด $\odot$

(เลือกจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบ

$|x+4|=2 \rightarrow x+4=\pm 2 \rightarrow x=-6, -2$ ของสมการ)

เมื่อ $-6<x<-2$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x+4|<2$

$$f(x)=|x+4|$$

$$g(x)=2$$

$$\text{Table Range}$$

$$\text{Start: } -7$$

$$\text{End: } -1$$

$$\text{Step: } 1$$

x	f(x)	g(x)
-7	3	2
-6	2	2
-5	1	2
-4	0	2

x	f(x)	g(x)
-4	0	2
-3	1	2
-2	2	2
-1	3	2

(3) $|x-3|>1$

จาก $|x-3|>1$ เราจะได้ $x-3<-1$ และ $1<x-3$

เมื่อ $x-3<-1$ แล้ว $x<2$

เมื่อ $1<x-3$ แล้ว $4<x$

ดังนั้น $x<2$ และ $4<x$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด $\odot$ OK แล้วล้าง

ข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด $\odot$ OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)]

กด $\odot$ OK หลังจากป้อน $f(x)=|x-3|$ กด $\odot$ EXE

ด้วยวิธีการเดียวกันให้ป้อน $g(x)=1$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด $\odot$ OK หลังจาก

ป้อน [Start (เริ่มต้น):1, End (สิ้นสุด):5, Step (ขั้น):1]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด $\odot$ EXE

(เลือกจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบ

$|x-3|=1 \rightarrow x-3=\pm 1 \rightarrow x=2, 4$ ของสมการ)

เมื่อ $x<2$ และ $4<x$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x-3|>1$

$$x<2, 4<x$$

$\sqrt{\square}$	$\square$
$f(x)= x-3 $	

$\sqrt{\square}$	$\square$
$g(x)=1$	

$\sqrt{\square}$	$\square$
Table Range	
Start:1	
End:5	
Step:1	

$\sqrt{\square}$	$\square$	$f(x)$	$g(x)$
1	2	1	1
2	3	1	1
3	4	0	1
4	5	1	1

$\sqrt{\square}$	$\square$	$f(x)$	$g(x)$
2	3	1	1
3	4	1	1
4	5	1	1
5	6	2	1

(4) $|4x-3|\leq 2$

จาก $|4x-3|\leq 2$ เราจะได้ $-2\leq 4x-3\leq 2$

โดยการบวก 3 ที่แต่ละข้างของอสมการ แล้วจาก $-2+3\leq 4x-3+3\leq 2+3$ เราจะได้ $1\leq 4x\leq 5$

หารแต่ละข้างของอสมการด้วย 4 เพื่อจะได้ $\frac{1}{4}\leq \frac{4x}{4}\leq \frac{5}{4}$ แล้ว $\frac{1}{4}\leq x\leq \frac{5}{4}$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด $\odot$ OK แล้วล้าง

ข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด $\odot$ OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)]

กด $\odot$ OK หลังจากป้อน $f(x)=|4x-3|$ กด $\odot$ EXE

ด้วยวิธีการเดียวกันให้ป้อน $g(x)=2$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด $\odot$ OK หลังจาก

ป้อน [Start (เริ่มต้น):0, End (สิ้นสุด): $\frac{3}{2}$, Step (ขั้น): $\frac{1}{4}$]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด $\odot$ EXE

(เลือกจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบ

$|4x-3|=2 \rightarrow 4x-3=\pm 2 \rightarrow x=\frac{1}{4}, \frac{5}{4}$ ของสมการ)

เมื่อ $\frac{1}{4}\leq x\leq \frac{5}{4}$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|4x-3|\leq 2$

$\sqrt{\square}$	$\square$
$f(x)= 4x-3 $	

$\sqrt{\square}$	$\square$
$g(x)=2$	

$\sqrt{\square}$	$\square$	$f(x)$	$g(x)$
1	0.25	3	2
2	0.5	2	2
3	0.75	1	2

$\sqrt{\square}$	$\square$	$f(x)$	$g(x)$
4	1	0	2
5	1.25	1	2
6	1.5	2	2

(5) $|x-4|=-3x+1$

$x-4 \geq 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x \geq 4$ แล้ว $|x-4|=x-4$

ดังนั้น จาก $x-4=-3x+1$ เราจะได้ $x=\frac{5}{4}$ ผลลัพธ์นี้ไม่ใช่คำตอบเพราะไม่ตรงกับ $x \geq 4$

$x-4 < 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x < 4$ แล้ว $|x-4|=-(x-4)$

ดังนั้น จาก $-(x-4)=-3x+1$ เราจะได้ $x=-\frac{3}{2}$ ผลลัพธ์นี้คือคำตอบเพราะตรงกับ

$x < 4$

ดังนั้น คำตอบที่เราหาได้คือ $x=-\frac{3}{2}$

$$x = -\frac{3}{2}$$

check

กด $\odot$ เลือก [Calculate (คำนวณ)] กด OK

กด f(x) เลือก [Define f(x) (กำหนดค่า f(x))]

กด OK หลังจากป้อน $f(x)=|x-4|-(-3x+1)$ กด EXE

$$f(x) = |x-4| - (-3x+1)$$

กด f(x) เลือก $[f(x)]$ กด OK หลังจากป้อน $f\left(-\frac{3}{2}\right)$ แล้ว ให้กด EXE

$$f\left(-\frac{3}{2}\right)$$

เมื่อ $x=-\frac{3}{2}$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|x-4|=-3x+1$

(6) $|2x+1| \leq -x+2$

$2x+1 \geq 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x \geq -\frac{1}{2}$ แล้ว $|2x+1| = 2x+1$

ดังนั้น จาก $2x+1 \leq -x+2$ เราจะได้ $x \leq \frac{1}{3}$ ช่วงคำตอบรวมของส่วนนี้และ $x \geq -\frac{1}{2}$

คือ $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{3}$... (i)

$2x+1 < 0$ ซึ่งกล่าวได้ว่าเมื่อ $x < -\frac{1}{2}$ แล้ว $|2x+1| = -(2x+1)$

ดังนั้น จาก $-(2x+1) \leq -x+2$ เราจะได้ $x \geq -3$ ช่วงคำตอบรวมของส่วนนี้และ

$x < -\frac{1}{2}$ คือ $-3 \leq x < -\frac{1}{2}$... (ii)

ดังนั้น จาก (i) และ (ii) ช่วงของคำตอบที่เราหาได้คือ $-3 \leq x \leq \frac{1}{3}$

$-3 \leq x \leq \frac{1}{3}$

check

กด $\odot$ เลือก [Table (ตาราง)] กด OK แล้วล้าง

ข้อมูลก่อนหน้าโดยการกด $\odot$

กด $\odot$ เลือก [Define $f(x)/g(x)$ (กำหนดค่า $f(x)/g(x)$)]

กด OK เลือก [Define $f(x)$ (กำหนดค่า $f(x)$)]

กด OK หลังจากป้อน $f(x) = |2x+1|$ กด EXE

ด้วยวิธีการเดียวกัน ให้ป้อน $g(x) = -x+2$

กด $\odot$ เลือก [Table Range (ช่วงตาราง)] กด OK หลังจาก

ป้อน [Start (เริ่มต้น): -4, End (สิ้นสุด): 1, Step (ขั้น): $\frac{1}{3}$]

เลือก [Execute (ดำเนินการ)] กด EXE

(เลือกจุดเริ่มต้นและจุดสิ้นสุดของคำตอบ

$|2x+1| = -x+2 \rightarrow x = -3, \frac{1}{3}$ ของสมการ)

กด $\uparrow \text{X}$ แล้วใช้คิวอาร์โค้ดเพื่อแสดงกราฟ

นอกจากนี้ ให้แตะจุดตัดบนเส้นที่ปรากฏเพื่อแสดงพิกัด

เมื่อ $-3 \leq x \leq \frac{1}{3}$ แล้วเราสามารถยืนยันได้ว่า $|2x+1| \leq -x+2$

เมื่อ $x < -3$ และ $\frac{1}{3} < x$ แล้วเราสามารถ

ยืนยันได้ว่า $|2x+1| > -x+2$

$f(x) = |2x+1|$

$g(x) = -x+2$

Table Range
Start: -4
End: 1
Step: $\frac{1}{3}$

x	f(x)	g(x)
-4	7	6
-3.666	5.666	5.666
-3.333	5.666	5.333
-3	5	5

x	f(x)	g(x)
-2.666	4.333	4.666
-2.333	3.666	4.333
-2	3	4
-1.666	2.333	3.666

x	f(x)	g(x)
-1.333	1.666	3.333
-1	1	3
-0.666	0.333	2.666
-0.333	0.333	2.333

x	f(x)	g(x)
0	1	2
0.666	1.666	1.666
1	2.333	1.333

