

【数学 I +A】 3 (2)

3. 次の各問いにおいて、の中に適する数または式を入れよ。

(2) 2次関数  $y = -x^2 + 2x + 5$  のグラフの頂点の座標は  である。

【解答】 ② : (1, 6)

関数電卓を用いない解法

$y = -x^2 + 2x + 5$  を平方完成する。

$$y = -(x - 1)^2 + 6$$

よって、頂点の座標は、(1, 6)

関数電卓を用いた解法

数表作成…1 つまたは 2 つの関数式に基づく数表を作成することができるモード

(取扱説明書 p.37)

高次方程式…次数が 2 から 4 までの方程式の解を求める機能 (取扱説明書 pp.34-35)


操作方法	画面																				
<p>【操作 α-1】 「9 : 数表作成」モードで、<math>-x^2 + 2x + 5</math> を入力する。 メニューから、「9 : 数表作成」を選択する。そして、「9 : 数表作成」モードにて、以下を入力する。  <input type="text"/> <math>x</math> <input type="text"/> <math>x^2</math> <input type="text"/> <math>+</math> <input type="text"/> 2 <input type="text"/> <math>x</math> <input type="text"/> <math>+</math> <input type="text"/> 5</p>	<p>9:Table</p> <p><math>f(x) = -x^2 + 2x + 5</math></p>																				
<p>【操作 α-2】 数表の表す <math>x</math> の変域を設定する。ここでは、<math>-5 \leq x \leq 5</math> のときの <math>f(x)</math> の値を表示する。 <input type="text"/> を押下すると、数表の範囲の設定画面となる。 そして、開始値に「-5」、終了値に「5」、ステップ値に「1」を入力する。</p>	<p>Table Range</p> <p>Start: 1</p> <p>End : 5</p> <p>Step : 1</p> <p>Table Range</p> <p>Start: -5</p> <p>End : 5</p> <p>Step : 1</p>																				
<p>【操作 α-3】 <input type="text"/> を押下することで数表が作成される。また、<input type="text"/> を 10 回押下することで、<math>-5 \leq x \leq 5</math> の <math>f(x)</math> の値を見ることができる。</p>	<table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>-5</td><td>-30</td></tr> <tr><td>-4</td><td>-19</td></tr> <tr><td>-3</td><td>-10</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-3</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">-5</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>f(x)</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>5</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>4</td><td>-3</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: right;">1</p>	x	f(x)	-5	-30	-4	-19	-3	-10	-2	-3	x	f(x)	1	6	2	5	3	2	4	-3
x	f(x)																				
-5	-30																				
-4	-19																				
-3	-10																				
-2	-3																				
x	f(x)																				
1	6																				
2	5																				
3	2																				
4	-3																				

【操作α-4】得られた数表から、 $f(x)$ の値、増減、対称性をみる。

関数 $f(x) = -x^2 + 2x + 5$ は、 $x < 1, x > 1$ で減少していることがわかる。また、 $f(x)$ の値は、 $x = 1$ に関して対称であることがわかる。よって、頂点の $x$ 座標は1である。つまり、 $y=f(x)$ としたとき、 $x=1$ のとき、 $y=6$ となることが数表からわかるため、頂点の座標は、「(1,6)」となる。

5	-1	f(x)	2
6	0		5
7	1		6
8	2		5

1

操作方法	画面
<p>【操作β-1】<math>y = -x^2 + 2x + 5</math>の極値を求める。</p> <p>メニューから、「A：方程式／関数 計算」を選択する。そして、「2：高次方程式」を選択し、次数2を入力する。</p>	 <p>A:Equation/Func</p> <p><math>ax^2+bx+c</math></p> <p><math>1x^2+ 0x + 0</math></p> <p>0</p>
<p>【操作β-2】<math>-x^2 + 2x + 5</math>を入力する。</p> <p>「A：方程式／関数 計算」モードにて、以下を入力する。</p> <p><b>1 2 5</b></p>	<p><math>ax^2+bx+c</math></p> <p><math>- 1x^2+ 2x + 5</math></p> <p>5</p>
<p>【操作β-3】極大値をとるときの<math>x</math>の値、極大値を求める。</p> <p><b>5</b>を押下することで<math>-x^2 + 2x + 5 = 0</math>の解が表示される。そして、<b>5</b>を押下することで、2つめの解が表示される。</p> <p>また、上記操作後、<b>5</b>を押下すると、関数<math>y = -x^2 + 2x + 5</math>の極大値をとるときの<math>x</math>の値(<math>x=1</math>)が表示され、さらに、<b>5</b>を押下することで極大値<math>y</math>(<math>y=6</math>)が表示される。</p> <p>よって、頂点の座標は(1,6)とわかる。</p>	<p><math>ax^2+bx+c=0</math></p> <p><math>x_1= 1+\sqrt{6}</math></p> <p><math>ax^2+bx+c=0</math></p> <p><math>x_2= 1-\sqrt{6}</math></p> <p>Max of <math>y=ax^2+bx+c</math></p> <p><math>x= 1</math></p> <p>Max of <math>y=ax^2+bx+c</math></p> <p><math>x= 1</math></p>

## 関数電卓を用いた解法の解説

### 【解法 $\alpha$ 】について

この問題では、頂点の  $x$  座標が整数であったため、関数の対称性を見ることができた。一方、頂点の座標が分数となる場合は注意が必要である。なぜなら、開始値、終了値、ステップ値の値によっては、対称となる  $x$  の値が表示されないからである。開始値、終了値、ステップ値を入力する前に、頂点の  $x$  座標の予想が必要となる。

### 【解法 $\beta$ 】について

「方程式／関数 計算」モードでは、高次方程式の解法や、2 次関数の極値を分数で表示できるという点で、【解法  $\alpha$ 】と異なる。

※本稿ではエミュレーターを使用しているため、表中の画面は英語表示になっているが、実際の関数電卓では日本語表示になる。