令和２年度センター試験 数学Ⅰ・数学Ａ

第１問〔１〕

〔1〕a を定数とする。

（1）直線 ℓ : $y=(a^2-2a-8)\,x+a$ の傾きが負となるのは a の値の範囲が

$\boxed{\text{アイ}}<a<\boxed{\text{ウ}}$

のときである。

（2）$a^2-2a-8\neq 0$ とし，（1）の直線 ℓ と x 軸との交点の x 座標を b とする。

$a>0$ の場合，$b>0$ となるのは $\boxed{\text{エ}}<a<\boxed{\text{オ}}$ のときである。

$a\leqq 0$ の場合，$b>0$ となるのは $a<\boxed{\text{カキ}}$ のときである。

また，$a=\sqrt{3}$ のとき

$b=\dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

【解答】 $\boxed{\text{エ}}$: 0，$\boxed{\text{オ}}$: 4

$\boxed{\text{カキ}}$: -2，$\dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}-\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$: $\dfrac{5\sqrt{3}-6}{13}$

関数電卓を用いない解法

（2）直線 ℓ : $y=(a^2-2a-8)x+a$ と x 軸との交点の x 座標 b は，

$b=\dfrac{-a}{(a^2-2a-8)}=\dfrac{-a}{(a-4)(a+2)}$ と表される。

$a>0$ のとき，$b>0$ となるのは，$(a-4)(a+2)<0$，つまり，$-2<a<4$ のときである。

つまり，$a>0$ より，$0<a<4$

$a\leqq 0$ の場合，$b>0$ となるのは，$a\neq 0$ かつ，$(a-4)(a+2)>0$,

つまり，$a<-2$，$4<a$ のときである。つまり，$a\leqq 0$ より，$a\leqq -2$

また，$a=\sqrt{3}$ のとき

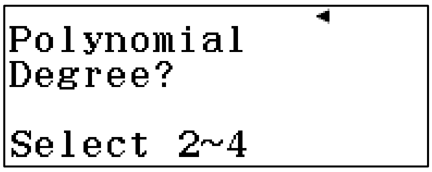
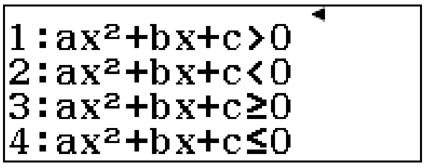
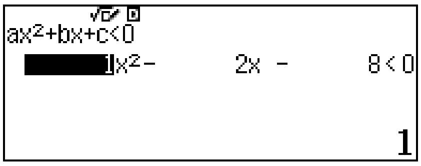
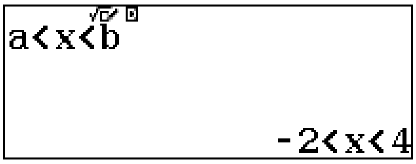
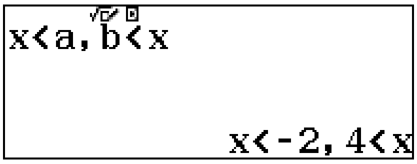
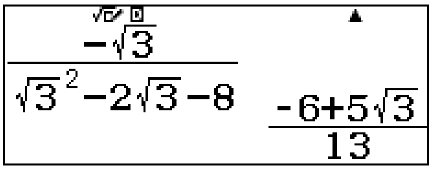
$b=\dfrac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2-2\sqrt{3}-8}=\dfrac{\sqrt{3}}{5+2\sqrt{3}}$

分母の有理化をすると，

$b=\dfrac{5\sqrt{3}-6}{13}$

関数電卓を用いた解法

不等式計算モード…次数が 2 から 4 までの不等式を解く機能（取扱説明書 pp.40-41）

操作方法	画面
【操作 1】$a^2-2a-8<0$ の解を求める。 「B：不等式計算モード」を選択し，次数 2 を入力する。	
【操作 2】$a^2-2a-8<0$ の解を表示するため，「2 ：ax²＋bx＋c＜0」を選択し，各項の係数と定数項を入力する。 [1] [=] [−] [2] [=] [−] [8] [=] そして，[=]を押下すると， 「$-2<x<4$」と表示される。 $\boxed{エ}$～$\boxed{オ}$は，「$-2<x<4$」と $a>0$ を考慮すればよい。	  
【操作 3】$a^2-2a-8>0$ の解を表示するため，「1 ：ax²＋bx＋c＞0」を選択し，各項の係数と定数項を入力する。 [1] [=] [−] [2] [=] [−] [8] [=] そして，[=]を押下すると， 「$x<-2$，$4<x$」と表示される。 カキは，「$x<-2$，$4<x$」と $a\leqq 0$ を考慮すればよい。	
【操作 4】$a=\sqrt{3}$を，$\frac{-a}{(a^2-2a-8)}$に代入する。「1 ：基本計算モード」にて，以下の通り，入力する。 [▭/▭] [▲] [√▭] [3] [▼] [√▭] [3] [▶] [x^2] [−] [2] [√▭] [3] [▶] [−] [8] [=] 「$\frac{5\sqrt{3}-6}{13}$」と表示される。	

※関数電卓において，方程式の解は x でしか表すことができないことに注意が必要である。