

令和2年度センター試験 数学I・数学A

第1問〔1〕

〔1〕 a を定数とする。

(1) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きが負となるのは a の値の範囲が

$$\boxed{\text{アイ}} < a < \boxed{\text{ウ}}$$

のときである。

(2) $a^2 - 2a - 8 \neq 0$ とし、(1) の直線 l と x 軸との交点の x 座標を b とする。

$a > 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $\boxed{\text{エ}} < a < \boxed{\text{オ}}$ のときである。

$a \leq 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは $a < \boxed{\text{カキ}}$ のときである。

また、 $a = \sqrt{3}$ のとき

$$b = \frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サシ}}} \text{ である。}$$

【解答】 $\boxed{\text{アイ}}$: -2, $\boxed{\text{ウ}}$: 4, $\boxed{\text{エ}}$: 0, $\boxed{\text{オ}}$: 4

$$\boxed{\text{カキ}}$$
 : -2, $\frac{\boxed{\text{ク}} \sqrt{\boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サシ}}} : \frac{5\sqrt{3}-6}{13}$

関数電卓を用いない解法

(1) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ の傾きは $a^2 - 2a - 8$ であり、これが負となればよい。
つまり、 $a^2 - 2a - 8 = (a - 4)(a + 2) < 0$ とすればよい。
よって、 $-2 < a < 4$ となる。

(2) 直線 $l: y = (a^2 - 2a - 8)x + a$ と x 軸との交点の x 座標 b は、

$$b = \frac{-a}{a^2 - 2a - 8} = \frac{-a}{(a - 4)(a + 2)}$$
 と表される。

$a > 0$ のとき、 $b > 0$ となるのは、 $(a - 4)(a + 2) < 0$ 、つまり、 $-2 < a < 4$ のときである。
つまり、 $a > 0$ より、 $0 < a < 4$

$a \leq 0$ の場合、 $b > 0$ となるのは、 $a \neq 0$ かつ、 $(a - 4)(a + 2) > 0$ 、
つまり、 $a < -2$ 、 $4 < a$ のときである。つまり、 $a \leq 0$ より、 $a \leq -2$

また、 $a = \sqrt{3}$ のとき

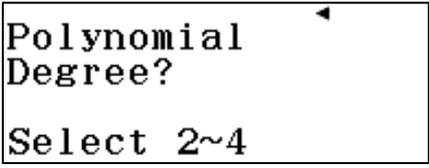
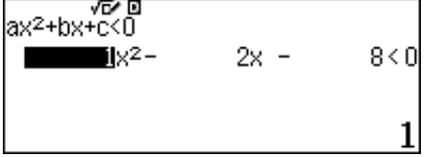
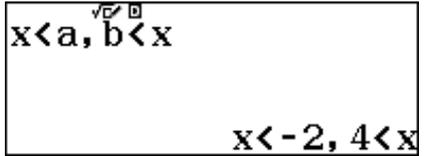
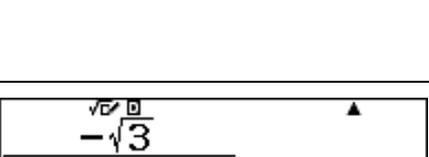
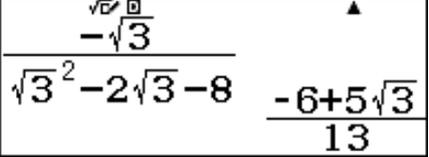
$$b = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{3}^2 - 2\sqrt{3} - 8} = \frac{\sqrt{3}}{5 + 2\sqrt{3}}$$

分母の有理化をすると,

$$b = \frac{5\sqrt{3}-6}{13}$$

関数電卓を用いた解法

不等式計算モード...次数が2から4までの不等式を解く機能 (取扱説明書 pp.40-41)

操作方法	画面
<p>【操作1】 $a^2 - 2a - 8 < 0$ の解を求める。 「B: 不等式計算モード」を選択し, 次数2を入力する。</p>	
<p>【操作2】 $a^2 - 2a - 8 < 0$ の解を表示するため, 「2: $ax^2 + bx + c < 0$」を選択し, 各項の係数と定数項を入力する。 $\boxed{1} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{8} \boxed{=}$ そして, $\boxed{=}$を押下すると, 「$-2 < x < 4$」と表示される。 $\boxed{=}$~$\boxed{=}$は, 「$-2 < x < 4$」と $a > 0$ を考慮すればよい。</p>	  
<p>【操作3】 $a^2 - 2a - 8 > 0$ の解を表示するため, 「1: $ax^2 + bx + c > 0$」を選択し, 各項の係数と定数項を入力する。 $\boxed{1} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{=} \boxed{-} \boxed{8} \boxed{=}$ そして, $\boxed{=}$を押下すると, 「$x < -2, 4 < x$」と表示される。 カキは, 「$x < -2, 4 < x$」と $a \leq 0$ を考慮すればよい。</p>	 
<p>【操作4】 $a = \sqrt{3}$を, $\frac{-a}{(a^2 - 2a - 8)}$に代入する。「1: 基本計算モード」にて, 以下の通り, 入力する。 $\boxed{=} \boxed{\blacktriangle} \boxed{\sqrt{}} \boxed{3} \boxed{\blacktriangledown} \boxed{\sqrt{}} \boxed{3} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{2} \boxed{\sqrt{}} \boxed{3} \boxed{\blacktriangleright} \boxed{-} \boxed{8} \boxed{=}$ $\boxed{=}$ 「$\frac{5\sqrt{3}-6}{13}$」と表示される。</p>	

※関数電卓において, 方程式の解は x でしか表すことができないことに注意が必要である。