

SAT Mathematics Level 1 subject Test

Subject Test Math 1 Question 21 of 32

If $f(x) = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 4$, for how many real numbers k does $f(k) = 2$?

$f(x) = x^4 - 3x^3 - 9x^2 + 4$ は $f(k) = 2$ において実数解を何個もつか?

【解答】 4つ

関数電卓を用いない解法

$f(k) = 2$ より,

$$k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 4 = 2$$

$$k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2 = 0$$

$g(k) = k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2$ とし, $g(k) = k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2$ と x 軸の共有点の個数から, 実数解の個数を求める。

$g(k) = k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2$ の増減表は次のようになる。

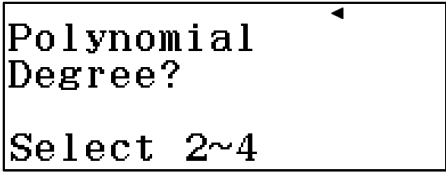
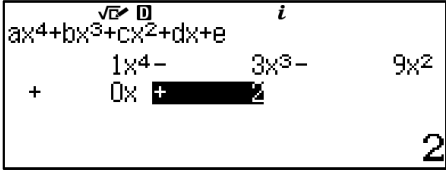
x	...	$\frac{9 - 3\sqrt{41}}{8}$...	0	...	$\frac{9 + 3\sqrt{41}}{8}$...
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$g(x)$	↘	-1.770...	↗	2	↘	-84.84...	↗

したがって, $g(k) = k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2$ と x 軸の共有点の個数は 4 個

よって, 実数解の個数は 4 つである。

関数電卓を用いた解法

高次方程式…次数が 2 から 4 までの方程式の解を求める機能 (取扱説明書 pp.34-35)

操作方法	画面
<p>・関数電卓を用いるために, 手計算にて以下のように式変形をおこなう。</p> <p>$f(k) = 2$ より,</p> $k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 4 = 2$ $k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2 = 0$	
<p>【操作 1】「A : 方程式/関数計算」モードにて, 「2 : 高次方程式」を選択し, 次数を 4 と入力する。</p>	
<p>【操作 2】4次方程式$k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2 = 0$の解を求め, 実数解の個数を数える。 $k^4 - 3k^3 - 9k^2 + 2 = 0$の解を表示するため, 「2 : 高次方程式」にて, それぞれの係数と定数項を以下のように入力する。</p> <p>1 [=] [=] [=] 3 [=] [=] 9 [=] 0 [=] 2 [=]</p>	

そして、 ☐ を押下すると、実数解 (x_1) が表示される。さらに、繰り返し ☐ を押下すると、他の実数解 (x_2, x_3, x_4) が表示される。

よって、実数解の個数は「4」である。

$$ax^4 + bx^3 + \dots + e = 0$$

$$x_1 = 4.841357688$$

$$ax^4 + bx^3 + \dots + e = 0$$

$$x_2 = 0.4442180188$$

$$ax^4 + bx^3 + \dots + e = 0$$

$$x_3 = -0.5296003055$$

$$ax^4 + bx^3 + \dots + e = 0$$

$$x_4 = -1.755975401$$

関数電卓を用いた解法の解説

$f(k)=2$ における実数解の個数を求める際、関数電卓にそのまま入力することが不可能なため、手計算にて式変形をおこなう必要がある。また、高次方程式機能は、4次までの高次方程式の解を求めることが可能であり、5次以上の高次方程式の解は、この機能では求めることはできないことに注意が必要である。

※ 本稿ではエミュレーターを使用しているため、表中の画面は英語表示になっているが、実際に関数電卓では日本語表示になる。