

SAT Mathematics Level 1 subject Test

Subject Test Math 1 Question 32 of 32

Time t (years)	0	1	2	5
Value $v(t)$ (dollars)	15,000	13,000	10,900	3,000

When purchased, an automobile is valued at \$15,000. Its value depreciates at the rate shown in the table above. Based on a least-squares linear regression, what is the value, to the nearest hundred dollars, of the automobile when $t=4$?

自動車を買ったとき、その価値は 15000 ドルであった。その価値は上の表に示したような割合で減少していく。最小二乗法線形回帰を基に、 $t=4$ のときの価値を求めなさい。ただし、10 の位で四捨五入するものとする。

【解答】 5600 ドル

関数電卓を用いない解法

$$(\text{回帰係数}) = \frac{(t \text{ と } v \text{ の共分散})}{(t \text{ の分散})} \dots (*)$$

$$(t \text{ の平均}) = \frac{1}{4}(0 + 1 + 2 + 5) = 2$$

$$(t \text{ の分散}) = \frac{1}{4}\{(0 - 2)^2 + (1 - 2)^2 + (2 - 2)^2 + (5 - 2)^2\} = 3.5$$

$$(v \text{ の平均}) = \frac{1}{4}(15000 + 13000 + 10900 + 3000) = 10475$$

(t と v の共分散)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4}\{(0 - 2)(15000 - 10475) + (1 - 2)(13000 - 10475) \\ &\quad + (2 - 2)(10900 - 10475) + (5 - 2)(3000 - 10475)\} = -8500 \end{aligned}$$

$$\text{ゆえに } (*) = \frac{-8500}{3.5} = -2429$$

$$\begin{aligned} (\text{切片}) &= (v \text{ の平均}) - (\text{回帰係数}) \times (t \text{ の平均}) \\ &= 10475 - (-2429) \times 2 = 15333 \end{aligned}$$

したがって、回帰直線は $v = -2429t + 15333$

$t = 4$ のとき $v = 5617$

10 の位で四捨五入をして 5600 となる。

関数電卓を用いた解法

統計計算…入力したデータの各種統計量や回帰計算結果を求める計算が実行できる（取扱説明書 p.29）

操作方法	画面
<p>【操作1】与えられた2つのデータから回帰計算結果を表示する。メニューから「6：統計計算」を選択する。そして、「2：$y = a + bx$」を選択。</p>	
<p>【操作2】問題の表の値を入力する。 問題の表ではtとvが使われているが、関数電卓では、tの代わりにx、vの代わりにyを用いる。まず、xの値を以下のように入力する。 $0 \equiv 1 \equiv 2 \equiv 5 \equiv$ そして、$\blacktriangle \blacktriangle \blacktriangle \blacktriangle \blacktriangleright$と押し、カーソルを$y$1まで移動させ、$y$の値を以下のように入力する。 $1 \ 5 \ 0 \ 0 \ 0 \equiv 1 \ 3 \ 0 \ 0 \ 0 \equiv 1 \ 0 \ 9$ $0 \ 0 \equiv 3 \ 0 \ 0 \ 0 \equiv$</p>	
<p>【操作3】回帰直線の式を求めるために、回帰計算結果を一覧表示させる。以下のような操作を行う。 $\text{OPTN} \ 4$ 右のような画面が表示され、 回帰直線は $y = 15332 - 2429x$ とわかる。</p>	
<p>【操作4】$x = 4$のときのyの値を求める。 メニューから「1：基本計算モード」を選択する。そして「1：基本計算モード」にて、以下を入力する。 $1 \ 5 \ 3 \ 3 \ 2 \ - \ 2 \ 4 \ 2 \ 9 \ \times \ 4$ そして、\equivを押下することで、5616と表示される。</p>	

関数電卓を用いた解法の解説

今回は、最小二乗法線形回帰を基に回帰計算をおこなった。そのため、直線回帰を用いた。データの入力後、 $\text{OPTN} \ 4$ と入力することで、様々な回帰計算結果を表示させることが可能である。

※ 本稿ではエミュレーターを使用しているため、表中の画面は英語表示になっているが、実際の関数電卓では日本語表示になる。