静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部での実践報告

本間　太陽

１．静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの概要

ここでは，静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップに向けた指導案立案，静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの流れについて述べる。

1.1. 指導案立案

本ワークショップは，本間作成「関数電卓を用いた確率のワークショップ（略案)」をもとに実践している。本ワークショップのねらいは，さいころを投げるゲームを例として，ルールの設定や確率を求めることである。その際，関数電卓の「表計算」モードを用いて，擬似的にゲームを行い，統計的確率を求めることを想定している。「表計算」モードでは，一括入力をすることが可能である。また，関数電卓の「表計算」モードには，値の範囲を設定し，その範囲内で乱数を発生させる RanInt 関数がある。これらを組み合わせて，ゲームの結果を表示させることができる。このとき，ゲームの人数や試行回数等の違いによって，関数電卓の「表計算」モードの操作に違いが出ることを期待している。

1.2. 静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの流れ

第 1 に，前日に事前課題（資料 1，指導案参照）に取り組む。第 2 に，ワークショップ当日，次の問題を提示する。

問題
1つのさいころを投げたときの目によって，勝ち負けを決める ㋐偶数の目が出たら勝ち
のようなゲームを考えてみよう。
（他の勝ち方）
㋑3以上の目が出たら勝ち　　㋒1の目が出たら勝ち
㋓6未満の目が出たら勝ち　　㋔3の倍数の目が出たら勝ち

第 3 に，次の個人課題（資料 2，指導案参照）に取り組む。

（1）ゲームをするにあたって，決めなければならないことは何ですか？
具体的に記述してください。
（2）（1）を考えるにあたって，どのようなことをイメージしましたか？
具体的に記述してください。

第 4 に，勝ち方が同じ人とグループになり，個人課題の解決をもとに，次のグループ課題（資料 3，指導案参照）に取り組む。なお，グループ課題の（3）は，関数電卓の「表計算」モードで，RanInt 関数を用いて解決することとしている。

（1）ゲームをするにあたって，決めなければならないことは何ですか？
具体的に記述してください。
（2）（1）を考えるにあたって，どのようなことをイメージしましたか？
具体的に記述してください。
（3）関数電卓の「表計算」モードを用いて，ゲームで勝つ確率を求めなさい。
このとき，（1）で決めなければならないことのうち，どれを使いましたか。

第5に，グループでの解決で求めた確率を，全体で共有を行う。その際，求めた確率とどのようなことを設定するのか，関数電卓の操作等を共有する。

第6に，全体発表をもとに，次の個人課題（4）（資料4，指導案参照）に取り組む。

(4) 他のグループの発表を踏まえて，㋐～㋔のゲームのうちどれがもっとも勝ちやすいでしょうか。当てはまるものに丸をつけてください。また，そのように考えた理由も記述してください。
㋐偶数の目が出たら勝ち　㋑3以上の目が出たら勝ち
㋒1の目が出たら勝ち　㋓6未満の目が出たら勝ち
㋔3の倍数の目が出たら勝ち

最後に，事前課題と同じものを事後課題として行う。

2．静岡県内国立大学理系学部でのワークショップの実際

ここでは，静岡県内国立大学理系学部でのワークショップの報告を行う。実施日は，2020（令和2）年9月3日であり，対象は，静岡県内国立大学理系学部理学部学生21名である。グループでの解決について報告する。

2.1. ㋐偶数の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者5名からなるグループである。なお，取り消し線は，被験者が記入したものである。

グループ課題（1）には，次のように解答している。

・さいころの重心が中心になるものをえらぶ，さいころの重さが一様なものをえらぶ
・試行回数大　→~~勝ちが1人になるまで~~　10回
・さいころの振り方→自然に落とす，10 cmほどの高さから
・ゲームをする人数→~~2 5人~~　多すぎない人数，2人
~~6人~~
~~・複数人で勝ったときの順位づけ→~~
・偶数の定義　→2，4，6

グループ課題（2）には，次のように解答している。

・確率の平等さ，同様に確からしさ→1 つの目が出る確率がそれぞれ$\frac{1}{6}$

・ゲームをする環境→全員同じ環境でやる…投げるときの状況の平等性

・全員勝ったとき，全員負けたときにゲームをした意味がなくなってしまうので順位づけが必要だと思った

・勝ち負けの基準

・その場に何人いるか

・偶数とはどのような数字か

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードを用いて，ゲームの結果を表示させている。このとき， RanInt 関数を用いて，乱数を発生させ，その結果を表にまとめている（図 1)。まずは，ゲームを行う 5 人の勝った回数を数えている。この際，5 人それぞれの勝ちをどのように定義するのかについて，疑問を持ち，ルールの再検討を行っている。検討の結果,「偶数の目が出た人全員を勝ちとするルールを変更した方が良い」とし，参加人数や勝ちの定義を変更している。勝ちの定義については，偶数の目が出た回数が多い人を勝ちとしたり，1 回毎に勝ちを決めてそれを 10 回行うとしたりしている。このグループは，勝つ確率を求めるまでには，至っていない。

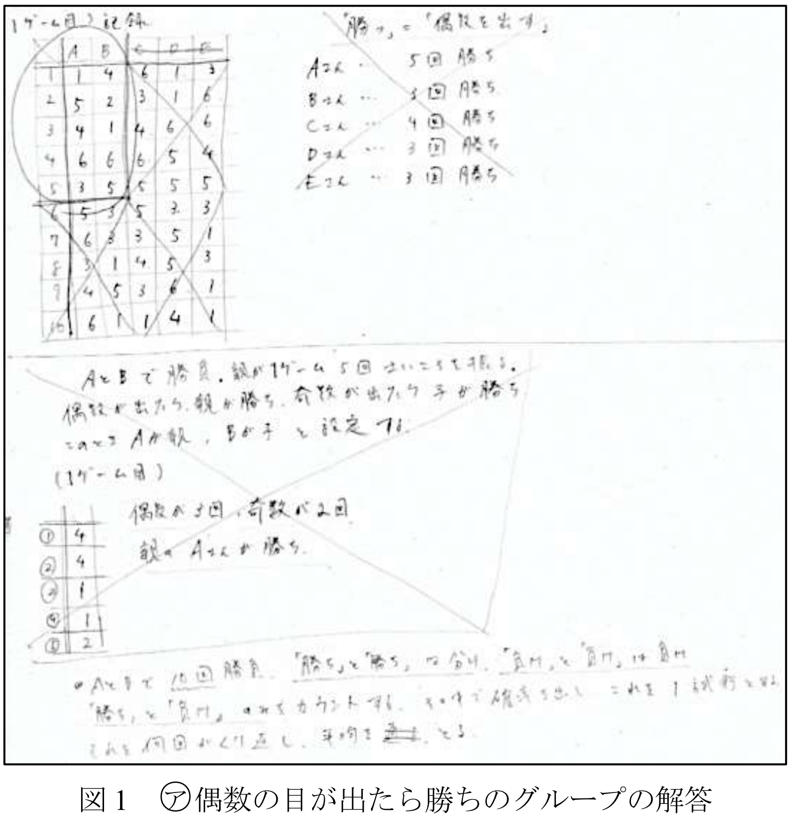


図 1　㋐偶数の目が出たら勝ちのグループの解答

2.2. ㋑3 以上の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 4 名からなるグループである。

グループ課題（1）には,「水平な規定の机の上に投げ方とさいころを指定し投げる。投げた

際に環境の変化によってさいころの出る目が判断不可または机の上面以外で静止した場合は，もう一度さいころを投げるとする。2 以下の目を出した場合はゲームを終了とする」と解答している。

グループ課題（2）には，サイコロについての解答（図 2）とさいころの投げ方についての解答（図 3）が見られた。ここでは，さいころについては，正六面体であることなどを解答し，投げ方については，別の容器を用いた投げ方について解答している。

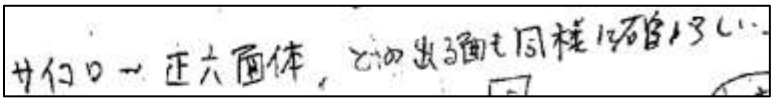
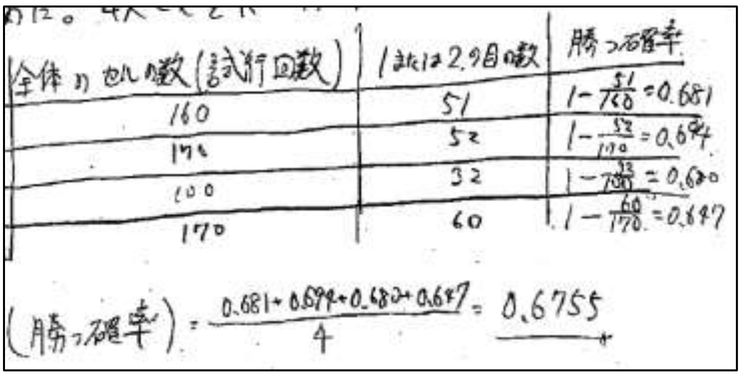


図 2　さいころについての解答

図 3　さいころの投げ方についての解答

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanInt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，乱数を発生させるセルの範囲を A1:D45 とし，入力可能な全てのセルを使用している。また，その結果をもとに勝つ確率を求めている。方法として，1 と 2 の目が出た回数を数え，余事象の確率から勝つ確率を求めている（図 4）。その結果，勝つ確率を「0.6755」としている。



全体のセルの数（試行回数）	1または2の目の数	勝つ確率
160	51	$1-\frac{51}{160}=0.681$
170	52	$1-\frac{52}{170}=0.694$
100	32	$1-\frac{32}{100}=0.680$
170	60	$1-\frac{60}{170}=0.647$

$$(\text{勝つ確率})=\frac{0.681+0.694+0.680+0.647}{4}=0.6755$$

図 4　表にまとめ確率を求めている様子

2.3. ウ1 の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 4 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，次のように解答している。

①対戦人数→1 対 1

②振る回数→1 回のみ

③決着→互いに 1 または 1 以外…引き分け，

どちらかが 1 でもう一方が 1 以外…1 を出した人の勝ち

④振る場所→同じ机の上

⑤使用するさいころ→同じもの

⑥コップを使ってガラガラして狙った目が出せないようにする

グループ課題（2）には，「①～③については，ゲームを行う上でのルールを考えた，④～⑥については，2 人の対戦者が同じ確率でさいころの各目が出るような条件を考えた」と解答している。

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanInt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，乱数を発生させるセルの範囲を A1:B45 としている。これは，対戦者を A，B の 2 人としているためである。その際，関数電卓に表示された結果を正の字を用いて，勝ち数を数えていた（図 5）。そして，勝負がつく確率を，$\frac{28}{85}$ としている。

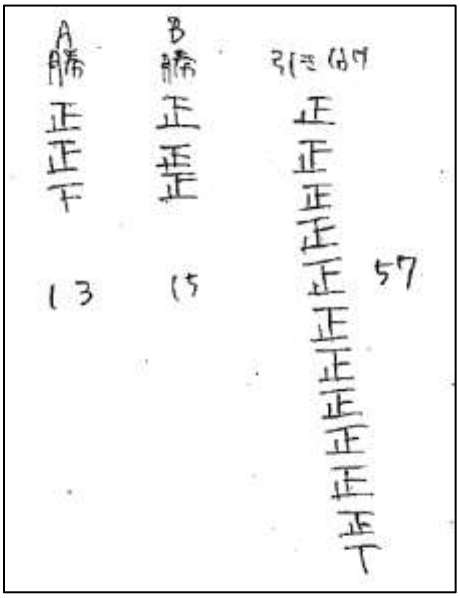


図 5　2 人の勝ち数を数えている様子

2.4. エ6 未満の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 4 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，次の項目についての解答している。

・どんなさいころを使うのか

・振り方　　　　　　　　　・さいころを持ってから振るまでの秒数制限

・面の種類（さいころ）　　・勝利条件の詳細

・台の形状

グループ課題（2）には，「参加者全員において公平性を保つこと，途中でルールを変更しないこと，参加者全員が同じルールを同じ解釈で共有していること，ゲームがきちんと開始されること」と解答している。

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanInt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，乱数を発生させるセルの範囲を A1:B5 としている。これは，1 回のゲームで勝敗が決まるまで最大 5 回さいころを振るとしていたためである。そのため，このグループは，1 回のゲーム毎に再度入力し，記述している（図 6）。そして，勝つ確率を，25 回目の$\frac{23}{50}$としている。

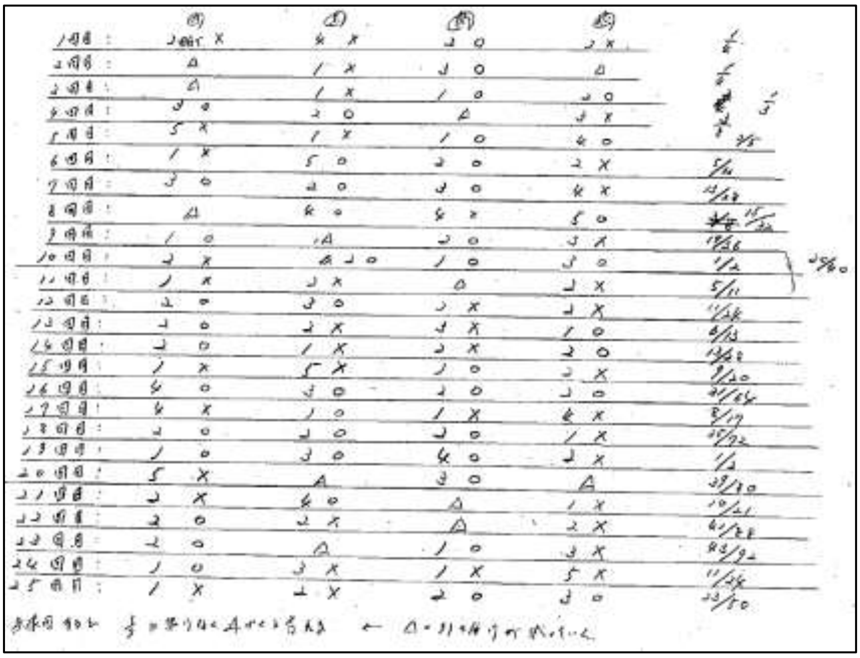


図 6　ゲームの勝ち負けの記録

2.5. ㋔3 の倍数の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 4 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，次のように解答している。

・ゲームは何人でするのか

・投げる順番

・3 の倍数の目以外が出た場合はどうするのか

・勝った場合にどうなるのか

・どうなったら負けなのか

・一人何回投げるのか
・さいころを投げる場所はどこにするか
・どのようなさいころを使用するのか
・他に勝利条件はあるのか
・先手が 3の倍数の目を出した場合，どうするのか
・複数人が3の倍数の目を出した場合どうするのか
・全員が同じさいころを使用するようにする

グループ課題（2）には,「自分が実際プレイしたときにルールの不完全性はないか」「どんなルールがあったら楽しいか」を解答している。

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanInt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，乱数を発生させるセルの範囲を A1:D40 としている。この範囲の設定については，A1:D45 にすると，関数電卓によって表示される乱数の数に違いが出てしまうためと述べていた。さらに，このグループも 2.2. のグループと同様に，一度関数電卓で結果を表示させた後，ルール変更を行っている。また，このグループも，関数電卓に表示した結果を正の字を用いて，数えている（図 7)。勝つ確率を$\frac{237}{560}$としている。

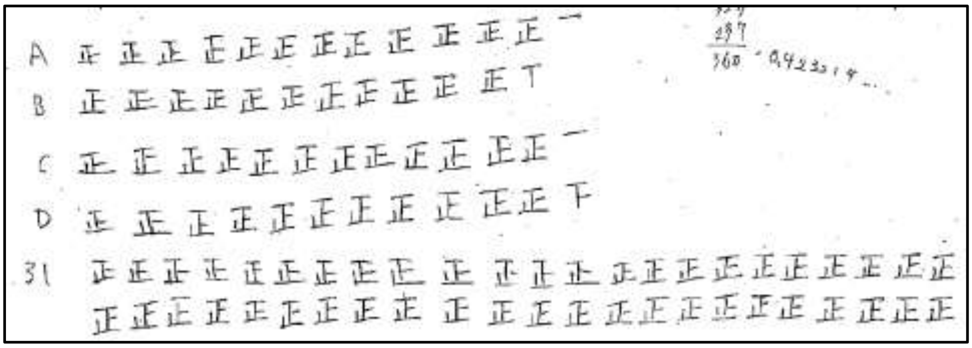


図 7　4 人の勝ち数を数えている様子

３．東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの実際

ここでは，東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの報告を行う。実施日は，2020（令和 2）年 9 月 17 日であり，対象は，東京都内国立大学理工系学部理工系学部学生 23 名である。グループでの解決について報告する。

3.1. ㋐偶数の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 5 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，次のように解答している。

・参加者全員がさいころを降って勝者全員に，出目により変動する賞金を提供する
・n 人を想定し，賞金は（2，4，6）=（200，400，600）円である

（今回は n＝5 を想定）

・3 回振る

・900 円以上を勝利とする

グループ課題（2）には，次のように解答している。

・宝くじをイメージしました

・5 人はこの場にあるさいころの数

・一回の参加費を 300 円と仮定（期待値 200 に 100 を加算）

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanInt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，初めに A1 のセルに RanInt 関数を入力し，他のセルにコピー&ペーストしている。また，表の行を，参加者（5 人），列を，さいころを振る回数（3 回）として表している（図 8）。また，関数電卓を用いて求めた確率を，このルールでの数学的確率と比較して，数学的確率に収束すると結論付けている。

図 8　アのグループの発表時の関数電卓操作

3.2. イ3 以上の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，5 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，「勝つ人は一人である。1 つのさいころを投げる。（さいころは 6 面で 1～6 が 1 つずつあるとする）ルールは 3 以上の目が出た人が残って，最終的に勝ちとなるというものである。平らな机の上に乗るようにある程度の高さから回転が生じるように投げるよう統一する。投げた後は，一切干渉しない。場所は室内で無風なところで行うとする。1，2 が出る確率と 3～6 が出る確率が共に 0 でないとする。3 以上の目が出た人がいなかったら，振り直しを行う」と解答している。

グループ課題（2）には，「ルールに穴（勝利の条件や投げ方の条件）があるので，ゲームが成立することをイメージした。全員の勝つ確率が公平になることをイメージした」と解答している。

グループ課題（3）では，人数を 2 人とし，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanImt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，A1 と B1 のセルのみに RanInt 関数を入力し，勝敗を確認している。そして，DEL を押下し，A1 と B1 に再度乱数を発生させている（図 9)。このグループは，ゲーム毎に関数電卓で再計算を行なっているため，前の結果が後から確認できない。

図 9　イのグループの発表時の関数電卓操作

3.3. ウ1 の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 4 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，次のように解答している。

・平坦な場所で投げる（予め決めておく）

・30 cm 以上の高さから投げる

・6 面のさいころでそれぞれの面が $\frac{1}{6}$ ずつの確率

・4 人で戦う　・順番をくじで決める　・ターン数　4

・誰かが 1 を出したらその時点で終了

グループ課題（2）には，次のように解答している。

・どんな状況でも勝者が確定できるようにした

・6 面体のさいころが一般的だから

・電卓で計算しやすいように 4 ターンにした

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，まず，4 人で 4 ターン行った時のそれぞれ 1 が出る数学的確率を計算で求めている。次に，さいころを振る順番を，RanInt 関数を用いて決める。そして，4 人で 4 ターン行った結果を関数電卓に表示している（図 10）。

図 10　ウのグループの発表時の関数電卓操作

3.4. エ6 未満の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 5 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，「振り方」「人数」「場所」「サイコロ」「予行練習をするかどうか」の項目を作って解答している。

グループ課題（2）には，「イカサマの方法，賭け事（マージャン等）をイメージした」と解答している。

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanImt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，乱数を発生させる範囲を A1 から D25 とし，100 回分のデータを表示している（図 11）。そして，その結果から，6 が出た回数を数え，余事象の確率から，このゲームの勝つ確率を求めている。

図 11　㋓のグループの発表時の関数電卓操作

3.5. ㋔3 の倍数の目が出たら勝ちのグループ

このグループは，被験者 4 人からなるグループである。

グループ課題（1）には，次のように解答している。

①何人でゲームをするか→3 人

②密度が一定で正六面体または正十二面体のさいころを使う→正六面体

③意図的にある数字の目が出るようなさいころの投げ方をしない

④接地面の逆側の数字を出た目とする

⑤*n* 人でやる際，*m* ターン目で 3 の倍数を出した人は全て勝ちとし，勝ち抜き

グループ課題（2）には，次のように解答している。

・ゲームに穴が出ないこと

・公平であること

・床の角度

・投げ方を同じにすると同じ目が出るはず

グループ課題（3）では，グループ課題（1）で決めたことに従って，関数電卓の「表計算」モードで RanImt 関数を用いてゲームの結果を表示させている。このとき，3 人でゲームを行うとし，表の ABC を参加者と見たて，できるだけ多くの範囲（A1:C45）で乱数を表示している（図 12）。そして，3 の倍数が出たかどうかを確認し，勝つ確率を求めている。

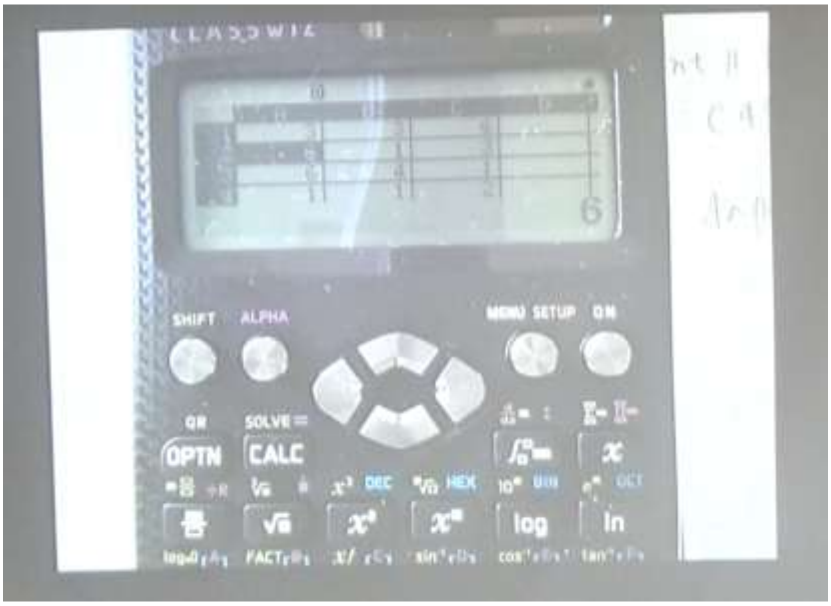


図 12　㋔のグループの発表時の関数電卓操作

３．静岡県内国立大学理系学部・東京都内国立大学理工系学部でのワークショップの実践してみて

本ワークショップでは，関数電卓の「表計算」モードで RanInt 関数を用いて，擬似的にゲームの結果を表示する活動を行った。まずは，結果の表示方法について，大きく 2 つの方法が見られた。それは，ゲームごとに結果を表示させる方法と初めからできるだけ多くの回数を表示させる方法である。ゲームごとに結果を表示させる方法は，実際にゲームを行う際の実施方法や記録方法と同じ手順であろう。一方，初めからできるだけ多くの回数を表示させる方法は，関数電卓を使用したから実現できた方法ではないだろうか。また，今回，静岡県内国立大学理系学部は 2 つのグループが一度結果を関数電卓に表示させた後，ルールの変更を行っている。これは，瞬時にゲームの結果を求めることができたため，結果を吟味する時間を多く取ることができたのではないだろうか。さらに，いくつかのグループで，関数電卓で結果を表示させる前に，数学的確率を求める様子が見られた。それらのグループでは，自分たちが行った結果から求めた確率と比較し，等しくなることを確認していた。中には，求めた数学的確率と等しくなるように，自分達が行う回数を増やしている様子も見られた。