

数学Ⅲ 指導案(略案)

開智中学・高等学校 大川 健史

実験授業の目的

関数電卓の利用を前提とした授業において、逆三角関数を用いた課題を行い、どのような議論・解答・表現が出るのかを調査する。

授業のねらい

「有明アリーナの天井の光の反射」の課題を通して、有明アリーナの天井を既知の関数に近似し、その微分係数を求める。微分係数の値を \tan の逆三角関数に代入することによって、入射角・反射角を計算することができる。

本時の展開

| | 学習活動 | 指導の手立て | 留意点 |
|----|--|--------|-----|
| 導入 | 【配布プリント①】を提示する。 | | |
| | <p><u>問1</u> 3 : 4 : 5 の直角三角形の、小さい方の鋭角の角度の値を求めてみましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 自己解決の時間を与え、解答を求めることができる生徒がいる場合、それを共有する。 関数電卓の逆三角関数機能を紹介する。辺の比→角度を計算する際は、逆三角関数を用いることを確認する。 | | |
| | <p><u>問2</u> 下の写真は、2019年12月9日に竣工した有明アリーナです。 なぜこのような屋根の形状をしているのか、理由を考えてみましょう。</p> <ul style="list-style-type: none"> 自己解決の時間を与え、生徒の回答を共有する。 回答が出ない場合、教師が「写真の後ろの方にあるマンションに光が当たりにくくするため」という回答を共有する。 後ろの建物がヒントであることを示唆する。 自己解決の後、有明アリーナを別の角度から見た写真も提示できるとよい。 | | |

| | | | |
|--|---|--|--|
| 展開 | <ul style="list-style-type: none"> ・【配布プリント②】を提示し、本時の問題を把握する | | |
| | <u>(1)</u> 仮に有明アリーナの屋根が平らだった場合、マンションの頂上付近の点 A では、太陽からの反射光は、何時から何時までマンションに日の光は当たるでしょうか。 | | |
| | <ul style="list-style-type: none"> ・自力解決を行う ・生徒から上がった疑問を適宜共有する。 | <p>S：何をすればいいのかな？</p> <p>→T：光の反射の性質を思い出してみよう。</p> <p>T：太陽の当たり方を時間ごとに考えてみよう。お昼付近と夕方、反射した光はどうなるかな？</p> <p>S：辺の長さはわかるけど、角度はどうやって求めればいいんだろう？</p> <p>→T：さっきの辺の長さから角度をやった方法を思い出してみよう。</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・条件が複雑であるため、まずはどういう設定になっているのかを確認する。 ・カギとなる悩みは全体で共有する。 |
| | <u>(2)</u> (1)と同様の条件で、実際の有明アリーナの形状の場合はどうなるでしょうか。 | | |
| <ul style="list-style-type: none"> ・自力解決を行う ①有明アリーナの天井を既知の関数に近似する。 | <p>S：どうすればいいんだろう…</p> <p>→T：入射角・反射角はどこになるんだろう？</p> <p>→S；ここに線を引い</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・別角度からの写真を共有できておくとよい。 | |

| | | | |
|--|---|--|---|
| | <p>②関数を微分し、微分係数（接線の傾き）を求める。</p> <p>③求めた微分係数を逆三角関数に代入し、入射角・反射角を計算する。</p> <p>④角度から時刻を求める。</p> <p>・比較・検討を行う (グループ→全体)</p> <p><u>グループ</u> 議論の視点</p> <ul style="list-style-type: none"> ・どのような関数に近似したか ・近似した関数の係数 ・角度→時刻の変換 | <p>て、…</p> <p>→T：この線は、どんな線になっているかな？</p> <p>T：立体のままで考えるとても難しいから、平面に切断して考えてみよう。この屋根の形状をうまく表すことができれば、接線を求めることができそうだね。どのように表したらいいんだろうね？</p> <p>T：接線の傾きと三角関数の関係を思い出してみよう。</p> | <ul style="list-style-type: none"> ・接線を出せばよい、という考えは全体で共有する。 ・放物線または円に近似できるよう誘導する。 ・放物線に近似した生徒、円に近似した生徒はなるべく同じグループになるよう分ける。 |
|--|---|--|---|

| | | | |
|------------|--|--|--|
| | <p><u>全体</u></p> <ul style="list-style-type: none"> • どのような値になったのかの導出法を、全体で共有する。 | <p>T：自分たちのグループとの考え方の違いに注目して発表を聞いてみましょう。</p> <p>T：どのような求め方がベストかな？</p> | |
| <p>まとめ</p> | <ul style="list-style-type: none"> • 本時の振り返りを行う ①三角形の辺の長さや接線の傾きから角度を求めるためには、逆三角関数を用いる。 ②図形のとらえ方・近似の仕方などによって、値や表現が変化する。 • 学習感想をかく | | |

【資料】

【配布プリント①】

【アイスブレイク】

問 1

3 : 4 : 5 の直角三角形の、小さい方の鋭角の角度の値を求めてみましょう。

問 2

下の写真は、2019年12月9日に竣工した有明アリーナです。

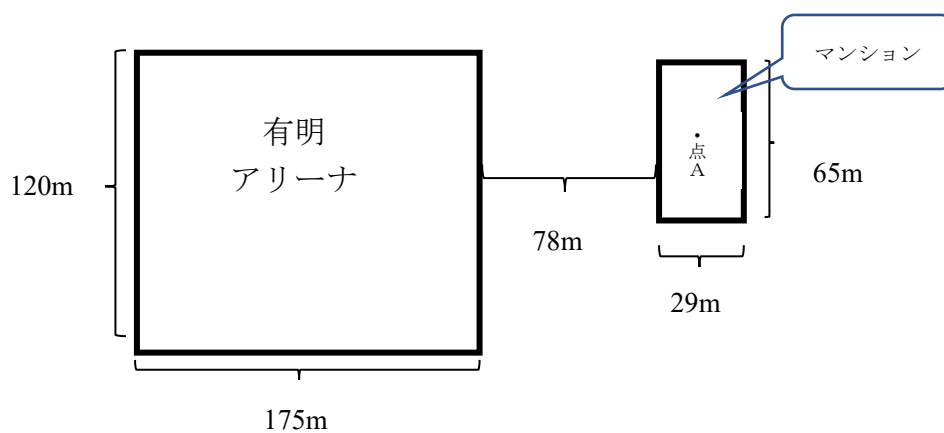
なぜこのような屋根の形状をしているのか、理由を考えてみましょう。



【配布プリント②】

課題

有明アリーナの屋根は、屋根から日の光が反射することによる、近くの高層マンションに日光の当たりすぎを防ぐためにこのような形状になっています。先の写真に写っているマンションは、階数 33 階、高さ 114m です。有明アリーナは、屋根の一番高いところが 37m、一番低いところが 34m です。有明アリーナとマンションの位置関係は、下図のようになっています。また、簡単のために、下図右が東、左が西であるとし、太陽は真東から午前 6 時に昇り、正午に天頂に行き、真西に午後 6 時に沈むとします。



(1) 仮に有明アリーナの屋根が平らだった場合、マンションの頂上付近の点 A では、太陽からの反射光は、どのくらいの時間マンションに日の光は当たるでしょうか。

(2) (1) と同様の条件で、実際の有明アリーナの形状の場合はどうなるでしょうか。その違いを考えてみましょう。

(3) グループに分かれた話し合いの結果をまとめてみましょう。