

数学科学習指導案

2023年11月13日(月)

川越女子高校2年7組

佐藤 陽平

授業の目的

関数電卓使用を前提とした授業の中で、問題解決をおこなう際に、関数電卓によって得られた結果を意味づけ、活用している様子をワークシートから明らかにすることである。

授業のねらい

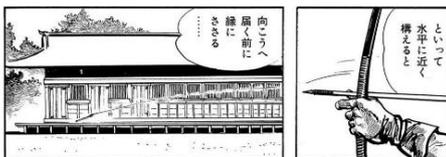
漫画『弓道士魂』の場面を数理的に捉え、数学的に表現し、関数電卓を用いて問題を解決し、解決過程を振り返り得られた結果の意味を考察することができる。

前時(1時間目/2時間)の展開(表中の  は手計算での活動を示している。)

	学習活動	指導の手立て	留意点
導入	<p>○「通し矢」について知る。</p> <ul style="list-style-type: none">・「通し矢」の由来、歴史を知る。 <p>→「通し矢」は、平安時代末期から江戸時代にかけて三十三間堂で行われていた。「通し矢」では、約120m先の的に、24時間でどれだけ多くの矢を的にあてることができるかを競っていた。</p>  <p>三十三間堂の看板</p> <ul style="list-style-type: none">・漫画『弓道士魂』の場面を確認する。	<ul style="list-style-type: none">・【資料1】の配布・「通し矢」を題材とした漫画『弓道士魂』の紹介をする。	<ul style="list-style-type: none">・「通し矢」に興味を持ってもらう。



漫画『弓道士魂』の場面①

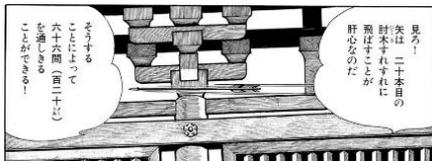


漫画『弓道士魂』の場面②



『三十三間堂通し矢図』
円山応挙 (1733~1795)

○問題となる一場面を確認する。
・二十本目の肘木すれすれに飛ばすと、120 m 通しきることを確認する。

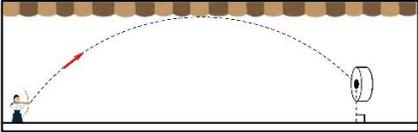


漫画『弓道士魂』の一場面

- ・ 遠くに飛ばすためには、矢を上に向ける必要があることに触れる。
- ・ 上へ向けすぎると、肘木にあたってしまい、遠くに飛ばないことを確認する。
- ・ 三十三間堂には、三十四本の肘木があり、肘木を目印として通し矢をおこなっていることを確認する。
- ・ 肘木があることによって、矢をどのように飛ばさなくてはならないか注意する。
- ・ 120 m の距離を直線に近い軌道で飛ばすと届かないことを確認する。
- ・ 水平近くに矢を構えたと的まで届かないことは、後の問の解決をおこなう際の判断材料の1つとなるので、必ず触れる。
- ・ 的があること、縁側に座って弓を引いていることを伝える。

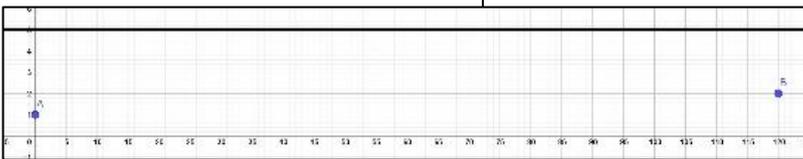
展開

T: 漫画には二十本目の肘木すれすれに飛ばすことが肝心って書いてあるけど本当かな?
S: 本当だと思うよ
S: 本当じゃないと思うけどな...

<p>○問題を確認する。</p>	<p>T：漫画の場面に矢を上に向ける際の注意が描かれていたけど、どのくらい上に向けているんだろうね。 S：ほんの少しかな S：10° ぐらい？</p>	
<p>[問 1] 矢を二十本目の肘木すれすれに飛ばすとき、矢は的にあたるか確認してみましょう。また、矢は水平から何度上に向けているのでしょうか。</p>		
<p>○問 1 を解決するための条件設定をおこなう。</p>	<p>・【ワークシート 1】の配布。</p>	
<p>問題を解決する際に、必要なことは何ですか？</p>		
<p>・問題となる漫画の一場面のモデルを確認し、矢の軌道を放物線と仮定する。</p>  <p>漫画の一場面のモデル</p> <p>・問題解決をおこなう上で必要なことをまとめる。</p>	<p>T：問題を解決するためには、どんな条件が必要かな？ S：二十本目の肘木までの距離は？ S：的の大きさってどのくらい？ S：矢の重さや初速度は？</p>	<p>・授業者が問題場面の数学化をおこなう。 ・授業者が問題となる漫画の一場面のモデルを提示する。 ・物理的な側面の条件も取り上げる。 ・物理的な側面の条件は、2 時間目の最後に用いる。</p>

[問題解決をおこなう上で必要なこと]

- ①「通し矢」の場面は横から見る。
- ②射手が縁側に座っている地点を原点 O とする。
- ③矢の軌道は放物線とする。
- ④矢の先端を点 P (x, y) とおく。
- ⑤矢の発射地点を縁側から高さ 1 m の地点とし、点 A (0, 1) とする。
- ⑥矢の発射地点からの的までの距離は 120 m とする。
- ⑦肘木のすれすれの高さを 5 m とし、矢の最高到達点も 5 m とする。
- ⑧肘木の間隔は 3.6 m とする。
- ⑨矢の発射地点から二十本目の肘木までの水平距離は 68.4 m とする。
- ⑩的の直径を 2 m とし、縁側から高さ 2 m の地点に的の中心がくるように設置する。
- ⑪的の中心を点 B (120, 2) とする。
- ⑫的を線分で表す。



条件を基に数学化した「通し矢」の場面

○設定した条件を用いて解決に移る。

- ・二十本目の肘木すれすれが放物線の頂点となることを確認する。
- ・条件⑦と⑨より、放物線の頂点の座標を点 V (68.4, 5) と表す。

- T: 放物線の頂点ってどこになりそうかな?
- T: 頂点の他に通る点ってあるかな?



- ・頂点が (68.4, 5) で点 A (0, 1) を通る 2 次関数の式を求める。

$$y = -\frac{4}{68.4^2}(x - 68.4)^2 + 5 \cdots \textcircled{7}$$

- ・原点 O から 120 m 地点での、縁側から飛んでいる矢までの鉛直距離を求めるため、条件⑥より、⑦式に $x=120$ を代入し、 y の値を求

- ・関数電卓のカルク機能を使用する。

・条件をもとに数学化した「通し矢」の場面を確認する。

・⑦式を求めるまでは、授業者が先導する。

める。
→求めた y の値から、的にあたるか確認する。

- ・条件⑩より、矢の発射地点から 120 m の地点で、縁側から 1~3 m の間を矢が飛んでいけばよいことを確認する。
- ・カルク機能を用いた計算結果と条件⑩から、二十本目の肘木を狙うと矢は的にあたることを確認する。

○矢を水平からどのくらい上に向けているかを求める。

- ・射手がどのくらい矢を上に向けているかを求めるので、⑦式の $x = 0$ における接線の傾きを求める。そして、その値から、 x 軸とのなす角 θ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) を求める。その際、 $\tan \theta$ を利用する。



- ・⑦式の $x = 0$ における接線の傾きを求める。

$$y' = -\frac{2 \times 4}{68.4^2}x + \frac{547.2}{68.4^2}$$

よって、 $x = 0$ における接線の傾きは、 $\frac{547.2}{68.4^2}$

- ・接線の傾きの値から、なす角 θ を求める。
- ・ $\tan \theta = \frac{547.2}{68.4^2}$ をみたとす θ を求める。

$$-\frac{4}{68.4^2}x^2 + \frac{547.2}{68.4^2}x + 1$$

2.723607264

関数電卓のカルク機能を用いた画面

- ・的にあてるためには、二十本目の肘木すれすれを狙うことは正しいことを確認してもらう。

T: 接線の傾きから角度を求めるためには何をしたらいいかな?

- ・関数電卓のソルブ機能を使用する。

$$\tan(x) = \frac{547.2}{68.4^2}$$

$x = 6.670952674$
L-R= 0

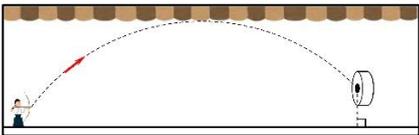
関数電卓のソルブ機能を用いた画面

- ・ $x=120$ のときの y の値が何を表しているか確認する。

- ・矢を⑦式における接線とみなす。

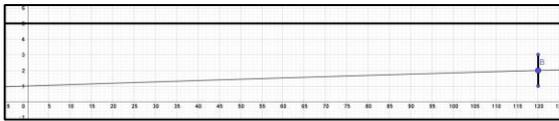
ま と め	○本時の振り返りをおこなう。		
	関数電卓を用いて[問 1]を解いてみて、わかったことや気づいたことは何ですか？		
	・【ワークシート 1】の下部に記入する。		

本時 (2 時間目/2 時間) の展開 (表中の  は手計算での活動を示している。)

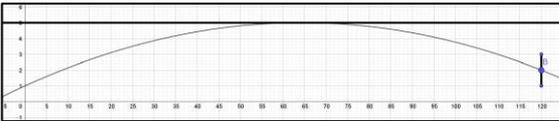
	学習活動	指導の手立て	留意点
導 入	<p>○前時の復習</p> <ul style="list-style-type: none"> ・設定した条件を確認する。 ・二十本目の肘木を狙うと的の中心にはあたらないことを確認し、普通は的の中心にあてることを確認する。 	<p>T: 的に矢を当てるなら、みんななら的のどこを狙う？</p> <p>S: 的の中心</p> <p>T: 二十本目の肘木を狙っても的に中心にはあたらないことがわかったね。的の中心にあてるとしたら、肘木何本目に飛ばせばいいのかな？</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・漫画では的に中心にあてることには触れていないことを確認する ・弓道の競技の中でも、的にあたればいい競技と、的に中心を狙う競技があることを知らせる。 ・的に中心を狙うことが出てこない場合は、ダーツやアーチェリーを例に出す。
展 開	<p>○問題を確認する。</p>		
	<p>[問 2] 矢が的に中心にあたるとき、何本目の肘木すれすれに飛ばせばよいか求めてみましょう。また、そのとき、矢は水平から何度上に向けているでしょうか。</p> <p>○問題解決に向け、問題場面の数学化をおこなう。</p>  <p>・解決をおこなうために、必要な情報を整理する。</p>	<p>・【ワークシート 2】の配布。</p> <p>T: ここは通るとわかっている点ってどこが</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・問題となる場面のモデルを提示する。 ・初期条件を逐一確認する。

<p>→矢の軌道が放物線で表されていること、放物線の頂点となる場所を確認する。</p> <p>○矢の発射地点と的の中心を通る 2 次関数の式を求める。</p> <p></p> <p>・的の中心を点 B (120, 2) と表したときの、点 A (0, 1) と点 B (120, 2) を通る 2 次関数の式を求める。</p> <p>・2 点を定めただけでは、式は一意に定まらないことを確認する。</p> <p>・肘木すれすれの高さが 5 m より、放物線の頂点の y 座標が 5 となることを確認する。</p> <p></p> <p>・放物線の頂点を V (F, 5) とし、矢が的の中心である点 B (120, 2) を通るとき F の値を求める。 $F^2 - 960F + 4 \times 120^2 = 0 \dots \textcircled{1}$</p> <p>・$\textcircled{1}$式の計算をすると、頂点の x 座標が 895.69 と 64.31 の 2 つが出現する。</p> <p>○頂点の x 座標について、解の吟味をおこなう。</p>	<p>あるかな？</p> <p>S : 的の中心 矢の発射地点</p> <p>T : 2 点の座標だけで 2 次関数の式って決まる？</p> <p>S : 決まらない</p> <p>T : 初期条件の中で使えるものはないかな？</p>	<p>・まずは、2 点のみを与えた状態で進めてもらう。2 点のみでは定まらないことを確認し次第、条件の確認に移る。</p>
	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $ax^2+bx+c=0$ $x_1=$ 895.6921938 </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px;"> $ax^2+bx+c=0$ $x_2=$ 64.30780618 </div> </div> <p>関数電卓の高次方程式機能を用いた画面</p>	
<p>・【資料 1】の漫画の場面を再確認し、漫画の内容に合致するのはどちらの値か理由も含めて記述する。</p> <p>・頂点の x 座標が 895.69 の場合と</p>	<p>T : 解が 2 つ出てきたけど、2 つとも答えでいいかな？</p> <p>S : よくない？</p>	<p>どちらの数値が問題に合致しているのでしょうか。理由も含めて記述してください。</p>

64.31 の場合の 2 つの数値がどう
いうことを表しているのか、考察
する。



頂点の x 座標が 895.69 のグラフ



頂点の x 座標が 64.31 のグラフ

- 実際に 120 m の距離を飛ばすときに直線に近い軌道で飛ばすことができるかを踏まえて考察する。
- 頂点の x 座標は 64.31 が漫画の内容に合致することを確認する。

T : 120 m の距離を人力
でものを飛ばすとき
って軌道はどうなる
べきかな？

- グラフ描画ソフト
ウェアを用いて、2
種類のグラフを提
示する。

- 120 m の距離を飛ばすという点，人力という点を考慮する。
- 矢の発射地点から 64.31m は，十八本目と十九本目の肘木の間である。

○矢を水平からどのくらい上に向
けているかを求める。



- 頂点の座標が (64.31, 5) で，点 A (0, 1) を通る 2 次関数の式を求め， $x=0$ における接線の傾きを求める。

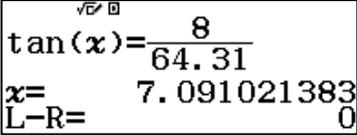
$$y = -\frac{4}{64.31^2}(x - 64.31)^2 + 5 \dots \textcircled{7}$$

$$y' = -\frac{8}{64.31^2}x + \frac{8}{64.31}$$

よって， $\textcircled{7}$ 式の $x=0$ における接線

の傾きは， $\frac{8}{64.31}$

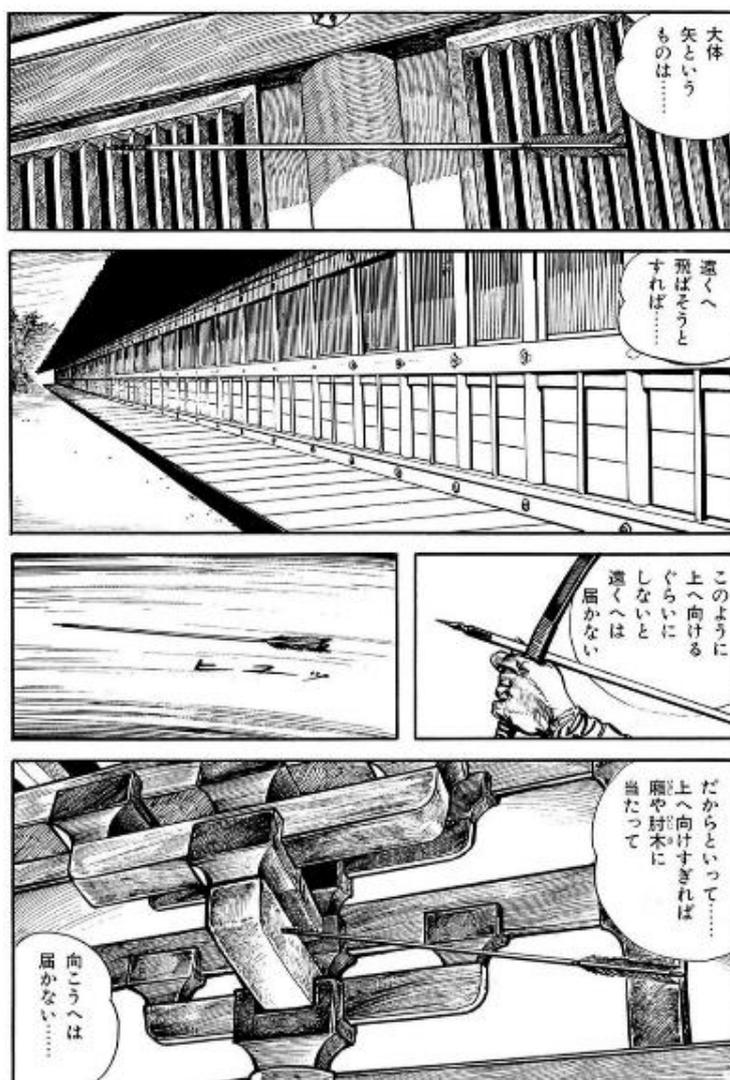
- 接線の傾きの値から，なす角 θ を求める。

	<p>・ $\tan \theta = \frac{8}{64.31}$ をみたす θ を求める。</p> <p>○物理的な側面の条件を用いて[問 1]の解決をおこなう。</p>	<p>・関数電卓のソルブ機能を使用する。</p> <div data-bbox="778 286 1315 499" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;">  <p>関数電卓のソルブ機能を用いた画面</p> </div> <p>・理科の松本教諭にご登壇いただき、物理的な側面の条件を用いた場合の[問 1]の解説をしていただく。</p>	
<p>まとめ</p>	<p>○本時の振返りをおこなう。</p> <div data-bbox="272 860 1394 1140" style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>今回、「通し矢」を題材とした問題を解決するにあたり、様々な仮定・条件を設定しました。今回設定した仮定・条件をもう一度自身で見直してみて、関数電卓を用いて改めて問題を解決してみてください。その際、どんな仮定・条件を設定したかを書いてください。また、今回使用した仮定・条件を使用したり、変更した際は、<input type="checkbox"/>の中にチェックを入れてください。</p> </div> <p>・今回設定した仮定・条件をもう一度見直してもらおう。</p> <p>・問 1 のみもう一度解決してもらおう。</p> <p>・仮定・条件は自由に設定してもらおう。</p>	<p>・【ワークシート 3】の配布</p>	<p>・特に変更する仮定・条件がない場合は、授業内で設定した仮定・条件で問題解決をおこなってもらおう。</p>

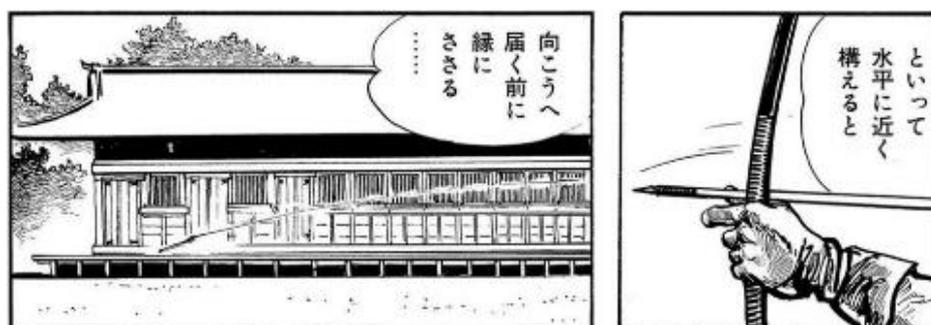
【資料1】



『三十三間堂通し矢図』
円山応挙 (1733~1795)



漫画『弓道士魂』の場面



漫画『弓道士魂』の場面②

引用・参考文献

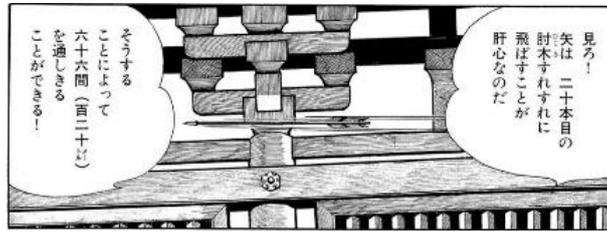
平田弘史（2006）『完全版弓道士魂—京都三十三間堂通し矢物語—』松文館

円山応挙（1733~1795）『三十三間堂通し矢図』文化遺産オンライン

<https://bunka.nii.ac.jp/heritages/detail/401818>（2023. 11. 7 最終確認）

【ワークシート1】

〔問1〕 矢を二十本目の肘木すれすれに飛ばすとき、矢は的にあたるか確認してみましょう。また、矢は水平から何度上に向けているでしょうか。



問題解決をする際に、必要なことは何ですか？



関数電卓を用いて〔問1〕を解いてみて、わかったことや気づいたことは何ですか？

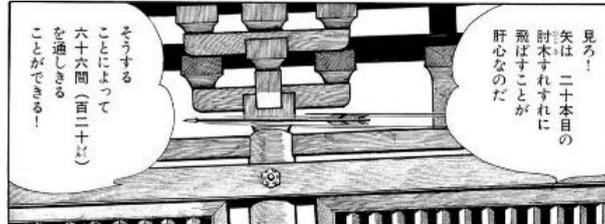
【ワークシート2】

[問2] 矢が的の中心にあたる時、何本目の肘木すれすれに飛ばせばよいか求めてみましょう。
また、そのとき、矢は水平から何度上に向けているでしょうか。

【ワークシート3】

今回、「通し矢」を題材とした問題を解決するにあたり、様々な仮定・条件を設定しました。今回設定した仮定・条件をもう一度自身で見直してみて、関数電卓を用いて改めて問題を解決してみてください。その際、どんな仮定・条件を設定したかを書いてください。また、今回使用した仮定・条件を使用したり、変更した際は、の中にチェックを入れてください。

〔問1〕矢を二十本目の肘木すれすれに飛ばすとき、矢は的に当たるか確認してみましょう。



- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> 「通し矢」の場面を横から見ている。 | <input type="checkbox"/> 矢の軌道を放物線とする。 |
| <input type="checkbox"/> 矢の発射地点からの的までの距離は 120 m とする。 | <input type="checkbox"/> 矢の発射地点を縁側から高さ 1 m の地点とする。 |
| <input type="checkbox"/> 矢の最高到達点は 5 m。 | <input type="checkbox"/> 肘木すれすれの高さは 5 m とする。 |
| <input type="checkbox"/> 射手が縁側に座っている地点を原点 0 とする。 | <input type="checkbox"/> 肘木の間隔は 3.6 m とする。 |
| <input type="checkbox"/> 矢の先端を点 P (x, y) とおく。 | <input type="checkbox"/> 矢の発射地点から二十本目の肘木までの水平距離は 68.4 m とする。 |
| <input type="checkbox"/> 矢の発射地点を点 A (0, 1) とする。 | <input type="checkbox"/> 的の直径を 2m とし、縁側から高さ 2m の地点に的の中心がくるように設置する。 |
| <input type="checkbox"/> 的の中心を点 B (120, 2) とする。 | |
| <input type="checkbox"/> 的を線分で表す。 | |

自身で設定した仮定・条件があれば書いてください。個数に限りはありません。

-
-
-