

実験授業の目的

中学校数学を対象に、関数電卓の機能を利用した数学授業の可能性を調査する。どのような教材のもとで、生徒がどのような反応を示し、関数電卓にどのような有用性を見出すのかを明らかにする。

授業のねらい

特設的な教材ではなく、教科書で通常学習する単元のなかで、関数電卓を有効に活用できないかを考えた。「連立方程式の解」を題材に関数電卓を用いて探究させる。関数電卓を用いて連立方程式の解を求めると、通常の解の他、「解なし」「無数の解」という表示も現れるため、その意味について検討させる授業である。電卓機能での解の導出だけでなく、手計算での解の導出とも比較しながら、一次関数と二元一次方程式のグラフとを関連付ける。グラフを用いることにより、連立二元一次方程式の解の意味を視覚的に捉えて理解させる。

本時の展開①

	学習活動	指導の手立て	留意点
導入	<p>○これまでに学習した方程式を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 1 次方程式 ・ 2 次方程式 ・ (2 元 1 次) 連立方程式 <p>○課題を提示する。【ワークシート 1】</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p>【課題】 関数電卓を使って連立方程式の解を求めましょう。</p> <p>(1) $\begin{cases} 3x + 4y = 11 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases}$ (3) $\begin{cases} -x + 7y = 11 \\ 2x - 14y = -22 \end{cases}$ (4) $\begin{cases} 5x + y = 8 \\ x + 5y = 20 \end{cases}$ (5) $\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x + y = 8 \end{cases}$</p> <p>(6) $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 4x + 3y = 6 \end{cases}$ (7) $\begin{cases} -x + y = 6 \\ 5x - 3y = 4 \end{cases}$ (8) $\begin{cases} 10x + 5y = 15 \\ -8x - 4y = 4 \end{cases}$ (9) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = \frac{1}{4} \\ 4x + 2y = 2 \end{cases}$ (10) $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x + 4y = 18 \end{cases}$</p> <p>(11) $\begin{cases} 4x + 12y = 8 \\ 3x + 9y = 6 \end{cases}$ (12) $\begin{cases} 8x + 2y = 8 \\ 12x + 3y = 9 \end{cases}$ (13) $\begin{cases} 6x + 2y = 4 \\ 2x - 4y = 6 \end{cases}$ (14) $\begin{cases} 3x + 5y = 11 \\ 3x + 2y = 8 \end{cases}$ (15) $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ x - 4y = 1 \end{cases}$</p> <p>(16) $\begin{cases} 2x - 3y = 4 \\ 4x + 3y = 2 \end{cases}$ (17) $\begin{cases} x + 4y = 11 \\ \frac{1}{2}x + 2y = 3 \end{cases}$ (18) $\begin{cases} 3x + 6y = 9 \\ \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = \frac{1}{6} \end{cases}$ (19) $\begin{cases} -x - y = 6 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ (20) $\begin{cases} 123x + 456y = 789 \\ 321x + 654y = 987 \end{cases}$</p> </div>	<p>○本時は連立方程式を扱う授業であることを伝える。</p>	<p>○電卓の操作方法について確認する。</p>
展開	<p>○関数電卓を用いて連立方程式の解を求めていく。</p>		<p>○この段階では手計算で求めさ</p>

○中には「解なし」や「無数の解」と表示されるものがある。

○解の種類を分類する。

解あり		解なし		無数の解	
(1)	(4)	(2)	(8)	(3)	(9)
(5)	(6)	(11)	(12)		
(7)	(10)	(17)	(18)		
(13)	(14)				
(15)	(16)				
(19)	(20)				

○「解なし」「無数の解」となった問題を手計算で解いてみる。

【解いた際の気づき】

(解なし)

- ・引くと左辺が何もなくなる。
- ・何倍かすると左辺の x, y の係数がどちらも同じになる。

(無数の解)

- ・引くと両辺に何も無い状態になる。
- ・何倍かするとどちらも同じ式になる。

○連立方程式の解の意味を他の方法で検討できないか発問する。→グラフによる考察方法を生徒から引き出す。

○グラフから検討する。【ワークシート2】

$$(2) \begin{cases} x + 2y = 8 \\ 2x + 4y = 10 \end{cases} \quad (\text{解なし})$$

○「解なし」や「無数の解」とはどういう意味なのか疑問を持たせる。

○生徒自身に実際に解かせてみて、気付いたことをメモさせるようにする。

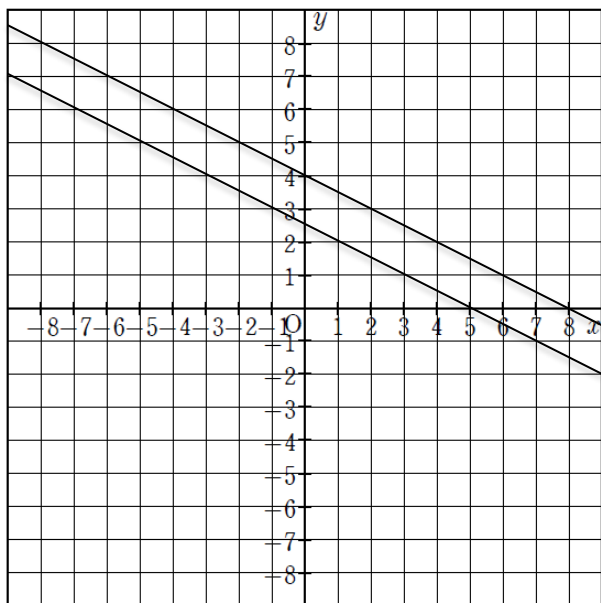
○計算では、文字が消えてしまい、解なしや無数の解の意味まではたどり着くことができないことを確認する。

○連立方程式の解は1次関数の2つのグラフ(直線)の交点の座標を指していることを生徒から引き出したい。

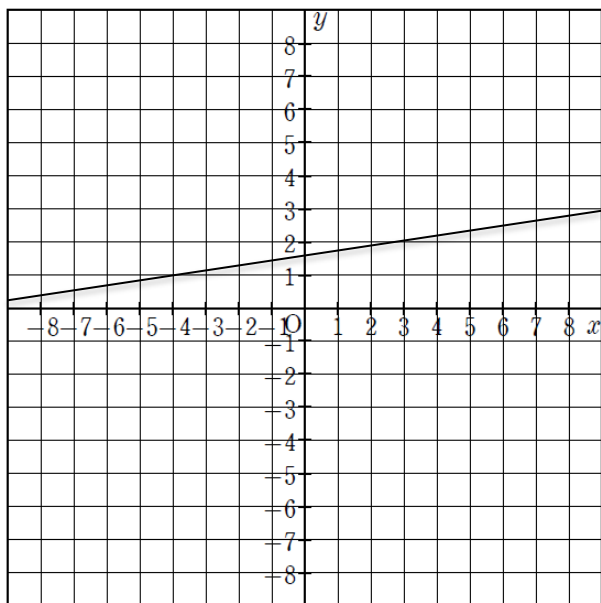
せず、あくまで電卓を利用して解を求めさせる。

○グループで分担して解いてもよいし、個人で解かせてもよい。グループの場合は、早く解けた場合は他の問題についても関数電卓で解かせる。

○グラフの考えが生徒からでない場合は教師から提案する。



(3)
$$\begin{cases} -x + 7y = 11 \\ 2x - 14y = -22 \end{cases}$$
 (無数の解)



○連立方程式の解は1次関数のグラフ（直線）の交点の座標を指しており、解なしとは「交点がない」つまり「2直線が平行である」こと。無数の解は「交点が無数に存在する」つまり「2直線が重なる」ことを意味している。

まとめ

○関数電卓で連立方程式を解く際に表示される「解なし」や「無数の解」は手計算では文字が消えてしまうだけでイメージすることは難しいが、1次関数の交点の座標として捉え直すことで視覚的にその意味を捉えることができた。

○グラフは手がきさせて、特徴を発見させる。

○「 $y = ax + b$ 」の形に式変形する際に a, b ともに分数となる場合のグラフのかき方は、苦手とする生徒は時間を要することが予想される。その場合は教師主導でグラフをかき確認する。

○「無数の解」についてはどのような x, y でも良いと考える生徒が多いと予想される。「無数の解」の意味についてはグラフとも関連付けながら丁寧に指導する。

○一次関数と二元一次方程式のグラフとを関連付ける。