産学共同プロジェクト「数学授業における関数電卓実用化とグローバル展開」

数学Ⅱ　指導案（略案）

上田　凜太郎

実験授業の目的

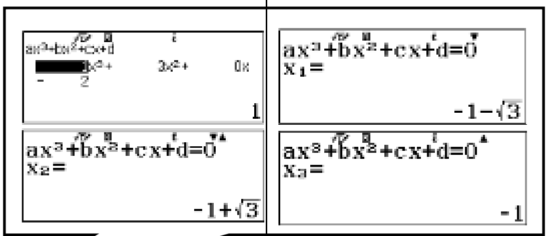
解決における関数電卓の機能の限界を克服する様相を明らかにする。

授業のねらい

$x^5-1=0$の実数解の個数を求める活動において，関数電卓の高次方程式機能の限界を把握し，それを克服することできる。

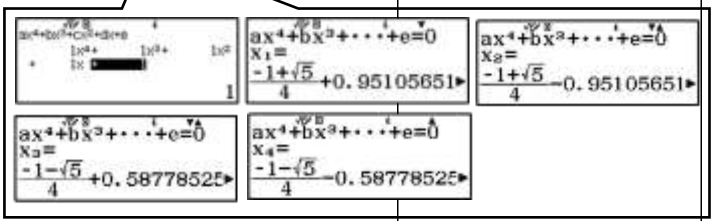
本時の展開

	学習活動	指導の手立て	留意点
導入	・エクササイズを把握する。 エクササイズ 方程式 $x^3+3x^2-2=0$ の実数解の個数を求めてみよう ・自力解決に取り組む。 （1）$f(x)=x^3+3x^2-2$と捉え，導関数の正負と極値を求める．実数解の個数を，関数$f(x)$のグラフとx軸との共有点の個数と解釈する。	T：この方法はどんな方程式でも使えるかな？ S：… →T：どういう時なら，この方法は使えるかな？ S：三次式のとき使える。 S：関数のグラフが描ける時は使える。	・関数電卓の使用については特に指示せず，学生に委ねる。 ・解決の限界を顕在化させる。
	（2）因数定理を用いて左辺を$(x+1)(x^2+2x-2)$と変形し，$x^2+2x-2=0$が実数解を持つかどうかを解の公式を用いて調べる。	T：何故因数定理を使ったの？ S：そういうものだと習った記憶がある S：二次方程式なら解の公式で解けるから	・解決の意図を顕在化させる。

	・比較・検討 （グループ→全体） <u>視点</u>：アプローチの違い，解決の意図 ①（1）は，方程式の解をグラフとx軸とグラフとの共有点に帰着させるために，方程式を関数として解釈し導関数を用いた。 ②（2）は，既知の解の公式に帰着するために，そのまま方程式として解釈し因数定理を用いた。 ③ 3 次方程式の解の公式を覚えていれば，(2) のように変形しなくても方程式の解を具体的に求めることができる ・関数電卓の「高次方程式」機能を理解し，操作を試してみる。	T：グループでそれぞれの解き方を確認して，どんなことを考えながら解いたかを視点に検討してみよう。 T：○○するために，△△した，のように目的と方法のセットで表現してみよう。  T：関数電卓を用いると，(2) の解決をしなくてもできる。	・グループで比較・検討する場合の視点を示す。 ・内容知だけに焦点がいく場合が想定されるので，方法知を意識させるために適宜グループ内での議論に手だてを講じる。
	・本時の問題を把握する。		
	<u>問題</u> $x^5-1=0$ の実数解の個数を求めてみよう		
展開	・自力解決に取り組む。 (1) $f(x)=x^5-1$と捉え，導関数の正負と極値を求めようとする一方，5 次関数のグラフをかくことに四苦八苦する。	T：さっきで用いた考え方は使えないかな？ →S：できない。 →T：何故さっき用い	・エクササイズとの違いを顕在化させる。

		た考え方は使えないのかな？ →S：関数が 5 次式だから。 →S：グラフが描けないから。	
	（2）関数電卓の「高次方程式」機能を使おうとするが，次数の設定が 4 次までしかないため断念する。	T：関数電卓を使って解くことはできるかな？ →S：できない。 →T：何故関数電卓を使うことはできないのかな？ →T：どうすれば関数電卓を使えるかな？ →S：四次式にすればいい。	・「関数電卓を使いたいから，因数定理を利用する」という因数定理を用いる意図を顕在化させる。
	（3）因数定理を用いて，左辺を$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$と変形し，さらに，$x^4+x^3+x^2+x+1$に対して因数を見つけようとするが見つけることができない。	T:何を目的に因数定理を用いたのかな？ →S：わからない。 →T:エクササイズで用いた因数定理と用いた理由は同じかな？ →S：同じ。 →S:次数を下げようとした。 →S:関数電卓を使えるように変形した。	・因数定理を用いる意図を顕在化させる。

	（4）因数定理を用いて，左辺を$(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$と変形し，$x^4+x^3+x^2+x+1=0$に対し「高次方程式」機能を用いる	T:因数定理を用いる理由は，さっきのエクササイズと同じかな？ S：同じ。 S：ちがう。	



	・比較・検討 （グループ・全体） <u>視点</u>：エクササイズの見方・考え方を用いることができるか，そのまま用いることができなかった場合どうやって乗り越えたか ① エクササイズと同様に左辺を関数と捉え，グラフをかこうとしたが煩雑だった。関数電卓でグラフを描けるなら解決できる。 ② 関数電卓の「高次方程式」機能をそのまま使おうとすると，設定上の限界からそのままでは使えない。 ③ 因数定理を用いて4次方程式に帰着させれば，「高次方程式」機能を用いることができる。	T:エクササイズと同じように，グループでそれぞれの解き方を確認してみよう。そのときに，さっきの考え方との違いに着目してみよう。 T：エクササイズのときとの違いは何かな？ →S：グラフを描こうとした。 T：設定上の限界をどうすれば乗り越えられるかな？ →S:4次式に帰着させればできる。 →T：さっきの因数定理と使われ方は同じかな？ →S：同じ。 →S:今回は，関数電卓を使うために因数定理を用いた。	・グループで比較・検討する場合の視点を示す。

	④　因数定理を用いることによって，次数を下げることができるが，何故次数を下げるかがさっきのエクササイズとは理由が違う。		
まとめ	・本時の振り返りを行う。 ①　エクササイズでは，関数と捉えて導関数を用いたり，方程式のまま因数定理を用いたりして解決した。さらに，関数電卓の「高次方程式」機能を用いると 2〜4 次の方程式の解を求めることができた。 ②　問題では，関数と捉えて導関数を用いたり，方程式のまま因数定理を用いたりしても解決ができなかった。一方，方程式のまま因数定理を用い，さらに「高次方程式」機能を用いると解決することができた。 ・学習感想をかく。 ①　エクササイズと問題の解決の中で，因数定理はどのような役割をもっていたか？ ②　関数電卓の使用が一見してできないとき，どのような考え方をするといいか？	T：エクササイズではどんな解決をしたかな？ →T：それぞれのアプローチでは，何を用いて解決をしたかな？ T：問題ではどんな解決をしたかな？ →T：それぞれのアプローチでは，何を用いて解決をしたかな？	

※本指導案では，エミュレーターを使用しているため，画面は英語表示となっているが，実際の関数電卓では日本語表示になる。