

10 矩 阵

矩阵的线性运算 矩阵乘法

已知矩阵 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$, 求 $2A + 3B$, AB 。

● 定义矩阵变量 (MatA)

按 $\odot$ (主屏幕) 打开主屏幕,
按 [] 进入矩阵应用。



此时进入矩阵计算界面。



按 [Tools] (工具) 打开工具菜单,
按 [MatA] (MatA: 未定义) 定义矩阵变量 MatA。



此时计算器显示矩阵行列数的设置界面,
反色光标位于“行数”上。
按 [OK] 或 [EXE] 或 [>] 设置行数。



按 [3] 选择“3 行”。



此时计算器自动返回到矩阵行列数的设置界面, 反色光标位于“列数”上。
按 [OK] 或 [EXE] 或 [>] 选择设置列数。



按 ③ 选择“3 列”。

① 1 列
② 2 列
③ 3 列
④ 4 列

此时计算器自动返回到矩阵行列数的设置界面，反色光标位于“确认”上。

矩阵行列数？
行数 : 3
列数 : 3
确认

按 EXE 或 OK 确认，
此时计算器显示矩阵元素编辑界面。

MatA=
[0 0 0]
[0 0 0]
[0 0 0]
0

按 3 EXE 0 EXE (-) 2 EXE 2 EXE 1 EXE 3 EXE (-) 2 EXE 3 EXE 1
 EXE 输入矩阵 A 的各元素。

MatA=
[3 0 -2]
[2 1 3]
[-2 3 1]
1

● 定义矩阵变量 (MatB)

按 MODE (工具) 打开工具菜单，
按 ② 选择“定义矩阵”。

① 赋值
② 定义矩阵

按 ② (MatB: 未定义) 定义矩阵变量 MatB。

① MatA: 3×3
② MatB: 未定义
③ MatC: 未定义
④ MatD: 未定义

按 OK (行数) ③ (3 行) OK (列数) ③ (3 列)，
将行数和列数修改为 3 行 3 列。

矩阵行列数？
行数 : 3
列数 : 3
确认

按 EXE 或 OK 确认，
此时计算器显示矩阵元素编辑界面。

MatB=
[0 0 0]
[0 0 0]
[0 0 0]
0

按 2 EXE (-) 1 EXE 0 EXE 0 EXE 2 EXE (-) 1 EXE 1 EXE 3 EXE 2
 EXE 输入矩阵 B 的各元素。

MatB=
[2 0 -1]
[0 2 -1]
[1 3 2]
2

● 执行矩阵计算

按 AC 退出矩阵元素编辑界面，
此时计算器显示矩阵计算界面。



输入 2。



按 2ND （目录）打开目录菜单，
按 1 选择“矩阵”。



按 2ND （MatA）调用矩阵变量 MatA。
（也可按 ↑ 2ND = 2ND 调用。）

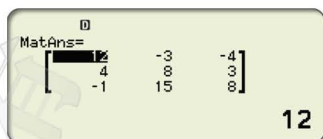
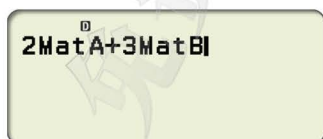


按 + 3 2ND （目录） 1 （矩阵） 3 （MatB）
补全表达式。



按 EXE 执行计算。由此得到：

$$2A + 3B = \begin{pmatrix} 12 & -3 & -4 \\ 4 & 8 & 3 \\ -1 & 15 & 8 \end{pmatrix}$$



按 AC 。

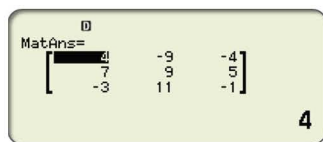


按 2ND （目录） 1 （矩阵） 2 （MatA） ×
 2ND （目录） 1 （矩阵） 3 （MatB）输入表达式。



按 EXE 执行计算。由此得到：

$$AB = \begin{pmatrix} 4 & -9 & -4 \\ 7 & 9 & 5 \\ -3 & 11 & -1 \end{pmatrix}$$



逆 矩 阵

已知 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ (与上例相同)，求 A^{-1} 。

若矩阵变量 MatA 未定义，可参照第 61-62 页的“定义矩阵变量 (MatA)”部分，完成 MatA 的定义。



按 AC 返回到矩阵计算界面。



按 MENU (目录) 打开目录菜单，
按 ① 选择“矩阵”。



按 ② (MatA) 调用矩阵变量 MatA。
(也可按 F1 MENU F1 调用。)

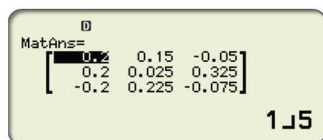


按 F1 F2 (x^{-1}) 输入求逆矩阵的命令。
(也可按 MENU (目录) ① (矩阵) ① (矩阵计算) ③ (逆矩阵(x^{-1})) 调用，还可按 F1 MENU F1 调用。)



按 **EXE** 执行计算，按方向键 (**←** **↑** **↓** **→**) 可查看各矩阵元素的值。由此得到：

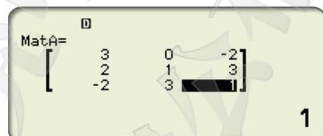
$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{3}{20} & -\frac{1}{20} \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{40} & \frac{13}{40} \\ -\frac{1}{5} & \frac{9}{40} & -\frac{3}{40} \end{pmatrix}$$



矩阵的行列式的值

已知 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ (与上例相同)，求 $|A|$ 。

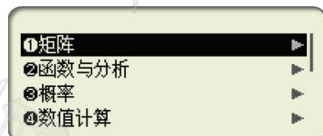
若矩阵变量 MatA 未定义，可参照第 61-62 页的“定义矩阵变量 (MatA)”部分，完成 MatA 的定义。



按 **AC** 返回到矩阵计算界面。



按 **☰** (目录) 打开目录菜单，
按 **①** 选择“矩阵”。



按 **①** 选择“矩阵计算”。



按 **④** (行列式(Det)) 调用求矩阵的行列式值的命令。



(也可按 F1 F2 F3 F4 调用。)

$\text{Det} \langle \text{I} \rangle$

按 F2 (目录) F1 (矩阵) F2 (MatA) F1
补全表达式。

$\text{Det} \langle \text{MatA} \rangle$

按 EXE 执行计算。由此得到：
 $|A| = -40$ 。

$\text{Det} \langle \text{MatA} \rangle$
-40

伴随矩阵

已知 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ (与上例相同)，求 A^* 。

伴随矩阵 $A^* = |A| A^{-1}$ 。

若矩阵变量 MatA 未定义，可参照第 61-62 页的“定义矩阵变量 (MatA)”部分，完成 MatA 的定义。

MatA=
 $\begin{bmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$
1

按 AC 返回到矩阵计算界面。

I
按 F1 [工具] 定义矩阵

按 F2 (目录) F1 (矩阵) F1 (矩阵计算) F4
(行列式(Det)) F2 (目录) F1 (矩阵) F2
(MatA) F1 F2 (目录) F1 (矩阵) F2 (MatA)
 F1 F2 (A^{-1}) 输入表达式。

$\text{Det} \langle \text{MatA} \rangle \text{MatA}^{-1}$

按 EXE 执行计算。由此得到：

$$A^* = \begin{pmatrix} -8 & -6 & 2 \\ -8 & -1 & -13 \\ 8 & -9 & 3 \end{pmatrix}$$

MatAns=
 $\begin{bmatrix} -8 & -6 & 2 \\ -8 & -1 & -13 \\ 8 & -9 & 3 \end{bmatrix}$
-8

转置矩阵的应用

已知 $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ (与上例相同), 计算 $A^T A$ 。

若矩阵变量 MatA 未定义, 可参照第 61-62 页的“定义矩阵变量 (MatA)”部分, 完成 MatA 的定义。



按 **AC** 返回到矩阵计算界面。



按 **⌂** (目录) 打开目录菜单,
按 **1** 选择“矩阵”。



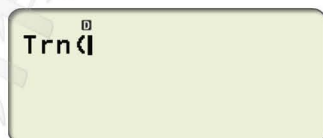
按 **1** 选择“矩阵计算”。



按 **5** (转置矩阵(Trn)) 调用转置矩阵命令。
(也可按 **1** **⌂** **≡** **5** 调用。)



按 **⌂** (目录) **1** (矩阵) **2** (MatA) **1** **⌂**
(目录) **1** (矩阵) **2** (MatA) 补全表达式。



按 EXE 执行计算。由此得到：

$$A^T A = \begin{pmatrix} 17 & -4 & -2 \\ -4 & 10 & 6 \\ -2 & 6 & 14 \end{pmatrix}$$

MatAns=

17	-4	-2
-4	10	6
-2	6	14

17

行阶梯矩阵 矩阵的秩

已知 $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ ，求该矩阵的秩 $R(C)$ 。

● 定义矩阵变量 (MatC)

按 ON (主屏幕) 打开主屏幕，

按 MODE 进入矩阵应用。

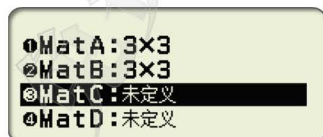


此时进入矩阵计算界面。



按 F1 (工具) 打开工具菜单，

按 F3 (MatC: 未定义) 定义矩阵变量 MatC。

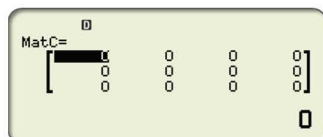


按 F2 (行数) F3 (3 行) F2 (列数) F4 (4 列)，
将行数和列数修改为 3 行 4 列。

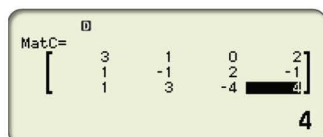


按 EXE 或 OK 确认，

此时计算器显示矩阵元素编辑界面。



按 $3 \text{ EXE } 1 \text{ EXE } 0 \text{ EXE } 2 \text{ EXE } 1 \text{ EXE } (-) 1 \text{ EXE } 2 \text{ EXE } (-) 1 \text{ EXE } 1 \text{ EXE } 3 \text{ EXE } (-) 4 \text{ EXE } 4 \text{ EXE}$ 输入矩阵 C 的各元素。



● 化为行阶梯形

按 AC 返回到矩阵计算界面。



按 2ND (目录) 打开目录菜单，

按 1 选择“矩阵”。



按 1 选择“矩阵计算”。



按 7 (行阶梯形矩阵(Ref)) 调用将矩阵化为行阶梯形的命令。

(也可按 F1 2ND F7 调用。)

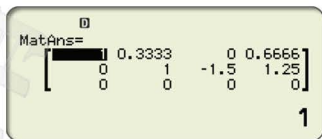
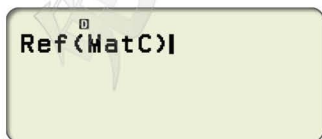


按 2ND (目录) 1 (矩阵) 4 (MatC) 1 补全表达式。



按 EXE 执行计算。

该矩阵化为行阶梯形所得的矩阵的非零行只有前两行，因此该矩阵的秩 $R(C)=2$ 。



行最简形矩阵 解线性方程组

已知 $C = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ (与上例相同)，且由上例已知 $R(C)=2$ ，

求解以矩阵 C 为增广矩阵的非齐次线性方程组
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 4 \end{cases}$$

若矩阵变量 MatC 未定义，可参照第 68 页的“定义矩阵变量 (MatC)”部分，完成 MatC 的定义。

$$\text{MatC} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 3 & -4 & 4 \end{bmatrix}$$

按 AC 返回到矩阵计算界面。

按 [工具] 定义矩阵

按 [目录] (目录) 打开目录菜单，
按 [1] 选择“矩阵”。

① 矩阵
② 函数与分析
③ 概率
④ 数值计算

按 [1] 选择“矩阵计算”。

① 矩阵计算
② MatA
③ MatB
④ MatC

按 [8] (简化行阶梯形矩阵(Rref)) 调用将矩阵化为行最简形的命令。
(也可按 $\text{[1]} \text{[目录]} \text{[8]}$ 调用。)

② 转置矩阵 (Trn)
③ 单位矩阵 (Identity)
④ 行阶梯形矩阵 (Ref)
⑤ 简化行阶梯形矩阵 (Rref)

按 $\text{[目录]} \text{[1]} \text{[矩阵]} \text{[4]} \text{[MatC]} \text{[1]}$
补全表达式。

Rref(

Rref(MatC)

按 [EXE] 执行计算，得到矩阵 C 的行最简形。

$$\text{MatAns} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0.5 & 0.25 \\ 0 & 1 & -1.5 & 1.25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

根据矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的行最简形，可将原方程组化为

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2}x_3 + \frac{1}{4} \\ x_2 = \frac{3}{2}x_3 + \frac{5}{4} \\ x_3 = x_3 \end{cases}$$

即原线性方程组的通解为

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{4} \\ \frac{5}{4} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (c \in \mathbb{R})$$