

高中數學適用計算機單元例題

◆指數與對數.....	11
◆數列與級數	13
◆機率	16
◆數據分析(一維數據)	18
◆三角函數	20

指數與對數

- 若甲城市人口的年成長率是25%， n 年後的人口數是原來的10倍以上，則 n 的最小值是？
- 解答：

設原人口數為 x

$$\rightarrow x(1 + 25\%)^n > 10x$$

$$\rightarrow \left(\frac{5}{4}\right)^n > 10$$

$$\rightarrow n \times \log\left(\frac{5}{4}\right) > \log 10 = 1$$

$$\rightarrow n > \frac{1}{\log\left(\frac{5}{4}\right)}$$

(列出算式後，使用計算機省去繁瑣計算)

- 利用計算機：

計算 n 值時，使用計算機

$$\rightarrow \frac{1}{\log\left(\frac{5}{4}\right)} = 1 \div \log(5 \div 4)$$

步驟： **1** **÷** **[(-)]** **5** **÷** **4** **[(-)]** **log** **=**

→ 計算機要先按 $(5 \div 4)$ 再按 \log



$$\rightarrow n > 10.31885116$$

→ n 取 11

數列與級數

第1天獲得1元、第2天獲得2元、第3天獲得4元、第4天獲得8元、依此每天所獲得的錢為前一天的兩倍，如此進行到第30天，試問這30天所獲得的錢，總數最接近下列哪一個選項？

- (1) 10,000元 (2) 1,000,000元
 (3) 100,000,000元 (4) 1,000,000,000元
 (5) 1,000,000,000,000元

觀察：第1天1元-----→ 2^0 元
 第2天2元-----→ 2^1 元
 第3天4元-----→ 2^2 元
 第4天8元-----→ 2^3 元
 ...
 第30天-----→ 2^{29} 元 {104年學測}

• 利用計算機：

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{總數} &= 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{29} \\ &= \frac{1 \times (2^{30} - 1)}{2 - 1} = 2^{30} - 1 \end{aligned}$$

(列出算式後使用計算機求解省去繁瑣計算)

步驟：

2 **x^y** **3** **0** **-** **1** **=**



→ 答案選(3)

數列與級數(單利複利)

小華準備向銀行貸款300萬當作創業基金，其年利率為3%，約定三年期滿一次還清貸款的本利和。銀行貸款一般以複利(每年複利一次)計息還款，但給小華創業優惠改以單利計息還款。試問在此優惠下，小華在三年期滿還款時可以比一般複利計息少繳多少元？

解答：

$$\text{複利} \rightarrow 3,000,000 \times (1 + 3\%)^3 = 3,278,181$$

$$\text{單利} \rightarrow 3,000,000 \times (1 + 3 \times 3\%) = 3,270,000$$

$$\text{答案} = \text{複利} - \text{單利}$$

(列出算式後使用計算機求解省去繁瑣計算)

{104年學測}

• 利用計算機：

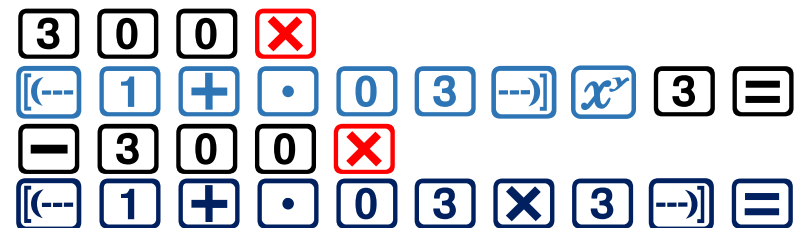
步驟： 1. 一行算式按法

$$300 \times ((1 + 3\%)^3 - (1 + 3 \times 3\%))$$



2. 分開按

$$300 \times (1 + 3\%)^3 - 300 \times (1 + 3 \times 3\%)$$



→ 省0.8181萬元

數列與級數(複利計算)

小明參加銀行儲蓄存款，每年年初存入10000元，年利率4.5%，每年一期，複利計算，問小明存到第10年年底可得本利和多少元？(四捨五入取至整數)

解答：

第1年的1萬至期滿可得→ $10000 \times (1 + 4.5\%)^{10}$ 元

第2年的1萬至期滿可得→ $10000 \times (1 + 4.5\%)^9$ 元

...

第10年的1萬至期滿可得→ $10000 \times (1 + 4.5\%)^1$ 元

共得本利和：

$$10000 \times (1.045^{10} + 1.045^9 + \dots + 1.045^1)$$

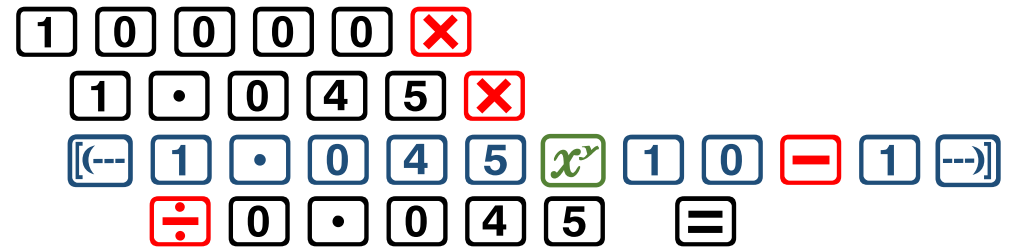
$$= 10,000 \times \frac{1.045(1.045^{10} - 1)}{1.045 - 1}$$

• 利用計算機：

$$\rightarrow \text{本利和: } 10,000 \times \frac{1.045(1.045^{10} - 1)}{0.045}$$

(列出算式後使用計算機求解省去繁瑣計算)

步驟：



→10年年底可領本利和 128412元

(在使用計算機時，乘以萬元也可最後按或者不按)

機率

一份試卷共有10題單選題，每題有5個選項，其中只有一個選項是正確答案。假設小明以隨機猜答的方式回答此試卷，且各題猜答方式互不影響。試估小明全部答對的機率最接近下列哪一個選項？

(1) 10^{-5} (2) 10^{-6} (3) 10^{-7} (4) 10^{-8} (5) 10^{-9}

解答：

每題猜對的機率為 $\frac{1}{5}$

$$\rightarrow P(10\text{題皆猜對}) = \left(\frac{1}{5}\right)^{10}$$

(此時使用計算機體會數感)

{107年學測}

• 利用計算機：

$$\rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{10} = \frac{1}{5^{10}}$$

步驟：

1 ÷ 5 \times^y 1 0 =



→ 結果顯示為 1.024^{-07}

代表 1.024×10^{-07}

(同時教學生判斷計算機顯示方式)

→ 故答案選(3)

機率(生日問題)

甲班學生共30人，請問甲班中，至少有兩人同一天生日的機率是多少？（一年365天，請忽略二月份有時會有29天）

解答：

$$\begin{aligned} & P(\text{至少有兩人同一天生日}) \\ &= 1 - P(\text{全班學生生日皆不同天}) \\ &= 1 - \frac{P_{30}^{365}}{365^{30}} \end{aligned}$$

（此時使用計算機算出結果體會數感）

• 利用計算機：

$$\rightarrow 1 - \frac{P_{30}^{365}}{365^{30}} = 1 - \frac{365P_{30}}{365^{30}}$$

計算機符號樣式

步驟：

1 $\frac{1}{x}$ 3 6 5 SHIFT 1 (nPr) 3 0
 \div 3 6 5 x^y 3 0 =

（ $\frac{P_{30}^{365}}{365^{30}}$ 的部分不用加括號，因科學計算機內建會先乘除後加減）



→ 至少有兩人同一天生日的機率約70%

數據分析(一維數據)使用統計模式

下表是過去54天中, 每天打電話至緊急急救中心的電話通數統計表。

電話通數	天數
0	8
1	10
2	22
3	9
4	5
總計	54

(1) 中心平均每天有幾通電話

(2) 電話通數的標準差為何?

解答:

$$(1) \quad \bar{x} = \frac{0 \times 8 + 1 \times 10 + 2 \times 22 + 3 \times 9 + 4 \times 5}{8 + 10 + 22 + 9 + 5} = \frac{101}{54} \approx 1.87$$

$$(2) \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{54} \sum_{i=1}^{54} x_i^2 - \mu^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{54} (0^2 \times 8 + 1^2 \times 10 + 2^2 \times 22 + 3^2 \times 9 + 4^2 \times 5) - 1.87^2}$$

$$\approx 1.139$$

• 利用計算機統計模式(SD):

(在數據分析使用統計模式求解可省去繁瑣計算)

步驟:

1. 切換到統計模式: **MODE** \blacksquare

2. 輸入數據: (次數或頻率輸入利用 **×**)

0 **×** **8** **M+** (輸入鍵) **1** **×** **1** **0** **M+**

2 **×** **2** **2** **M+** **3** **×** **9** **M+** **4** **×** **5** **M+**

3. 利用統計模式內鍵可直接叫 \bar{x} 出值($\mu = \bar{x}$)

(1) **SHIFT** **7** (\bar{x})

$\rightarrow \bar{x} \approx 1.87$



(2) **SHIFT** **8** (σ_x)

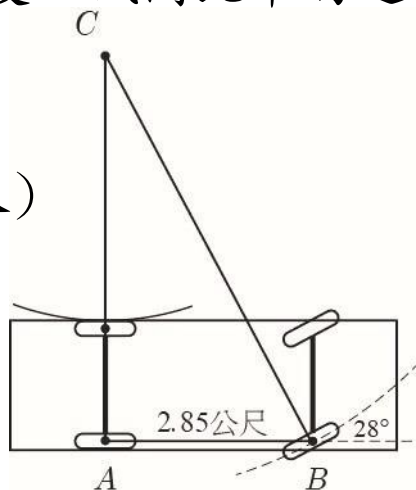
$\rightarrow \sigma \approx 1.139$



三角函數 I

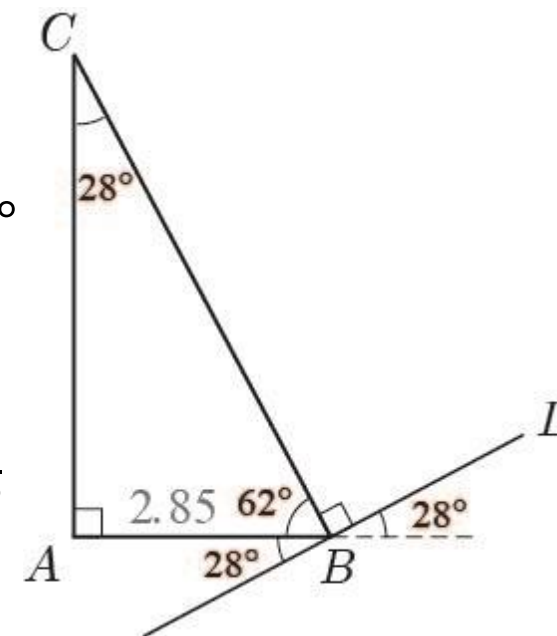
- 下圖為汽車迴轉示意圖。汽車迴轉時，將方向盤轉動到極限，以低速讓汽車進行轉向圓周運動，汽車轉向時所形成的圓周的半徑就是迴轉半徑，如圖中的 \overline{BC} 即是。已知在低速前進時，圖中A處的輪胎行進方向與 \overline{AC} 垂直，B處的輪胎行進方向與 \overline{BC} 。在圖中，已知軸距 \overline{AB} 為2.85公尺，方向盤轉到極限時，輪子方向偏了28度，試問此車的迴轉半徑 \overline{BC} 為幾公尺？

(小數點後第一位以下四捨五入)



{104年學測}

- 利用計算機：
過B點做直線 $L \perp \overline{BC}$ ，
由圖可知 $\angle ACB = 28^\circ$
 $\rightarrow \sin 28^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$
 $\rightarrow \overline{BC} = \frac{\overline{AB}}{\sin 28^\circ} = \frac{2.85}{\sin 28^\circ}$



步驟：

2 **.** **8** **5** **÷** **2** **8** **sin** **=**



$\rightarrow \overline{BC} \cong 6.1$ (公尺)

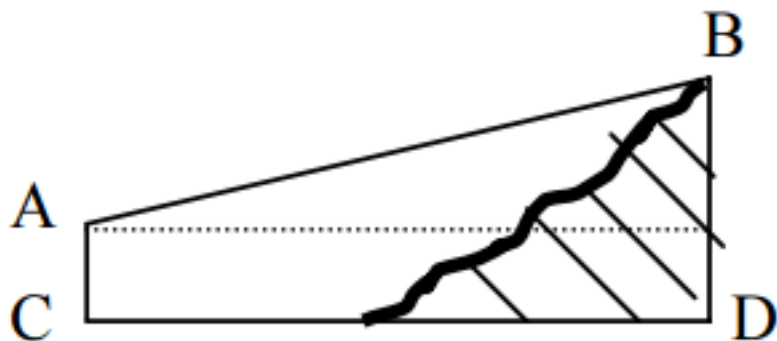
※可延伸討論若改用 62° 要如何計算(cos)

三角函數 II

- 如圖，測得 A, B 兩點間得距離是 160.0m，從 A 點看 B 點的仰角是 11° ，AC 的高是 1.5m

(1) 求 \overline{BD} 的高

(2) 求水平距離 \overline{CD} (精確到 0.1m)



(有計算機作為工具後，角度不局限於特殊角)

- 利用計算機：

令過A點平行 \overline{CD} 的線交 \overline{BD} 於E點

$$\begin{aligned} (1) \overline{BD} &= \overline{BE} + \overline{ED} \\ &= \overline{AB} \times \sin 11^\circ + \overline{AC} \\ &= 160 \times \sin 11^\circ + 1.5 \end{aligned}$$

步驟: $\boxed{1} \boxed{6} \boxed{0} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{\sin} \boxed{+}$

$\boxed{1} \boxed{\cdot} \boxed{5} \boxed{=}$

$\rightarrow \overline{BD} = 32.0\text{m}$



$$(2) \overline{CD} = \overline{AB} \times \cos 11^\circ = 160 \times \cos 11^\circ$$

步驟: $\boxed{1} \boxed{6} \boxed{0} \boxed{\times} \boxed{1} \boxed{1} \boxed{\cos} \boxed{=}$

$\rightarrow \overline{CD} = 157.0603494$

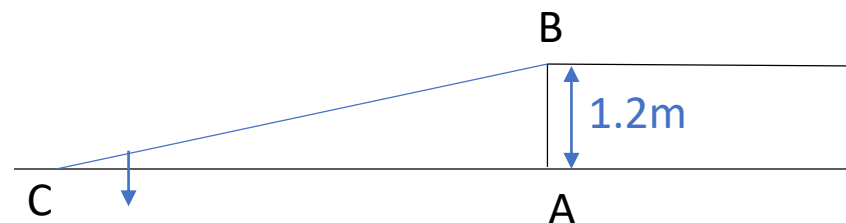


三角函數 III

- 一個公共房屋門前的臺階共高出地面 1.2 米，臺階被拆除後，換成供輪椅行走的斜坡，根據這個城市的規定，輪椅行走斜坡的傾斜角不得超過 9° ，從斜坡的起點至樓門的最短的水平距離該是多少？（精確到 0.01 米）

（有計機作為工具後，角度不局限於特殊角，
題目更符合現實生活）

- 利用計算機：



$$\rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \tan \theta \leq \tan 9^\circ$$

$$\rightarrow \frac{\overline{AB}}{\tan 9^\circ} = \frac{1.2}{\tan 9^\circ} \leq \overline{AC}$$

步驟：



$$\rightarrow \overline{AC} \geq 7.58 \text{ 米}$$